STEREOMETRIÆ INANIUM NOVA ET FACILIS RATIO,

Geometricis Demonſtrationibus confirmata: & neceſſariis obſcuriorum quorundam delineationibus illuſtrata:

Qua Corporum Regularium omnium, tam Rectilineorum quam curvilineorum capacitates promptiſſime explorantur.

AUCTORE

JOHANNE-HARTMANNO BEYERO,
Reipubl. Francofurtenſis Medico.

EDITIO SECUNDA.

FRANCOFURTI,
Apud HERMANNUM à SANDE.

M. DC. LXIV.

Illuſtriſsimo Principi ac Domino, Domino

MAVRITIO,

Haſsiæ Landgravio &c.

Comiti Cattinelìboci, Dietzii, Ziegenhani, & Niddæ, &c.

Domino ſuo Clementiſſimo.

METricæ partem illam ſcientiæ, quæ ſolidorum dimenſiones conſiderat, Princeps Illuſtriſsime, Domine Clementiſsime, ignoratam à Græcis olim & neglectam hoſpes Athenienſis apud Platonem, ſeptimo de legum inſtitutione dialogo, conqueritur: & ... hanc mentiſque cœcitatem, ſuillo pecori condonandam, libero autem homine prorſus indignam, ridet ac deteſtatur. Qua Philoſophi graviſsimi auctoritate permoti in Græcia quamplurimi, Stereo-

reometriam inde luculenter ſatis tractare colereque cœperunt. Idem poſtea ſtudium Latio quoque, Galliis & Germaniæ cordi curæque fuit: ita ut omnis corporaturam metiendi ratio, variis editis monimentis, adeo nunc ſit perfecte ac ſufficienter explanata, nihil ut adjungi amplius poſſe videatur.

Licet vero ita hæc comparata ſint: Stereometricas tamen haſce meas commentatiunculas ſupervacaneas aut inutiles minime judicabit, qui recte candideque totum expendere negotium voluerit.

Etenim à Geodæſia illa, qua corporum cubica ſoliditas abſolute perquiritur, non leviter fluidorum, ſeu inanitatum potius à fluidis occupatarum, diſsidet μέτρησις, præſenti opuſculo explicanda. Illa quippe, regula fortuito, ſed æquabiliter, cubi alicujus latere ſecta, dati corporis dimenſiones metitur, lateraque invicem multiplicando cubos numerat ſpatium propoſitum conſtituentes ſeu complentes. Iſta, ut certa aliqua liquoris quantitate, ceu minima menſura, regularium vaſorum capacitatem definire queat, figuræ vaſis dimetiendi

di regulam ſegmentis homogeneam privatim accommodet, neceſſe habet.

Cum igitur liquidorum hæc Geodæſia, ac præſertim inſtrumentorum ei deſervientium fabrica, communibus artis metiendi præceptis non contineatur: merito ac ſpeciatim heic meditanda docendaque fuit.

Id quod ejuſdem quoque flagitare tum eximia utilitas, tum depravatio quæ ſubrepſit multiplex, viſa eſt. Quamvis enim utriuſque Stereometriæ fructus omnino ſit nobiliſſimus: liquidorum tamen hæc majorem fere quam ſolidorum humanis uſibus præſtare commoditatem deprehenditur. Nam ejus ope lacuum, foſſarum, puteorum, urnarum, poculorum, immo vaſorum & corporum regulariter figuratorum omnium capacitates facillime & expeditiſſime inveniuntur. Illuſtris autem potiſſimum in cupis vinariis demetiendis ejus eſt utilitas: quarum feſtinam plerumque Geodæſiam, hoc artificio inſtituendam, œnopolæ deſiderant; moleſto adimpletionis examini haud vacantes.

Et quoniam hactenus solis fere idiotis ac in re literaria parum versatis hoc fuit Pithometriæ munus concreditum: horum ignorantia diversi generis pseudographemata, plurimosque in praxi errores invectos, geometricæ demonstrationis vix ullo apparente vestigio, experimur.

Quamobrem his impulsus caussis, vasorum liquoribus capiendis dicatorum universam Stereometriam ad genuina fundamenta revocare, logicis legibus judicare, methodice digerere, & sic Geometriæ partem hanc præstantissimam, abstersis sublatisque maculis, pristino suo nitori ac integritati restituere, pro virium tenuitate conatus sum.

Qua in re quid præstiterim, res loquetur: æstimabit verò Celsit. Tua Illustrissima, singulari & rara mathematum cognitione instructissima. Eam igitur, ut labores meos, boni publici causa typis datos, clementer suscipiat, proque auctoritate sua ab invidorum morsibus vindicet, humilime oro. Extremum, Celsit^m^ T^m^ Illustrissimam Germaniæ no-

nostræ quam diutissime incolumem ac florentem servari, ejusque cœpta omnia feliciter à Jehova TRINO & UNO dirigi prosperarique, toto precor pectore. Francofurti ad Mœnum. Prid. Id. Septembr. Ann. M.DC.III.

Illustriss. Cels. T.

Subjectissimus

Johannes-Hartmannus Beyer
Francofurtensis.

INDEX CAPITUM COMPENDII STEREOMETRICI AD TYRONES.

INDEX CAPITVM STEREOMEtriæ auctoris.

13. De

PRAXIOS

PRAXIOS STEREOMETRIÆ NOVÆ COMPENDIVM: AD TYRONES.

CAPVT PRIMVM.

De Notatione numerorum stereometricorum, ex integris decimisq; scrupulis mistorum.

OPVSCVLVM hoc stereometricum, præter ignotam hactenus cubimetricam artificiosam regulam, & nouam cylindrimetricæ denis particulis continuo institutam sectionem; calculum quoq; scrupulorum decimorum, a vulgari fractionum logistica discrepantem complectitur. Tyro igitur primo omnium in hoc calculo sese exerceat: quo probe percepto, facilia planaque reliqua omnia futura sunt.

Cum autem minutiæ præter decimas heic nullæ admittantur: meminerit tyro, quoduis integrum in decē particulas a nobis secari:& harum vnamquamque in alias decem, quæ centesimæ sunt, si ad integri sectionem referantur:harumque rursus quamlibet in alias decem, quæ in partitione integri primaria millesimæ sunt: & sic denariam hanc consectionem scrupulorum in infinitum continuari posse.

Exempli caussa, linea a b, in decem partes ad c, d, e, f, g, h, i, k, l, diuiditur:quæ primariæ sunt, e prima & propria ipsius integri sectione ortæ. Harum quæuis nimirum a c, c d, d e, e f, f g, g h, h i,



ik, kl, lb, in alias decem ſubdiſtinguitur: quæ ſecundariæ ſunt, e partium ſectione prognatæ: ad integri vero partitionem abſolute collatæ, centeſimæ exſiſtunt. Si enim, verbi gratia, pars a c, in decem portiones dirimatur, ad m, n, o, p, q, r, ſ, t, u: ſane, portio a m, ſegmenti a c pars erit decima; totius autem lineæ a b centeſima. Similiterque, portione a m in decem alias conciſa: harum vna ipſius a m decima erit, & integræ lineæ a b milleſima. Eadem ratione quadratum, cubus, menſura liquoris, immo quoduis integrum, in decem partes diuidi, ſubdiuidique & poteſt, & debet.

Stereometrici numeri, niſi nominibus ſuis exprimantur, ſignis quibuſdam diſtinguuntur, ad notarum vertices poſitis. Integri ſignum circulus eſt: ſcrupulorum, virgulæ ſimplices, vt $'$, $''$, $'''$, $''''$; vel compoſitæ, vt ^{v}, $^{v\prime}$, $^{v\prime\prime}$, $^{v\prime\prime\prime}$, ... Quare cubos decem, tria prima ſcrupula, vnum ſecundum, quinque tertia, duo quarta, ita notamus: cub. $10.3'.1''.5'''.2''''$: vel $10^{\circ}.3'.1''.5'''.2''''$. aut, omiſſo & nomine, & ſigno, $10.3'.1''.5'''.2''''$; quando videlicet ex antecedentium contextu integri denominatio patet. Sic menſuras tres, quatuor prima, duo tertia, nouem quinta, hoc modo notamus: menſ. $3.4'.0''.2'''.0''''.9^{v}$. Pariter cubi ſcrupula, vnum ſecundum, octo tertia, ita ſcribimus: cub. $1''.8'''$.

CAPVT II.

De Additione, Subductione, & Multiplicatione ſtereometricorum numerorum: tyronibus neceſſaria.

IN additione & ſubductione numeri ſimilibus ſignis præditi ſibi inuicem ſubſcribuntur: ſumma vero in additione, & reſiduum in ſubductione, ſupraſcriptorum ſignaturam ſequuntur.

Additionis exempla.

Cubi $4.2'.0''.6'''.9''''$. & $3.0'.7''.8'''.2''''$. ſunt cub. $7.2'.8''.5'''.1''''$.

cub. $4.2'.0''.6'''.9''''$.
$3.0'.7''.8'''.2''''$.

cub. $7.2'.8''.5'''.1''''$.

Aliud exemplum. Cubi $45.0'.0''.6'''.7''''.3^{v}$. & $59.1'.2''.8'''$. item $4'''.5''''.7^{v}.2^{v\prime}$. ſunt cub. $104.1'.3''.9'''.3''''.0^{v}.2^{v\prime}$.

cub.

$$\begin{array}{r} \text{cub.}45.0'.0''.6'''.7''''.3^{v}.0^{vi}. \\ 59.1'.2''.8'''.0''''.9^{v}.0^{vi}. \\ 4'''.5''''.7^{v}.2^{vi}. \\ \hline \text{cub.}104.1'.3''.9'''.3''''.0^{v}.2^{vi}. \end{array}$$

Aliud. Mensuræ $678.2'.3''$. & mens. $1024.7'.8''.9'''$. sunt mens. $1703.0'.1''.9'''$.

$$\begin{array}{r} \text{mens.}678.2'.3''.0'''. \\ 1024.7'.8''.9'''. \\ \hline \text{mens.}1703.0'.1''.9'''. \end{array}$$

Subductionis exempla.

Cubi. $6.7'.8''.0'''.2''''$. de cubis $34.7'.8''.6'''.3''''$. relinquunt cubos $28.0'.0''.6'''.1''''$.

$$\begin{array}{r} \text{cub.}34.7'.8''.6'''.3''''. \\ 6.7'.8''.0'''.2''''. \\ \hline \text{cub.}28.0'.0''.6'''.1''''. \end{array}$$

Aliud exemplum. Mensuræ $45.3'.8''.4'''$. de mens. $67.9'.4''$. relinquunt mens. $22.5'.5''.6'''$.

$$\begin{array}{r} \text{mens.}67.9'.4''.0'''. \\ 45.3'\ 8''\ 4''' \\ \hline \text{mens.}22.5'.5''.6'''. \end{array}$$

Aliud. Mensuræ $7''.3'''.0''''.4^{v}.2^{vi}$. de mens. $1.2'.3''.4'''.5''''$. relinquunt mens. $1.1'.6''.1'''.4''''.5^{v}.8^{vi}$.

$$\begin{array}{r} \text{mens.}1.2'.3''.4'''.5''''.0^{v}.0^{vi}. \\ 7''.3'''.0''''.4^{v}.2^{vi}. \\ \hline \text{mens.}1.1'6''.1'''.4''''.5^{v}.8^{vi}. \end{array}$$

Multiplicationis exempla.

Multiplicantis numeri extrema versus dextram nota, extremæ multiplicandi ad dextram notæ subiicitur. Facti autem postrema nota, factorum suorum composita suscipit signa: & notæ ordine antecedentes, signa pariter ordine antecedentia.

Cubi $964.3'.2''.0'''.8''''$. per cubos 12, faciunt cub. $11571.8'.4''.9'''.6''''$: nam $''''$ & 0, sunt $''''$, postremæ notæ signum.

cub. $964.3'.2''.0'''.8''''$.

$12'$.

19286416

9643208

cub. $11571.8'.4''.9'''.6''''$.

Aliud exemplum. Mensuræ $6.7'.3''.4'''.5''''.2^{v}$. per mens. $32.0'.1''$. Faciu: mens. $215.5'.7''.1'''.9''''.8^{v}.5^{vi}.2^{vii}$.

mensuræ $6.7'.3''.4'''.5''''.2^{v}$.

$32.0'.1''$.

673452

1346904

2020356

mens. $215.5'.7''.1'''.9''''.8^{v}.5^{vi}.2^{vii}$.

Aliud. Mensuræ $6''.0'''.1''''.2^{v}.3^{vi}$, per mens. $6.4'.0''.0'''.5''''$, faciunt mẽs. $3'.8''.4'''.8''''.1^{v}.7^{vi}.2^{vii}.6^{viii}.1^{ix}.5^{x}$.

mensuræ $6.4'.0''.0'''.5''''$.

$6''.0'''.1''''.2^{v}.3^{vi}$.

192015

128010

64005

384030

mens. $3'.8''.4'''.8''''.1^{v}.7^{vi}.2^{vii}.6^{viii}.1^{ix}.5^{x}$.

CAPUT III.

Fabrica regulæ Cubimetricæ artificiosæ, pro vsu Reipublicæ Francofurtensis: e sectione vlnæ Francofurtensis in pollices pedis Geometrici.

CVbimetricæ artificiosæ fabricam, non nisi cubicæ *ἀναλύσεως* periti instituere possunt: ideoque ab his probe paratam regulam tyrones petant. Quibus, exempli gratia, ad mensuras liquoris Francofurti vsitatas constructam Cubimetricam & Cylindrimetricã simul damus: ea diligentia, qua sculptor potuit, delineatam: longitudine

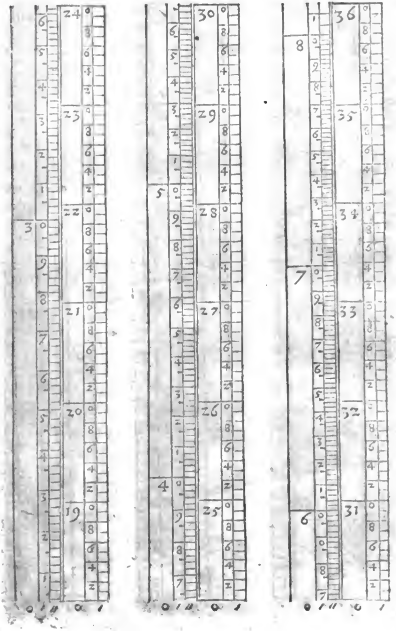
dine ſex pedes excedentem; atque, ob chartæ breuitatem, in duodecim fragmenta ſectam: cubimetricam, in regulæ facie A: cylindrimetricam, baſimetram quidem in eiuſdem regulæ facie B; altimetram in facie A. Hæc autem A facies, ſi pro cubimetrica vſurpetur, duplices eius partes ita accipiendæ erunt. Maiores, in ea quæ ad ſiniſtram vergit columna, ad circulum, o, vel integri ſignum, pollices repræſentant, ſiue latera cubica pollicaria, centum vigintiquinque cubis ſuis menſuram famoſam noſtratem æquantia. Minores, ad ', primorum ſcrupulorum ſignum, pollicis cuiuſlibet decimæ ſunt, ſiue prima ſcrupula: quæ porro in ſecunda, ob ſpatii exilitatem, non ſecuimus: ſed oculis attente æſtimanda reliquimus.

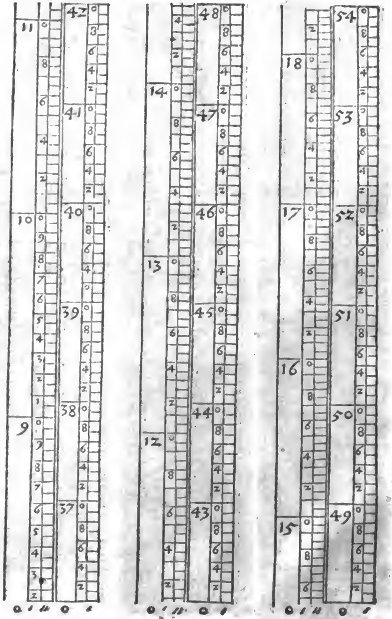
Similem vero quiuis cubimetricam facilime ſequenti modo parauerit. Vlna Francofurtenſis in viginti tres æquales partes ſecetur: vt pollices emergant pedis Geometrici. Horum pollicum quinquaginta & vnus, cum vno ſcrupulo primo, & quinque ſecundis, (quæ omnia ſcrupula ſimul ſunt $\frac{1}{6}$ vnius pollicis) in regulam aliquam trãsferantur: ſpatiumq; hoc, in quinquaginta æquales partes diuidatur: quæ deinceps quouſq; lubet paribus interuallis continuentur: tandemque ſingulæ in decem prima ſcrupula dirimantur. Sic enim cubimetrica numeris ſuis abſoluta erit.

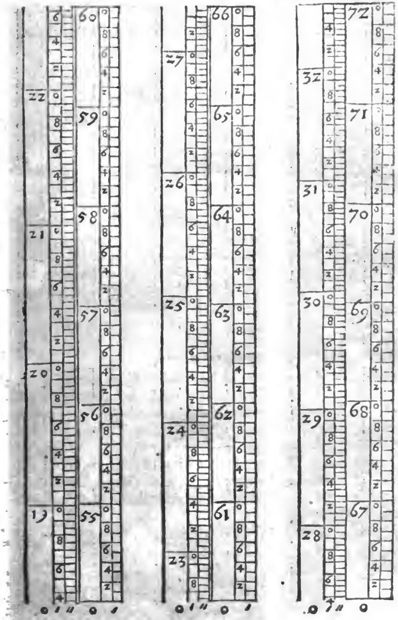
Cylindrimetricæ regulæ delineationem, heic ſimul expreſſam, ſuo infra loco, cap. 14. huius compendii explicabimus.

SEQVITVR DELINEATIO REGVLARVM, CVBImetricæ, & Cylindrimetricæ; menſuris liquidorum Reipublicæ Francofurtenſis accommodatarum.




24
23
22
21
20
19
3
30
29
28
27
26
25
5
4
36
35
34
33
32
31
8
7
6


11
10
9
42
41
40
39
38
37
14
13
12
48
47
46
45
44
43
18
17
16
15
54
53
52
51
50
49


22
21
20
19
60
59
58
57
56
55
27
26
25
24
23
66
65
64
63
62
61
32
31
30
29
28
72
71
70
69
68
67

CAPVT IV.

De cuborum pollicarium, siue soliditatis cubicæ ad mensuras Reductione.

Regulæ cubimetricæ fabricam ita instituimus, vt segmenta eius latera essent cuborum, quorum 125 mensuram æquarent. Hinc enim compendiariam fore soliditatis ad mēsuras reductionem videbamus. Quæ sic habet. Datus cuborum pollicarium regulæ nostræ numerus tribus periodis distinguitur. Prima, duabus extremis versus dextram figuris, cum adhærentibus scrupulis, constat: altera, duabus proximis: tertia, reliquis omnibus. Hæc tertia periodus statim ohmas exhibet: quę per 6 diuisæ, ad vehes reducuntur. Media periodus, per 5 diuisa, quartalia monstrat. Tandem periodi mediæ residuum, & prima periodus simul, in reductionis canone, decimo stereometriæ nostræ capite, quæruntur: vbi mensuræ harumque quadrantes, numero cuborum dato, vel proxime minori aut maiori respondentes, e vestigio offeruntur. Constat autem Francofurti Vehem constitui sex ohmis: Ohmam, viginti quartalibus: Quartale, quatuor mensuris: Mensuram, quatuor quadrantibus.

Exempla reductionis.

Cubi 123456.7', in tres periodos hoc modo distinguuntur: 12|34|56.7'. Tertia periodus 12 ohmas habet, quæ per 6 diuisæ, faciunt vehes 2. Media periodus 34, per 5 diuisa, quotum habet quartalium 6. Prima periodus, cum residuo mediæ, videlicet 456.7', in reductionis tabella præcise non exstat: proxime autem maior soliditas, nimirum 457.0', adiunctam habet capacitatem trium mensurarum, & quadrantum duorum, cum quinque octauis vnius quadrantis: quæ tamen præcisio non est hoc loco necessaria. Cubi ergo dati 123456.7', constituunt Vehes duas, Quartalia sex, Mensuras tres, Quadrantes duos.

Cubi 12|3(4|56.7'.
6 5
2. 6. 3. $2\frac{5}{8}$
Veh. Qrt. M. Qdr.

Aliud

Aliud exemplum. Cubi 74098 1. 2′, constituunt Vehes 12, Ohmas 2. Quartale 1, Mensuras 3, Quadrantes $3\frac{3}{8}$ ——

```
     12  (4
Cubi 74|0 9|8 1.2′.
     66|  5|
 12.  2.   1.   3.  3 3/8 ——
 Veh.Oh. Qrt. M. Qdr.
```

CAPVT V.

De vsu cubimetricæ regulæ, ad soliditatem vasorum Rectangulorum inueniendum: nimirum de stereometria Prismatis recti rectanguli, seu parallelepipedi cubici, & oblongi.

Vasa vndiquaque rectangula, sunt parallelepipeda: eaq; vel cubica, quorum omnia latera æqualia; vel oblonga, quorum aliqua inæqualia. Omnia vero Geodæsiam perfacilem habent. Nam latera solidum rectangulum comprehendentia inuicem multiplicantur: longitudo videlicet per latitudinem, vnde planities oritur: deinde altitudo per inuentam planitiem, vnde soliditas prodit. Sic cubus, cuius latus poll. 42. 0′, soliditatem habet cuborum pollicarium 74088: qui constituunt Vehem 1, Ohm. 1, Quartalia 8, Quadrantes mensuræ $2\frac{7}{8}$: hoc modo:

```
Longitudo    42
Latitudo     42
-----------------
             84
            168
-----------------
planities  1764
altitudo     42
-----------------
           3528
          7056
-----------------
soliditas 74088
```

```
     1
cub. 7|40|88
     6| 5|
 1.  1.  8.  0.  2 7/8
 V.  O.  Qr. M.  Qd.
```

Aliud exemplum. Cubus, cuius latus poll. 24. 5′, soliditatem habet cuborum pollicarium 14706. 1′. 2″. 5‴: qui cõstituunt Ohmam 1, Quartal. 9. Mens. 1, Quadr. 2 5/8

Longit. 24. 5′.
Latit. 24. 5′.

122 5
980
490

planities 600. 2′. 5″.
altitudo 24. 5′

30012 5
240100
120050

solid. 14706. 1′. 2″. 5‴.

(2
cub. 1|47|06. 1′. 2″. 5‴.
8
1. 9. 1. 2 5/8
O. Qr. M. Qd.

Aliud exemplum. Rectangulum oblongum, cuius longitudo poll. 42. 0′: latitudo, poll. 38. 1′: altitudo, poll. 26. 4′, soliditatem habet cuborum pollicarium 42245. 2′. 8″: qui constituunt Ohmas 4, Quartalia 4, Mensuram 1, Quadrant. 3 7/8.

latitudo 38. 1′.
longit. 42

762
1524

plan. 1600. 2′.
altit. 26. 4′.

64008
96012
32004

solid. 42245. 2′. 8″.

cub. 4|2(2|45. 2′. 8″.
8
4. 4. 1. 3 7/8
O. Qr. M. Qd.

Delineationes parallelepipedorum nullas apposuimus: quia toto opusculo crebræ hinc inde occurrunt.

CAP.

CAPVT VI.

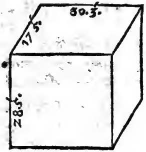
De vsu cubimetricæ, ad inueniendum soliditatem vasorum non vndiquaque rectangulorum, sed tamen regularium. Et primum de stereometria prismatis recti Pentaedri: cui scilicet bases sunt triangulæ, siue rectangulæ, siue obliquangulæ.

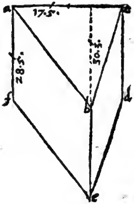
Vas non rectangulum liquori capiendo idoneum, aliud bases geminas, equales, parallelas, & ad altitudinem suam rectas habet: easq; vel rectilineas, vt prisma, tum pẽtaedrum, tum hexaedrum & polyedrũ; vel circulares, vt cylindrus. Aliud vnica constat basi, ad altitudinem similiter recta: & vel rectilinea ordinata, vt pyramis; vel rotunda, vt conus. Aliud duas inæquales habet bases rotundas, vt conus curtus. Aliud tandem vnica superficie clauditur, vt sphæra. Horum omnium, licet omnino diuersorum, geodæsiam, tyro sola cubimetrica, dextre adhibita, absoluere poterit: si præcepta & exempla sequentia imitatus fuerit.

Primo autem occurrit prisma rectum pentaedrum: cuius bases triangulæ ad altitudinem rectæ sunt. Eius longitudo est vnius e tribus lateribus in basi triangula dimidium: & latitudo, est perpendicularis ab illo ipso latere (continuato, si opus sit) ad oppositum angulum. Quibus inuicem multiplicatis, basios planities surgit. Quod si perpendicularis maior deprehendatur latere illo dimidio: perpendicularis tunc longitudo prismatis habetur; latusque dimidium, eiusdem latitudo. Hac planitie per altitudinem multiplicata, prodit soliditas dati prismatis.

Exempla.

Prisma esto rectum pentaedrum a b c d e f. Basios a b c, latus a c inuenitur pollicum 35.0'; cuius dimidium, poll. 17.5': Perpendicularis a latere a c, ad angulum oppositum b, est poll. 30.3'. Altitudo c b, est poll. 28.5'. Quare longitudine 30.3', multiplicata per latitudinem 17.5', produci-





tur area plana 530. 2′. 5″. quæ cum altitudine 28. 5′. facit soliditatē quæsitā, cuborū 15112. 1′. 2″. 5‴: q. suntOhm. 1, Quartal. 10. Mensf.0, Quad. 3½.

longit. 30.	3′.
latit. 17.	5
151	5
2121	
303	
plan. 530. 2′.	5″.
altit. 28.	5′.
26512	5
424200	
106050	
sol. 15112. 1′. 2″. 5‴.	

Cub. 1|5(1|12. 1′. 2″. 5‴.
5 5
1. 10. 0. 3⅝
O. Qr. M. Qdr.

Aliud exemplum. Esto prisma, cuius basios latus vnum, 90.4′: perpendicularis ad idem latus, 44.2′: altitudo, 63.8′. Hinc soliditas inuenitur, cub. 127462. 1′. 9″. 2‴. qui constituunt Vehes 2, Oh. 0, Quartal. 14, Mensur. 3, Quadrant. 2¼.

longit. poll. 4	5. 2′.	
latitudo 4	4. 2′.	
9	04	
180	8	
1808		
plan. 1997.	8′. 4″.	
altit. 6	3. 8′.	
15982	7 2	
59935	2	
1198704		
solid. 127462. 1′. 9″. 2‴.		

Cub. 12|7(4|62. 1′. 9″. 2‴.
6 5 5
2. 0. 14. 3. 2¼
V. O. Qr. M. Qdr.

CAP.

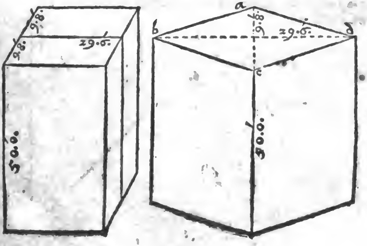
CAPVT VII.

De Stereometria prismatis recti, non rectanguli, Hexaedri, & Polyedri: quorũ illi basis est quadrangula, non tamen rectangula, videlicet rhombi, rhomboeidis, aut trapezii; isti multangula, vt quinquangula, sexangula, vel plurium laterum.

PRisma rectum non vndiquaque rectangulum, basin habet vel triangulam, vt pentaedrum; vel triangulatam, vt hexaedrum, & polyedrum. Geodæsia autem hexaedri & polyedri eodem prorsus modo vt pentaedri, sed per partes, absoluitur. Basis enim triangulata in sua triangula, e quibus veluti composita est, soluitur. Qua basios sectione ipsum quoque solidum pariter sectum esse intelligitur: hexaedrum nimirum in duo pentaedra; polyedrum quinquãgula basi, in tria pentaedra; sexangula basi, in quatuor; imo quodlibet polyedrum, in sua e quibus constat pentaedra. Hoc peracto, singulorum pentaedrorum soliditas, e doctrina capitis præcedentis inquiritur, & in vnam summam colligitur.

Exempla. Si basis rhombus, vel rhomboeides.

In prismate adiũcto, cuius bases sunt rhõbi, basis a b c d, diuidit in duo triangula æqualia, a c d, & a c b, latus a c, inuenitur poll. 19. 6. cuius dimi-



dium poll. 9. 8'. Perpendicularis ab eodem latere a c, ad angulum oppositum d, est poll. 29. 6'. Hinc planities oritur 290. 0', 8''. quæ duplicata (quia triangula a c d, & a c b sunt æqualia) est area rhombi a b c d, nimirum poll. quadrat. 580. 1'. 6''. Hęc per altitudinem prismatis, poll. 50. 0'. facit soliditatem quæsitam cub. 29008. 0'. qui sunt Ohmæ 2, Quartal. 18. Mensf. 0. Qdr. 0¼

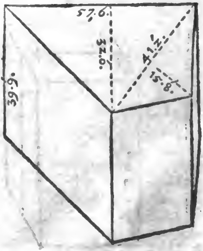
longit. 29. 6'.
latit. 9. 8'.
236 8 · Cub. 2|9|0|8 (4)
2664 · 88
plan. 290. 0'. 8''. · 2. 18. 0. 0¼
2 · O. Qrt. M. Qdr.
pla. dup. 580. 1'. 6''.
altitud. 50.
solid. 29008. 0'. 0''.

Similis stereometria prismatis est, cuius bases sunt rhomboeides: basis enim in duo triangula æqualia diuiditur: &c.

Si basis sit trapezium.

Quin & prisma basi trapezia in duo pentaedra diuiditur, sed inæqualia: vt subiecta figura monstrat.

latitudo 28. 8'.
longit. 3. 2.
57 6
864
plan. 921. 6'
longit. 20. 6'.
latit. 15. 8.
164 8
1030
206
plan. 325. 4'. 8''.
plan. 921. 6'. 0''.



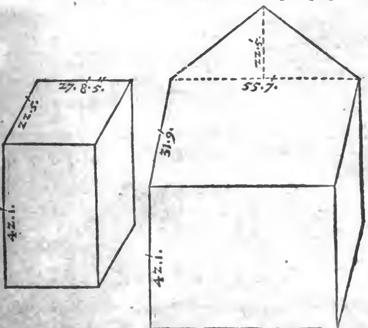
plan.

plán gemin. 1247.0'.8''.
altitud. 3 8.0'.

1122 3 7 2 Cub. 4(2 4|5 7|5 8.4'.9''.2'''.
1122372 8 8
374124 4. 19. 2. 0¼.
ſolid. 49758.4'.9''.2'''. O. Qrt. M. Qdr.

Si baſis multangula exſiſtat:

Polyedrum quoque in pentaedra diuiditur; baſi trigonis conſtituentibus ſecta. Vbi tamen baſis duos angulos vicinos rectos, lateribus ęqualibus comprehenſos, habuerit; quadrangulum inde formatum in trigona ſolui minime opus eſt. Sic ergo in adpicto heptaedro baſis quinquãgula a b c d e,



diuiditur in triangulum a b e, & in quadrangulum b c d e: quod cum ſit rectangulum, in trigona c e b, & c e d, non debet ſecari: nam quadrãguli magis expedita eſt vnica geodæſia, quam gemina trigonorum. Porro priſmatis ita in pentaedrum & hexaedrum rectangulum ſecti, per partes agitur

ſtereometria. Pentaedri baſios latus inuenitur poll. 55. 7′: cuius dimidium poll. 27. 8′. 5″. Perpendicularis ad idem latus, pollicum eſt 22. 5′. Vnde planus emergit 626. 6′. 2″. 5‴. Hexaedri baſios longitudo, eſt poll. 55. 7′: latitudo, poll. 31. 9′. Vnde planities oritur 1776. 8′. 3″. Compoſitæ planities, ſunt 2403. 4′. 5″. 5‴: quæ per altitudinem heptaedri propoſiti 42. 1′, faciunt ſoliditatem cub. 101185. 4′. 5″. 5‴. 5⁗: qui conſtituunt Vehem 1, Ohm. 4, Quart. 2, Menſ. 1, Quadr. $1\frac{7}{8}$

```
Longit.  27. 8′. 5″.          Longit.   55. 7′.
latitud.     22. 5′.          latitud.  31. 9′.
       ---------------         ---------------
         139 2 5                    5013
         557 0                      557
        5570                       1671
  ---------------------     ----------------------
plan. 626. 6′. 2″. 5‴.      plan.  1776. 8′. 3″. 0‴.
                            plan.   626. 6′. 2″. 5‴.
                  ----------------------------------
                  plan. vtraque  2403. 4′. 5″. 5‴.
                     altitudo          42. 1′
                     -------------------------
                                240345 5
                               4806910
                              9613820
                  ----------------------------------
                  ſolid. 101185. 4′. 5″. 5‴. 5⁗.

            4
     Cub. 1 0̸ | 1 ( 1 | 85. 4′. 5″. 5‴. 5⁗.
            6̸   8̸
       1.  4.  2.  1.  1 7/8
       V.  O.  Qr. M.  Qd.
```

Capvt IIX.

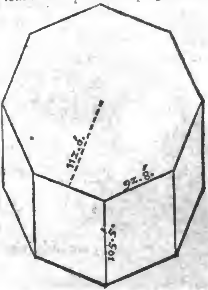
De ſtereometria compendiaria Polyedri ordinati priſmatis.

Priſma polyedrum ordinatum eſt, cuius baſis æqualia latera, & æquales angulos habet. Huius geodæſiam præcedens caput docuit. Sed breuius eadem abſoluitur, ſi perpendicularis a centro baſios in latus, per dimidiam partem coniunctorum

ctorum omnium eiusdem basios laterum; & rursus planities inuenta per altitudinem prismatis multiplicetur.

Exempla.

Esto prisma basi octangula ordinata: cuius latus. poll. 92.8': perpendicularis, poll. 112.0': altitudo prismatis, poll. 105.5'. latera ergo omnia addita, habebunt poll. 742.4': quorum dimidium, poll. 371.2', cum perpendiculari, poll. 112.0', facit planitiem totius basios 41574.4': quæ per altitudinem, poll. 105.5', producit soliditatem cuborum 4386099.2': qui sunt Veches 73, Ohm. 0, Qrt. 12, Mens. 0, Quadr. $3\frac{1}{7}$



poll. 92. 8'. latus.
4 num. laterũ dimid.

371. 2'. semiperimeter.
112. perpendicularis.

7424
3712
3712

41574. 4'. planities basios.
105. 5'. altitudo

207872 0
2078720
415744

4386099. 2'. 0''. soliditas.

Cub. 438|60|99. 2'. 0''.

73. 0. 12. 0. $3\frac{1}{8}$.
V. O. Qr. M. Qd.

Aliud exemplum. Esto prisma, basi quinquangula ordinata: cuius latus poll, 60.0': perpendicularis, poll. 41.2' —: altitudo prismatis 56.3'. Ambi-

tus ergo baſios erit poll. 300.0′: & dimidium eius, poll. 150.0′: quod cum perpendiculari, poll. 41.2′, planitiem baſios profert, 6180.0′: & hęc per altitudinem poll. 56.3′, facit ſoliditatem, cub. 347934.0′.

poll. 60.0′. latus.
5. numerus laterum.
300.0′.
150.0′. ambitus dimidium.
41.2′. perpendicularis.
3.000
75
60
6180.0′.0″. planus baſios.
56.3′. altitudo.
1854.0′.
37008
30900
347934.0′. ſoliditas.

2(4
Cub. 34|79|34.
655
5. 4. 15. 3. 1 7/1.
V. O. Qr. M. Qd.

Capvt IX.

De Cylindri ſtereometria.

CYlindri baſios diameter in circulari tabula, (ad calcem opuſculi ſtereometrici) planitiem e regione iunctam habet: quæ cum altitudine ſoliditatem promit quæſitam.

Exempla.

Eſto puteus forma cylindri: cuius baſios diameter poll. 60.2; altitudo, poll. 126.4′. Diameter in circulari tabella planitiem habet, 2846.4′: (nam reliqua ſcrupula ſecunda, tertia, quarta, &c. negligi citra errorem poſſunt; diametro ſatis magna exſiſtente) quæ cum altitudine facit

ne facit soliditatem cub. 342706. 5'. qui sunt Veh. 5, Ohm. 4. Quart. 5. Men'. 1, Quadr. 2 $\frac{5}{7}$.

Diam. poll. 60. 2', plan. 2846. 4'.
altit. 120. 4'.

113856
56928
28464

solid. 342706. 5'. 6".

Cub. 34|27|06. 5'. 6".

5. 4. 5. 1. 2 $\frac{5}{7}$.
V. O. Qr. M. Qd.

Aliud exemplum. Quæritur soliditas, & capacitas cylindri, cuius basios diameter poll. 38. 5': altitudo, poll. 67. 7'. Diameter in cyclica planum habet, 1164. 2': qui per altitudinem multiplicatus, facit soliditatem cub. 78816. 3'. 4": qui constituunt Vehem 1, Ohm. 1, Quartal. 17. Mens. 2. Quadr. 2 $\frac{1}{7}$

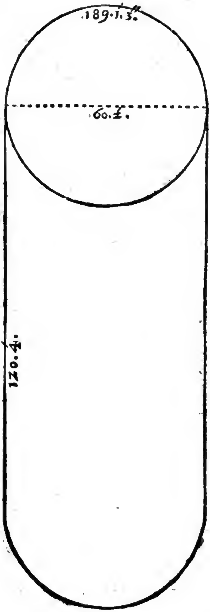
Diam. poll. 38. 5', plan. 1164. 2'.
altitudo 67. 7'.

81494
81494
69852

solidit. 78816. 3'. 4".

Cub. 7|88|16. 3'. 4".

1. 1. 17. 2. 2 $\frac{1}{7}$.
V. O. Qr. M. Qdr.



Aliud exemplum. Eſto poculum cylindraceum, cuius baſios diameter poll. 2. 7′: altitudo, poll. 3.8′. Quæritur ſoliditas, & capacitas. Diameter in cyclica planum habet, 5.7′.2″.5‴: (nam diametro parua exſiſtente, planities e canone ſatis præciſe tranſcribenda) qui cum altitudine facit ſoliditatem cub. 21.7′.5″.5‴. qui ſunt quadrant. 0.—

Diam. poll. 2.7′. plan. 5. 7′. 2″. 5‴.—
altit. 3. 8′.
4 5 8 0 0
1 7 1 7 5
ſolid. 21.7′.5″.5‴.0⁗.

Exemplum aliud. Quæritur ſoliditas, & capacitas fiſtulæ cylindraceæ, cuius baſios diameter poll. 3.9′: altitudo, poll. 336.0′. Diametro poll. 3.9′. in tabella circulari reſpondet planities, 11.9′.4″.6‴.— quæ cum altitudine poll. 336.0′, facit ſoliditatem cuborum 4013.8′.5″.6‴: qui ſunt Quartal. 8, Menſ. 0. Qdr. 0½.—

Diam. poll. 3.9′, plan. 11.9′.4″.6‴.—
altitud. 3 3 6
7 1 6 7 6
3 5 8 3 8
3 5 8 3 8
ſolid. 4013.8′.5″.6‴.

Cub. 40|13.8′.5″.6‴.
5
8. 0. 0½.—
Qr. M. Qd.

CAPVT X.

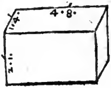
De ſtereometria Pyramidis, baſi ordinata.

Baſis pyramidis, vel eſt triangula, vel triangulata. Eius igitur planities e cap. 6, 7, vel 8 inquiritur: & per trientem altitudinis ipſius pyramidis multiplicatur. Vnde ſoliditas prodit quæſita. Vel, quod eodem recidit, triens planitiei per totam altitudinem multiplicatur: aut, tota planities per totam altitudinem, tumq; facti triens ſoliditas eſt.

Exempla.

Poculum eſto pyramidale, baſi octangula ordinata. Latus baſios in-

nenitur poll. 1.2': perpendicularis a centro in latus, poll. 1.4'. Dimidium ambitus, seu quatuor latera, constant pollicibus 4.8': qui cum perpendiculari 1.4'. exhibent basios planitiem, poll. 6.7'.2''. Altitudo tota est poll. 6.3': cuius tertia pars, nimirũ 2.1', per planũ 6.7'.2'', multiplicata, facit soliditatem cub. 14.1': qui sunt quadrant. 0$\frac{1}{2}$.—





poll. 1. 2'. latus.
4. numer. later. dimid.
4. 8'. semiperimeter.
1. 4'. perpendicularis.
1 9 2
4 8
6. 7'. 2''. planus basios.
2. 1'. triens altitudinis.
6 7 2
1 3 4 4
1 4. 1'. 1''. 2'''. soliditas.

Aliud exemplum. Quæritur pyramidalis poculi soliditas & capacitas, basi sexangula: vbi latus inuenitur poll. 2.3': perpendicularis ad latus, poll. 2.0'—: semiperimeter, poll. 6.9': altitudo pyramidis, poll. 8.5'. Heic semiperimeter cum perpendiculari, facit planitiem basios, poll. 13.8'. Et quoniam altitudo poll. 8.5', commode in tres partes diuidi nequit; triens basios per totam altitudinem multiplicatur: vt soliditas surgat, cub. 39.1': qui sunt Quadr. 1$\frac{1}{4}$—. Vel basis tota, per totam altitudinem multiplicatur: vnde soliditas triplex oritur, cub. 117.3': quorum tertia pars vera est pyramidis datæ soliditas.

poll. 2. 3'. latus.
3. numerus laterum dimid.
6. 9'. semiperimeter.
2. perpendicularis.
1 3. 8'. planus basios.
4. 6'. triens basios,
8. 5'. tota altitudo.

2 3 0
3 6 8

3 9.1′.0″. ſoliditas.
Vel:
1 3.8′. planus baſios.
8.5′. tota altitudo.

6 9 0
1 1 0 4

1 1 7. ′.0″. ſoliditas triplex.
3 9.1′.0″. ſoliditas vera.

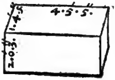
CAPVT XI.

De Coni ſtereometria.

PLanus baſios coni, per trientem altitudinis multiplicatus, ſoliditatem coni aperit. Inuenitur autem planus in tabella cyclica, e regione cuiuſlibet diametri.

Exempla.

Quæritur ſoliditas & capacitas poculi conici, cuius baſios diameter poll. 2.9′ altitudo, poll. 6. 1′. Baſios diameter poll. 2.9′, in cyclico planam aream exhibet 6.6′.0″. 5‴.—— quæ per altitudinis trientem, nimirum 2. 0′. 3″. 3‴.—— facit ſoliditatem cub. 13.4′ —— qui ſunt Quadr. $0\frac{1}{2}$.——





poll. 6. 6′. 0″. 5‴. plan. baſios.
2. 0′. 3″. 3‴. triēs altitud.

1 9 8 1 5
1 9 8 1 5
1 3 2 1 0

13.4′. 2″. 7‴. 9⁗. 6. 5. ſoliditas.

Exem-

Exemplum aliud. Conicum esto poculum: cuius basios diameter poll. 4. 2′: altitudo, poll. 1 1.7′. Heic basios diameter poll. 4.2′, in circulari tabula planitiē suppeditat 1 3.8′. 5″. 4‴. —— quæ cum tertia altitudinis parte, 3.9′, facit soliditatem cuborum 5 4.0′. —— qui sunt Quadr. 1 ¼

poll. 1 3. 8′. 5″. 4‴. planus basios.
3. 9′. triens altitudinis.

1 2 4 6 8 6
4 1 5 6 2

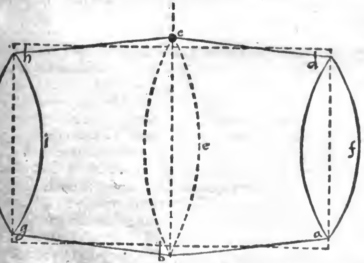
5 4.0′. 3″. 0‴. 6⁗. soliditas.

CAPVT XII.

De Coni curti, seu cupæ vinariæ stereometria.

Cupa vinaria alia Simplex est, vt a b c d, cui vna basis lignea: alia Geminata, vt a b g h c d, cui duæ bases ligneæ.

Praxis autem geodæsiæ cuparum fere septimembris exsistit.



1. Diameter maioris basios b c, regula cubimetrica quam accuratissime exploratur; & planities eius è cyclico canone mutuata, in abacum refertur.

2. Diameter minoris basios a d, vel g h, itidem exploratur, eiusq; planities e cyclico sumta priori subiicitur. Vbi, si in cupa geminata basium minorum diametri a d, & g h, parum inæquales deprehendantur, mediatrice regula æquantur: hoc est, differentiæ dimidium minori diametro adiicitur.

3. Areæ basios maioris & minoris componuntur, ac rursus bisecantur: vt prodeat area basios æquatæ.

4. Diametri basios maioris & minoris coniunguntur, ac denuo bisecantur: vt innotescat diameter æquata.

5. Area diametri æquatæ, transsumta e cyclico, subscribitur areæ basios æquatæ.

6. Differentia arearum diametri æquatæ, & basios æquatæ subductione minoris a maiori elicitur: & huius differentiæ pars tertia ad aream diametri æquatæ adiicitur: vt area surgat conocylindrica, seu cylindracea area conice correcta.

7. Area conocylindrica multiplicatur per cupæ altitudinem, quæ est a basi a f d, ad basin b e c, in cupa simplici; vel a basi a f d, ad basin g i h, in cupa geminata. Vbi detrahenda lignearum basium crassities; & asserum ad easdem bases prominentia: si cupæ dimensio forinsecus fuerit instituta. Sic tandem soliditas cupæ quæsita producitur.

Exempla.

Esto cupa simplex: cuius basios maioris diameter, poll. $30.3'$: minoris diameter, poll. $25.1'$: altitudo, poll. $26.0'$. Quæritur soliditas, & capacitas.

1. Area diametri poll. $30.3'$, in cyclico canone inuenitur $721.0'.9''.5'''.5''''.0^{v}.0^{vi}.5^{vii}$. Sed in cuparum geodæsia fere prima canonis scrupula sufficiunt; nisi summa accuratio desideretur: ideoque heic pro nouem secundis, dimidiatum primum excedentibus, vnum primum subrogari potest, cum detractionis signo, quia superfluum quiddam adsumtum est.

2. Area diametri poll. $25.1'$, inuenitur $494.8'.2''.8'''.8''''.0^{v}.3^{vi}.6^{vii}$. vbi similiter in primis scrupulis adquiescendum, cum additionis signo, quia parum quid, dimidiato primo minus, neglectum est.

3. Coniunctæ hæ areæ, sunt $1215.9'$: quarum dimidium est $608.0'$— area basios æquatæ.

4. Diametri, maior, minorque, compositæ, sunt poll. $55.4'$: dimidium est $27.7'$, diameter æquata.

5. Aream diametri æquatæ cyclicus exhibet $602.7'$—

6. Area

6. Area 602.7′, detracta areæ 608.0′, relinquit differentiam 5.3′: cuius triens 1.8′—, additus areæ 602.7′, producit 604.5′, basin conocylindricã.

7. Inuenta conocylindrica area 604.5′, per cupæ altitudinem poll. 26.0′. multiplicata, gignit cub. 15717.0′. datæ cupæ soliditatem: qui constituunt Ohmam 1, Qrt. 11, Mens. 1, Quadrant. 3.

Diametri maioris poll. 30.3′ area 721.1′—
minoris poll. 25.1′ area [illegible]
55.4′ 121[illegible] basios compositæ.
608.0′. area basios æquatæ.
æquatæ poll. 27.7′ area 602.7′.—area diametri æquatæ.
5.3′. differentia.
1.8′—triens.
604.5′ area conocylindrica.
26.0′. altitudo cupæ.
362700
12090
15717.0′.0″. soliditas cupæ.

(2
Cub. 1|57|17.
55
1. 11. 1. 3.
O. Qr. M. Qd.

Aliud exemplum.

Esto cupa geminata; cuius basios maioris diameter, poll. 50.1′: minoris diameter, vtrinque par, poll. 42.7′: altitudo, poll. 86.2′.

Diametri maioris poll. 50.1′ area 1971.4′—
minoris poll. 42.7′ area 1432.1′—
92.8′. 3403.5′ area basios compositæ.
1701.8′ area basios æquatæ.
æquat. poll. 46.4′ area 1691.0′—area diametri æquatæ.
10.8′ differentia.
3.6′ triens.
1694.6′. area conocylindrica.
86.2′. altitudo cupæ.
33892
101676
135568
146074.5′.2″. soliditas.

2 2
Cub. 146|60|74.5′.2″.
6|55
2. 2. 12. 0. 2½.
V. O. Qr. M. Qd.

Aliud exemplum.

Esto conus curtus: cuius basios maioris diameter poll 9.8′: minoris, poll. 7.7′: altitudo, poll. 14.1′.

Diametri maioris 9.8′ area 75.4′.—
minoris 7.7′ area 46.6′.—
17.5′. 122.0′. area basios compositæ.
61.0′. area basios æquatæ.
æquat. 8.7′.5″ area 60.1′. area diametri æquatæ.
9′. differentia.
3′. triens.
60.4′. area conocylindrica.
14.1′. altitudo cupæ.
604
2416
604
851.6′.4″. soliditas.

(5
Cub. 8|51.6′.4″.
8
1. 2. 3½.
Qr. M. Qd.

In hoc exemplo diametri coniunctæ numerum habent imparem: ideoque dimidiatio, quæ in diametris semper accurate instituenda, pro semisse primi scrupuli, quinque secunda obtinet: vt diameter æquata sit poll. 8.7′.5″. Hęc diameter cum in cyclico præcise non exstet, area diametri proxime maioris 59.4′, & proxime minoris 60.8′, consideranda: ac differentiæ 1.4′, dimidium 7′, minori areæ 59.4′ adiiciendum, vt area proportionata 60.1′ eliciatur.

Exemplum aliud.

Esto poculum curticonicum: cuius basios maioris diameter, poll. 3.8′: minoris diameter, poll. 3.0′: altitudo, poll. 6.9′.

Diametri maioris 3.8′ area 11.5′.4″—
minoris 3.0′ area 7.0′.-″—
6.8′. 18.4′.1″ area basios compositæ.
9.2′.2″ area basios æquatæ.
æquatæ 3.4′ area 9.0′.8″—area diametri æquatæ.
1′.4″ differentia.
3″ triens.

9.1′.1″.

9. 1′. 1″ area conocylindrica.
6. 9′. altitudo.

8 1 9 9
5 4 6 6
6 2. 8′. 5″. 9‴. ſoliditas.
h. e. Qdr. 2 —

Hæc curticoni geodæſia, per æquationẽ cylindraceam conice correctã inſtituta, accuratiſſima eſt. Sed, vbi magna diametrorum inæqualitas non fuerit, vel altitudo non omnino magna; correctio hæc citra errorem negligi poteſt: tumq;, breuiſſimo labore, diametri æquatæ area, per curticoni altitudinem multiplicata, ſoliditas prodit. Primum igitur exemplum ſola æquatione ita tractatur:

Diameter maior, poll. 30.3′.
minor, poll. 25.1′.
55.4′.
æquata, poll. 27.7′ cuius area 602.7′.

(1
Cub. 1|56|70.2′.
|55|
1. 11. 1. 1½.
O. Qrt. M. Qdr.
Defectus ergo eſt
1½ quadrant.

26.0′. altitud.
361620
12054
15670.1′.0″. ſoliditas.

Alterum exemplum, ſola æquatione tractatum.

Diameter maior, poll. 50.1′.
minor, poll. 42.7′
92.8′
æquata, poll. 46.4′. cuius area 1691.0′.
86.2′. altitudo.
33820
10146
13528
145764.2′.0″. ſoliditas.

2 (2
Cub. 2|57|64.2′.
6|5|
2. 2. 11. 2. 0⅛
V. O. Qr. M. Qd.
Defectus ergo eſt
menſ. 2⅞.

Tertium exemplum, sola æquatione tractatum.

Diameter maior, poll. 9.8′.
minor, poll. 7.7′.
17.5′.
æquata, poll. 8.7′.5″. cuius area 60,1′.
14.1′. altitudo.

601
2404
601
847.4′.1″. soliditas.

(3
Cub. 8 | 47.4′.1″.
8 |

1. 2. 3$\frac{7}{7}$.
Qr. M. Qdr.
Defectus ergo
est Qdr. $\frac{1}{7}$

CAPVT XIII.

De Sphæræ stereometria.

AREa plana diametri sphæræ, adsumta e cyclico canone, in tres partes diuiditur: quarum duæ multiplicantur per diametrum ad sphæræ soliditatem producendum.

Exempla.

Quæritur soliditas & capacitas sphæræ, cuius diameter poll. 100.0′. Diameter poll. 100.0′ in cyclico planitiem habet 7854.3′—+— cuius duæ tertiæ ita quæruntur; 3 tertiæ sunt 7854.3′—+—: ergo 2 tertiæ sunt 5236.2′: quæ, multiplicatæ per diametrum 100.0′. faciunt soliditatem cub. 523620.0′. Constituunt autem hi cubi Vehes 8, Ohm. 4. Qrtal. 7, Mens. 0, Quadr. 3$\frac{2}{3}$.

3 sunt 7854.3′—+—: ergo 2 sunt 5236.2′.

2
—
2 2
2 5 7 0 8. 6′ (5236.2′: duæ tertiæ plani diametri.
3 3 3 3 3
100.0′: diameter.

523620.0′.0″. soliditas.

Cubi

4 (1
Cubi 52|36'20.
6| 5|
8. 4. 7. 0. $3\frac{7}{8}$.
V. O. Qr. M. Qd.

Aliud exemplum, ſphæræ. cuius diameter poll. 21.3'.

Diametri poll. 21. 3' planities in cyclico reperitur 356. 3'. 4". —+— cuius duo trientes ſunt 237. 5'. 6": qui cum diametro 21. 3', conſtituunt cubos 5060.0'. 2". 8‴: qui æquant Quartalia 10, Menſ. 0, & Quadrant. 2——. 3 ſunt 356. 3'. 4". —+— ergo 2 ſunt 237. 5'. 6".

2
————
1111
71268
33333 (237. 5'. 6". duo trientes planitiei diametri.
21. 3'. diameter.
————
71268
23756
47512
————
Cub. 50|60.0'. 2". 8‴. ſoliditas.
5
10. 0. 2.
Qrt. M. Qdr.

CAPVT XIV.

Fabrica regulæ Cylindrimetricæ: pro uſu Reipubl. Francofurtenſis: præeunte cubimetrica artificioſa regula.

Cylindrimetricæ fabricam opuſculo ſtereometrico duplicem docemus: alteram, e cubimetrica, cap. 21: alteram e vaſe cylindraceo, cap. 22. E cubimetrica quidem & tyro, gnaua atq; induſtria manu cylindrimetricam adornare poterit. Qualem ſupra capite tertio delineauimus.

Habet autem ea faciem geminam: Altimetram,

qua altitudinem exploramus, A litera notatam: Basimetram, qua bases metimur, litera B expressam.

Altimetræ faciei partes æquales, cum cubimetrica (e nostra hypothesi) plane coincidunt. Harum Maiores, circulum, siue integri signum adscriptum habentes, mensuras altitudinis integras repræsentant: prima pars, vnam mensuram: altera, duas: tertia, tres: &c. Minores, ad ′, primorum scrupulorum signum, mensuræ cuiuslibet decimæ sunt, siue prima scrupula. Quæ vlterius in secunda, ob spatii angustiam, non diuisimus: sed oculis probe diiudicanda numerandaque commisimus.

Basimetræ faciei partes inæquales, cubimetricæ partibus seu pollicibus, in tyronum gratiam definiuimus. Maiores, ad signum integri, mensuras basios integras exhibent. Minores, ad ′, primorum scrupulorum signũ, mensuræ cuiuslibet decimæ sunt, seu prima scrupula. Sequentes, ad ″, secundorum scrupulorum signum, secunda sunt scrupula: quæ amplius in tertia non distinximus, ob interualli exiguitatem.

Integræ mensuræ basimetræ a tyrone ita regulę imprimi debent. Prima mensura, ad cubimetricæ nostræ artificiosę poll. 12.6′.2″: altera, ad poll. 17,8′.4″: tertia, ad poll. 21.8′.5″. &c. veluti sequitur:

Mensura.	Basis, in pollicibus quadratis.	Diameter, in pollicibus.				
		o	′	″	‴	⁗
o	o	o				
1	125	12	6	1	5	3
2	250	17	8	4	o	8
3	375	21	8	5	o	4
4	500	25	2	3	o	7
5	625	28	2	o	8	9
6	750	30	9	o	o	1
7	875	33	3	7	7	2
8	1000	35	6	8	1	7
9	1125	37	8	4	6	1
10	1250	39	8	9	3	4

Menſura.	Baſis, in pollicibus quadratis.	Diameter, in pollicibus.				
0	0	0	′	″	‴	⁗
11	1375	41	8	4	0	5
12	1500	43	7	0	1	0
13	1625	45	4	8	5	5
14	1750	47	2	0	2	5
15	1875	48	8	5	9	2
16	2000	50	4	6	1	6
17	2125	52	0	1	4	6
18	2250	53	5	2	2	6
19	2375	54	9	8	9	2
20	2500	56	4	1	7	8
21	2625	57	8	1	1	0
22	2750	59	1	7	1	4
23	2875	60	5	0	1	3
24	3000	61	8	0	2	6
25	3125	63	0	7	7	1
26	3250	64	3	2	6	1
27	3375	65	5	5	1	5
28	3500	66	7	5	4	4
29	3625	67	9	3	6	0
30	3750	69	0	9	7	4
31	3875	70	2	3	9	5
32	4000	71	3	6	3	4
33	4125	72	4	6	9	9
34	4250	73	5	5	9	8
35	4375	74	6	3	1	7
36	4500	75	6	9	2	4

Primorum scrupulorum mensuræ cuiuslibet basimetræ talis erit insertio, ad vsq. mensuram decimam:

Mensura.		Diamet. in pollicibus.			Mensura.		Diamet. in pollicibus.		
o		o	'	"	o		o	'	"
	1	3	9	9		5	19	9	4
	2	5	6	4		6	20	3	4
	3	6	9	1		7	20	7	3
	4	7	9	7		8	21	1	1
	5	8	9	2		9	21	4	8
	6	9	7	8	3	0	21	8	5
	7	10	5	6		1	22	2	1
	8	11	2	8		2	22	5	6
	9	11	9	7		3	22	9	1
1	0	12	6	2		4	23	2	6
	1	13	2	3		5	23	6	0
	2	13	8	1		6	23	9	3
	3	14	3	8		7	24	2	6
	4	14	9	2		8	24	5	9
	5	15	4	5		9	24	9	1
	6	15	9	6	4	0	25	2	3
	7	16	4	5		1	25	5	5
	8	16	9	3		2	25	8	5
	9	17	3	9		3	26	1	5
2	0	17	8	4		4	26	4	5
	1	18	2	8		5	26	7	5
	2	18	7	1		6	27	0	5
	3	19	1	3		7	27	3	4
	4	19	5	4		8	27	6	3

Mensura.		Diamet. in pollicibus.		
0		0		
	9	27	9	2
5	0	28	2	1
	1	28	4	9
	2	28	7	6
	3	29	0	4
	4	29	3	2
	5	29	5	8
	6	29	8	5
	7	30	1	1
	8	30	3	8
	9	30	6	4
6	0	30	9	0
	1	31	1	6
	1	31	4	0
	3	31	6	5
	4	31	9	0
	5	32	1	6
	6	32	4	1
	7	32	6	5
	8	32	8	9
	9	33	1	3
7	0	33	3	8
	1	33	6	1
	2	33	8	5
	3	34	0	9
	4	34	3	2

Mensura.		Diamet. in pollicibus.		
		0	1	
	5	34	5	4
	6	34	7	7
	7	34	9	9
	8	35	2	2
	9	35	4	5
8	0	35	6	8
	1	35	9	0
	2	36	1	3
	3	36	3	4
	4	36	5	6
	5	36	7	7
	6	36	8	9
	7	37	2	0
	8	37	4	1
	9	37	6	4
9	0	37	8	5
	1	38	0	6
	2	38	3	6
	3	38	4	7
	4	38	6	8
	5	38	8	8
	6	39	0	8
	7	39	2	9
	8	39	4	8
	9	39	6	9
10	0	39	8	8

In vnaquaque autem menſura decimam ſequente, prima ſcrupula ſibi inuicem fere æqualia deprehenduntur. Ideoq; cuiuſlibet menſurarum iſtarum ſpatio in decem æquas partes ſecto, primorum ſcrupulorum loca inuenta ſunt.

Secundorum ſcrupulorum ita habebit ſitus:

Menſura. °	′	″	Diamet. in pollicibus. °	′	″
		1	1	2	6
		2	1	7	8
		3	2	1	9
		4	2	5	2
		5	2	8	2
		6	3	0	9
		7	3	3	4
		8	3	5	7
		9	3	7	8
	1	0	3	9	9
		1	4	1	8
		2	4	3	7
		3	4	5	5
		4	4	7	2
		5	4	8	9
		6	5	0	5
		7	5	2	0
		8	5	3	5
		9	5	5	0
	2	0	5	6	4
		1	5	7	8
		2	5	9	2

Menſura. °	′	″	Diamet. in pollicibus. °	′	″
		3	6	0	5
		4	6	1	8
		5	6	3	1
		6	6	4	3
		7	6	5	6
		8	6	6	8
		9	6	7	9
	3	0	6	9	1
		1	7	0	2
		2	7	1	4
		3	7	2	5
		4	7	3	6
		5	7	4	6
		6	7	5	7
		7	7	6	7
		8	7	7	7
		9	7	8	7
	4	0	7	9	7
		1	8	0	8
		2	8	1	8
		3	8	2	8
		4	8	3	

Menſura.			Diamet. in pollicibus.		
°	′	″	°	′	″
		5	8	4	6
		6	8	5	6
		7	8	6	5
		8	8	7	4
		9	8	8	3
	5	0	8	9	2
		1	9	0	1
		2	9	1	0
		3	9	1	8
		4	9	2	6
		5	9	3	5
		6	9	4	4
		7	9	5	3
		8	9	6	2
		9	9	7	0
	6	0	9	7	8
		1	9	8	6
		2	9	9	4

Menſura.			Diamet. in pollicibus.		
°	′	″	°	′	″
		3	10	0	2
		4	10	1	0
		5	10	1	8
		6	10	2	6
		7	10	3	4
		8	10	4	2
		9	10	4	9
	7	0	10	5	6
		1	10	6	4
		2	10	7	1
		3	10	7	8
		4	10	8	5
		5	10	9	2
		6	11	0	0
		7	11	0	7
		8	11	1	4
		9	11	2	1
	8	0	11	2	8

Hoc modo octo primis primæ menſuræ ſcrupulis in ſecunda diuiſis; ſequentium primorum ſpatia ſingula in decem partes æquales dirimenda, ad diametrum vſque duarum menſurarum. Proxima his, in quinque ſaltem partes, binas denotantes, ſecanda, ad octo menſurarum diametrum. Reliqua omnia, in duas, quinque ſcrupula ſecunda repræſentantes.

Tertiis quoque ſcrupulis nonnunquam eſt opus, ad dimenſiones baſium minutiorum accuratas. Infimum ergo ſecundorum ſegmentum ita in tertia ſcrupula ſubdiuidendum.

Menſura.				Diameter, in pollicibus.		
°	′	″	‴	°	′	″
			1		4	0
			2		5	6
			3		6	9
			4		8	0
			5		8	9
			6		9	8
			7	1	0	6
			8	1	1	5
			9	1	2	0
		1	0	1	2	6

Sequentia ſecundorum ſcrupulorum ſpatia ſingula in partes æquales duas, quinas ſignificantes, diſtinguenda; ad initium vſq; quarti vel quinti primorum ſcrupulorum. Reliqua vero ſecundorum interualla, cum ſatis exigua ſint, oculi potius acie, quam manu dirimenda.

CAPVT XV.

De vſu cylindrimetricæ regulæ: primum in dimetiendis cylindris.

Baſimetra regulæ parte, cylindri baſis; altimetra, eiuſdem altitudo, accurate examinantur. Hinc inuentæ menſuræ & ſcrupula, tum baſios, ſeu diametri, tum altitudinis inuicem multiplicantur. Vnde capacitas prodit cylindri dati, in menſuris, harumque ſcrupulis; quæ tandem facilime ad vſitata menſurarum genera, vehes, ohmas, quartalia, menſuras, & quadrantes, ſecundum doctrinam capitis 10, & 23 ſtereometriæ, reducuntur.

Exempla.

Exempla.

Esto cylindrus: cuius basiôs diameter, Mens. 8. 5'. 3": altitudo, Mens. 64. 2'. Heic diametri quidem mensuræ octo, & quinque prima scrupula, vt etiam altitudinis mensuræ, atque prima scrupula, regulæ ipsi actu impressa deprehenduntur: tria vero secunda diametri, actu non exstant, sed perspicacis oculi æstimatione numerantur. Multiplicatis porro diametro & altitudine, prodit capacitas, Mensurarum 547. 6'—: quæ cōstituunt Vehem 1, Ohm. 0, Quartal. 16, Mens. 3, Quadrant. $2\frac{1}{2}$.

8. 5'. 3". Diameter basios.
6 4. 2'. Altitudo.

1 7 0 6
3 4 1 2
5 1 1 8

5 4 7. 6'. 2". 6'''. Capacitas.

Mensur. 547. 6'. 3"—(Ohm. 6 (Veh. 1, Ohm. 0, Quart. 16, Mens. 3, Qdr. $2\frac{1}{2}$.

Aliud exemplum. Esto cylindrus: cuius basios diameter, Mens. 0. 9'. 5": altitudo, Mens. 20. 1'. 5". His inuicem multiplicatis, surgit capacitas Mensurarum 19. 1'—: quæ sunt Quartalia 4, Mens. 3, Quad. $0\frac{5}{8}$—.

2 0. 1'. 5". Altitudo.
9'. 5". Diameter.

1 0 0 7 5
1 8 1 3 5

1 9. 1'. 4". 2'''. 5''''. Capacitas.

Exemplum aliud. Quæritur capacitas cylindri, cuius basios diameter, Mens. 0. 0'. 9". 8''': altitudo, Mens. 6. 5'. 2". Inuenitur capacitas, Mensur. 0. 6'. 3". 8'''. 9''''. 6^v: hoc est, Quadr. $2\frac{2}{3}$.—

6. 5'. 2". Altitudo.
9". 8'''. Diameter.

5 2 1 6
5 8 6 8

6'. 3". 8'''. 9^{iv}. 6^v. Capacitas.

Capvt XVI.

De vſu cylindrimetricæ regulæ, in dimetiendis Curticonis, & Cupis.

PRiuſquam cuparum tyro adgrediatur geodæſiam, duo notet. Primum, cupæ geminatæ baſes minores duas eſſe: harumque diametros, ſi inæquales ſint, mediatrice regula æquandas. Deinde, cupam geminatam faſtigiatorum aſſerum ad baſes ligneas vtrinque prominentiam habere: ideoque de tota eiuſmodi cupæ altitudine, foris, non intus, dimenſa, binam illam prominentiam, nec non craſſitiem baſium lignearum, quæ & ipſa vni prominentiæ communiter æqualis iudicatur, ſubducendam eſſe.

Ceterum, geodæſia cuparum accuratiſſima quadrimembris eſt.

1. Capacitas diametri maioris minoriſq;, regulæ inſcripta, componitur, & biſecatur: vt prodeat diameter æquatę capacitatis.

2. Spatium, quo maior diametrus minorem excedit, mediatrice biſectũ, minori adiicitur: vt oriatur diameter æquatæ longitudinis.

3. Æquationis vtriuſque differentia in tres partes diuiditur: earumque vna longitudinis diametro adiicitur: vt correcta ſurgat diameter.

4. Diameter correcta, & altitudo cupę, inuicem multiplicantur: vt capacitas eliciatur.

Exempla.

Eſto cupa ſimplex: cuius baſios maioris diameter, Menſur. 11.2′.3″: minoris diameter, Menſ. 8.7′.4″: altitudo, Menſ. 37.7′. Quęritur capacitas: inueniturque, Menſurarum 375.5′.6″: quę ſunt Ohmę 4, Quartalia 13, Menſurę 3, Quadrantes 2$\frac{1}{4}$.

1. Compoſitæ diametri ſunt Menſ. 19.9′.7″: quarum dimidium, Menſ. 9.9′.8″.5‴, eſt diameter æquatæ capacitatis.

2. Diameter longitudinis ęquatę, mediatrice regula exceſſui maioris diametri applicata, incidere deprehenditur in Menſ. 9.9′.5″.—

3. Æquationis vtriuſq; differentia eſt 3″.5‴: cuius tertia pars, 1″.2‴—, longitudinis diametro 9.9′.5″, addita, conſtituit diametrum correctam 9.9′.6″.2‴.

4. Cor-

4. Correcta hęc diameter Mens. 9.9'.6''.2''', per altitudinem, Mens. 37.7', multiplicata, facit capacitatem, Mens. 375.5'.6''——

Praxis in abaco talis est:

Mens. 11. 2'. 3''. diameter maior.
8. 7'. 4''. diameter minor.

19. 9'. 7''.
9. 9'. 8''. 5'''. diameter æquatæ capacitatis.
9. 9'. 5''. 0'''. diameter æquatæ longitudinis.

3''. 5'''. differentia.
1''. 2'''.——triens.

9. 9'. 6''. 2'''. diameter correcta.
3 7. 7'. altitudo.

6 9 7 3 4
6 9 7 3 4
2 9 8 8 6
3 7 5. 5'. 6''. 7'''. 4''''. capacitas.

Mensuræ 375. 5'. 6''. (Ohm. 4, Qr. 13, M. 3, Qd. 2¼.

Exemplum aliud. Cupa geminata esto: cuius basios maioris diameter, M. 13. 2': minoris, M. 9. 9'. 8'': altitudo M. 78. 1'. 5''.

Mensur. 13. 2'. 0''. diameter maior.
9. 9'. 8''. diameter minor.

23. 1'. 8''.
11. 5'. 9''. diam. æquatæ capacitatis.
11. 5'. 4''. diam. æquatę longitudinis.

5''. differentia.
1''. 7'''——triens.

11. 5'. 5''. 7'''. diameter correcta.
7 8. 1'. 5''. altitudo.

```
        5 7 7 8 5
      1 1 5 5 7
    9 2 4 5 6
  8 0 8 9 9
  ---------------------------------
  9 0 3. 1′. 7″. 9‴. 5ⁱᵛ. 5ᵛ. capacitas.

        1(2|              5
  Mens. 9 0|3. 1′. 8″. —(Oh. 1 1(Veh. 1,   Oh. 5, Qr. 5, M. 3,
        8 8|              6.                         Qd. 0 1/4.
          4
```

Aliud exemplum. Quæritur capacitas poculi curticonici, cuius maioris basios diameter, Mens. 0. 0′. 7″. 5‴: minoris diameter, Mens. 0. 0′. 5″: altitudo Mens. 5. 2′.

```
Mens. 0. 0′. 7″. 5‴. diameter maior.
             5″. 0‴. diameter minor.
     -----------------
        1′. 2″. 5‴
             6″. 2‴. 5⁗. diameter æquatæ capacitatis.
             6″. 2‴. 0⁗. diameter æquatæ longitudinis.
             -----------------
                     5⁗. differentia.
                     1⁗. 7ᵛ — triens.
           -------------------
             6″. 2‴. 1⁗. 7ᵛ. diameter correcta.
                     5. 2′. altitudo.
      ----------------------
      1   2   4   3   4
    3 1   0   8   5
    ---------------------------
    3′. 2″. 3‴. 2⁗. 8ᵛ. 4ᵛⁱ. capacitas: h. e. Quadr. 1 1/4 —
```

Quod si cuparum stereometria non omnino exactissima desideretur; vbi nimirum basios maioris & minoris diametri parũ inæquales sunt: bimembris saltem geodesiæ praxis est. Prætermisso enim primo membro, sola longitudinis diametrorum per mediatricem regulam æquatio instituitur. Hinc, tertio neglecto membro, diameter æquata cum altitudine multiplicatur: vnde capacitas veræ propinqua prodit.

Primum igitur exemplum sola æquatione ita absoluitur:

Mens.

Menſ. 9. 9′. 5″.diameter æquatæ longitudinis.
3 7. 7′.altitudo.

6 9 6 5
6 9 6 5
2 9 8 5

3 7 5. 1.′ 1″. 5‴.capacitas. Defectus ergo eſt Quad. $1\frac{7}{8}$.

Alterum exemplum, ſola æquatione longitudinis diametrorum tractatum.

Menſ. 7 8. 1′. 5″.altitudo.
1 1. 5′. 4″.diameter æquatæ longitudinis.

3 1 2 6 0
3 9 0 7 5
7 8 1 5
7 8 1 5

9 0 1. 8′. 5″. 1‴. 0⁗. capacitas. Deficiunt igitur Menſura 1, Quadr. $1\frac{1}{4}$.

Tertium exemplum, ſola æquatione tractatum.

Menſ. 0. 0′. 6″. 2‴.diameter æquatæ longitudinis.
5″. 2′.altitudo.

1 2 4
3 1 0

3′. 2″. 2‴. 4⁗.capacitas. Deficiunt ergo menſ. 8⁗. 8″. &c.

CAPVT XVII.

Quomodo particula aliqua cylindrimetricæ regulæ, cuparum etiam maximarum capacitas indagari queat.

SI quis regulã optet cylindrimetricã exiguã, quę cõmode circũgeſtari poſſit: particulã aliquã ſupra delineatæ pro placito ſeligat: longitudinis, verbi gratia, decẽ pollicũ: in cuius anguſtiori vna parte altimetri pollices decẽ ſint deſcripti: in latiori gemina, priori quidem, primæ mẽſuræ ſcrupula, vltra ſextum primorum, & alterũ

secundorum; posteriori, sequentia ordine scrupula, vltra tertię mensurę quinctum primorum, & primum secūdorum: vt in cylindrimetricæ typo, capite 5 huius, videre est.

Hac regula quarumuis cuparum geodęsia modo sequenti absolui poterit. Cupę datę tum altitudo, tum basium diametri, vel filo aliquo denso, vel quauis regula, ęqualibus partibus secta, pręcise metienda. Altitudo inuenta, in parte altimetra regulę πυθμενικῆς numeranda: ingeminando æqualia pollicum, seu altitudinis mensurarum interualla, quoad opus est. Diametri vero, maior pariter, atque minor, in tot partes, filo quoties necesse videtur complicato, secanda, vt harum vnam regula proposita capere queat. Hinc segmentorum correcta diameter, veluti proximo capite monstratum est, inquirenda: & quadrato denominationis segmenti multiplicanda. Tandem factus hic, capæ altitudine vniuersa multiplicandus. Sicque vera cupæ propositæ inuenta est capacitas.

Exempla.

Esto hac regula dimetienda cupa, cuius diameter maior ter contineat longitudinem Mens. 0. 6'. 1": & minor eiusdem diameter itidem ter contineat longitudinem Mensur. 0. 4'. 7": altitudo autem deprehensa sit Mens. 5 1. 5'. Heic segmentorum, quæ tertiæ datarum diametrorum partes sunt, correcta diameter inuenitur Mens. 0. 5'. 3". 8"': quæ, denominationis tertiariæ quadrato, nimirum nouenario, multiplicata, producit diametrum correctam integram datæ cupæ basium, Mens. 4. 8'. 4". 2"'. Hæc denuo per altitudinem multiplicata, exhibet capacitatem quæsitam Mens. 249. 3'. 6".

Mens. 0. 6'. 1". diametri maioris triens.
4'. 7". diametri minoris triens.

1. 0'. 8".
5'. 4". diameter æquatæ capacitatis.
5'. 3". 7"'. diameter æquatæ longitudinis.

3"'. differentia.
1"'. triens.

5'. 3". 8"'. diametri correctæ triens.
9 quadratum denominationis tertiariæ.

4. 8'.

4. 8′. 4″. 2‴. diameter correcta & integra.
5 1. 5′. altitudo totius cupæ.

2 4 2 1 0
4 8 4 2
2 4 2 1 0

2 4 9. 3′. 6″. 5‴. 0⁗. capacitas.

Idem exemplum, sola æquatione longitudinis diametrorum tractatum.

Cupæ modo propositæ diametri, maior & minor, filo dimensæ, primum longitudine æquandæ. Deinde pars æquatarum aliquota, regulam non excedens, seligenda; & quadrato denominationis segmenti multiplicanda. Tandem factus quoque hic per altitudinem totius cupæ multiplicandus.

Mens. 0. 5′. 3″. 7‴. triens diametri æquatæ longitudinis.
9. quadratum denominationis tertiariæ.

4. 8′. 3″. 3‴. diameter integra æquatæ longitudinis.
5 1. 5′. altitudo totius cupæ.

2 4 1 6 5
4 8 3 3
2 4 1 6 5

2 4 8. 8′. 9″. 9‴. 5⁗. capacitas. Deficiunt ergo Mens. 0. 4′. 6″. 4‴.

Aliud exemplum.

Mens. 2. 4′. 5″. diametri maioris $\frac{1}{5}$.
1. 7′. 6″. diam. minoris $\frac{1}{5}$.

4. 2. 1″.
2. 1′. 0″. 5‴. diameter æquatæ capacitatis.
2. 0′. 9″. 5‴. diameter æquatæ longitudinis.

1″. 0‴. differentia.
3‴. triens.

2. 0′. 9″. 8‴. diametri correctæ $\frac{1}{5}$
2 5. quadratum denominationis quinariæ.

1 0 4 9 0
4 1 9 6

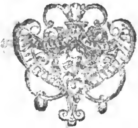
5 2. 4'. 5". 0'''. diameter correcta, & integra.
1 6 0. altitudo totius cupæ.

3 1 4 7 0 0 0
5 2 4 5

8 3 9 2. 0'. 0". 0'''. capacitas.

Menſ. 8 3 9 | 2. (Oh. 1 0 4 (Veh. 17, Ohm. 2, Qrt. 18.

Finis Compendii ad Tyrones.



NOVA

NOVA STEREOMETRIA VASORVM REGVLARIVM, CAPIENDIS LIQVORIBVS DESTINATORVM: E FVNDAMENTIS GEOMETRICIS deducta.

CAPVT I.

De integri stereometrici in decem partes continua Dissectione, diuersis gradibus ἀναλόγως instituenda, & in abaco Notanda.

VASORVM, quam explicandam suscipimus, stereometria, liquoris mensuram minimam, sed integram, veluti στοιχειῶδές τι καὶ ἀσύνθετον, considerat; qua dimensionibus propriæ soliditatis, longitudine, latitudine, atque altitudine constat. Hinc dati cuiuslibet vasis soliditatem, iisdem dimensionibus, ceu communi μέτρῳ distinctam, examinat: indeque capacitatem quæsitam rimatur.

Vt vero tum capacitas, quæ mensuræ numero exprimitur; tum soliditas, quæ pollicibus definitur, exactissime comprehendi queant: integra in partes findere minutiores necessum est. Integra hæc, in stereometricis nostris præcipue occurrentia, sunt, mensura liquoris famosa, pollex tantum longus, pollex quadratus, pollex cubicus. Quæ, licet in varias minutias seu fractiones diuidi possint: nos tamen

(ad vitandum minutias magni nominis, calculum facile turbantes, aut tardantes) integrum quoduis, hexacontadωn astronomicarum imitatione, in particulas diuersorum ordinum, cõtinua serie proportionales, diducimus: & hanc dissectarum partium ἀναλογίαν numero denario, multiplicationi & diuisioni expeditæ aptissimo, exprimimus. Sic igitur mensuram, sic pollicem longum, sic quadratum, cubicumque pollicem, primo in decem partes, quæ λεπτὰ. seu scrupula prima vocamus, distinguimus: rursus horum scrupulorum primorum singula in decem secunda: horum iterum singula in decem tertia: tertiorum quodlibet in decem quarta: & sic continua partitione, quoad vsus postulat, progredimur.

Ceterum stereometricos hosce numeros signis quibusdam distinctos exhibemus. Integrum quippe, sinistram versus collocatum, nomine suo plerumque exprimimus; vel circulo suprapositó notamus. Scrupula autem prima designamus, adfixa ad numeri verticem oblõga vna & inclinata virgula: secunda, duabus: tertia, tribus: &c.

Exempli caussa, mensuras vigintiquinque, scrupula tria prima, sex secunda, duo tertia, quatuor quarta, ita notamus: mens. $25.3'.6''.2'''.4''''$. Vbi $3'$ æquantur $\frac{3}{10}$: & $6''$ æquantur $\frac{6}{100}$: & $2'''$ æquantur $\frac{2}{1000}$: & $4''''$ æquantur $\frac{4}{10000}$: itemque coniunctim $3'.6''.2'''.4''''$ æquantur $\frac{3624}{10000}$. sectionis enim denariæ prima scrupula, partes integri sunt decimæ: secunda, centesimæ: tertia, millesimæ: quarta, decies millesima: quincta, centies millesimæ: sexta, millies millesimæ: septima, decies millies millesimæ: & sic deinceps.

Aliud exemplum. Pollices centum & duodecim, scrupulum vnum primum, septem secũda, nouem quarta, duo quincta, ita scribimus: poll. $112.1'.7''.0'''.9''''.2^{v}$.

Aliud. Pollices quadratos septuagintaocto, scrupula nouem secunda, vnum quartum, hoc modo notamus: poll. quadr. $78.0'.9''.0'''.1''''$.

Aliud. Cubicos pollices mille & quatuor, scrupula duo prima, sex quincta, ita notamus: poll. cub. $1004.2'.0''.0'''.0''''.6^{v}$.

Aliud. Integra (nomine carentia) vigintiquatuor, tria prima, quinque secunda, sic notamus: $24.3'.5''$. vel, signo circulari suprascripto integris, $24^{\circ}.3'.5''$.

Aliud. Nouem secunda scrupula, & octo sexta, ita scribimus: $9''.0'''.0''''.0^{v}.8^{vi}$.

Obser-

Obseruandum hoc loco est, stereometricum numerum quemlibet, continua διαλύσει, circulis adiectis, in infinitum propagari posse; notarum significantium nihil immutato valore. Sic enim pollex vnus, fragmentis etiam quamplurimis veluti comminutus, pollex tamen non nisi vnus est: & scrupula duo, ad quinctum, vigesimum, immo millesimum extensa gradum, duo saltem sunt scrupula. Siue igitur poll. 1. scribatur, siue poll. 1.0'.0''.0'''.0''''.0^v.0^vi.0^vii. &c. perinde omnino est: quia notarum significatio graduum vacuorum nec adiectione augetur, nec ablatione minuitur.

CAPVT II.

De Numeratione geodatica integrorum & scrupulorum.

Integra, hisque adhærentes decimæ, disiuncti sunt numeri: sed tamen in stereometricis supputationibus veluti vnus numerus continuus consideratur: calculumq; subeunt vulgarem additionis, subductionis, multiplicationis, & diuisionis. Hanc πραγματείαν signatura excipit numeri e duobus oblatis inuenti; huius loci propria. Generatim vero signum conueniens imprimitur notæ inuenti numeri extremæ versus dextram: vnde postmodum facilime notis vltimam præcedentibus signa sua, naturali serie ad integrum accedentia, tribui, & notæ ipsæ ad integra vsque punctis interstingui possunt.

Additio geodatica.

Numeri coniungendi eiusdem denominationis, perpendiculariter inuicem subscribuntur, & componuntur: signum autem summæ extrema versus dextram nota datis simile manet: vt sequitur.

9'	poll.	43.7'.9''.0'''.1''''.
6		120.5. 3. 0. 0.
1. 5'.		164.3'.2''.0'''.1''''.

Subtractio geodatica.

Heic quoque numeri similes, seu eiusdem speciei, a similibus auferuntur: & residui signum nota extrema datis itidem simile manet.

1.2′.	poll. 9.0′.6″.5‴.3⁗.8ᵛ.	poll. 70.0′.0″.0‴.
9	8.5.6. 2. 0. 9.	22.5. 0. 6.
3′.	5′.0″.3‴.2⁗.9ᵛ.	47.4′.9″.4‴.

Multiplicatio geodætica.

Multiplicatio vulgari ratione absoluitur. Signaturam quod attinet, facti extrema versus dextram nota, factorum suorum coniuncta gerit signa. Vbi notandum, vt etiam in ipsa diuisione, integri signum esse circulum, seu figuram nullum numerum significantem. Hinc ergo integrum cum integro, facit integrum: integrum cum primis scrupulis, facit prima; cum secundis, secunda: prima scrupula cum primis, faciunt secunda; cum tertiis, quarta: &c.

poll. 3 4.	poll. 1 2 3 4.5′.6″.4‴.	
1 2.	poll. 2 3.	
6 8	3.7 0 3.6 9 2	
3 4	2 4 6 9 1 2 8	
poll. 4 0 8	poll. 2 8 3 9 4.9′.7″.2‴.	
poll. 1 0 0 0	poll. 1 0 0	1. 2′. 3‴.
4⁗	2′	4. 5′.
4′.0″.0‴.0⁗.	poll. 2 0.0′.	6 1′ 5
		4 9 2
		5.5″.3‴.9⁗.

In his exemplis, pollices 34, per 12, faciunt poll. 408. nam 0, & 0, sunt 0. Sic poll. 1234.5′.6″.4‴, per 23, faciunt 28394.9′.7″.2‴: quia ‴ & 0, sunt ‴. Ita 1000, per 4⁗, faciunt 4′: hoc est, millies quatuor quarta scrupula, faciunt quatuor prima. Similiter poll. 100, per 2′, faciunt 20.0′: hoc est, centies duo prima scrupula faciunt viginti integra, &c.

Diuisio geodætica.

In stereometrica diuisione, numerus diuidendus, circulis versus dextram adiectis, quantum opus est, extenditur: quæ tamen graduum amplificatio diuidendi valorem nihil auget, vt e primo capite huius iam patuit; sed quoti saltem præcisioni inseruit. Hoc peracto, ipsum partitionis opus haud aliter, quam vulgo ab arithmeticis præcipi solet, instituitur.

Signa-

Signatura vero extremæ quoti notæ, meditationem aliquam peculiarem requirit: quam breuiter ita comprehendimus. Absoluta diuisione, vltima diuidendi ac diuisoris versus dextram signa ab inuicem deducuntur: &, si diuidendi signum diuisoris signo æquale, vel maius fuerit; signum a subductione reliquum extremæ quoti notæ versus dextram imprimitur: sin minus diuidendi signum extiterit; diuidendus numerus tot circulis augetur, quot vnitatibus signum constat a subtractione reliquum, vnde continuata diuisione productæ quoti notæ omnes integra sunt.

Exempla.

Pollices 100, diuisi per 25, quotum habent 4: nam circulus, siue signum integri, de 0, relinquit 0. Sed pollices 10, per 25 diuisi, quotum habent 4′: nam, peracta diuisione, 0 de ′, relinquit ′. Pollex 1, diuisus per 25, quotum habet 4″: nam 0 de ″, relinquit ″.

200 (4′. 25 — 10.0′. (4 25 — 1.0′.0″. (4″. 25

Aliud exemplum. Si diuidantur 84.0′.5″.2‴, per 5.1′: quotus habet 16.4′.8″: nam signum vltimæ diuisoris notæ ′, subtractum de signo vltimæ notæ diuidendi ‴, relinquit signum ″: proinde quoti extremæ notæ hoc ipsum signum suprascribitur: vnde necessario proxime antecedens nota primorum scrupulorum signum habet: & hanc antecedentes, integrorum signum.

Ds. 84.0′.5″.2‴. (16.4′.8″. poll. 1.0′.0″.0‴.0⁗.0ᵛ.0ᵛⁱ.0ᵛⁱⁱ.0ᵛⁱⁱⁱ.0ⁱˣ.
Dr. 5.1′. 12.6′.1″.5‴.3⁗. (7″.9‴.2ⁱᵛ.8ᵛ.

Exempla in quibus signum diuidendi minus est diuisoris signo.

Si diuidatur 1″ per 1⁗, quotus habet 100 integra: nam ″ de ⁗, relinquunt ″: quo signo innuitur, ad notam quoti 1, vel ad notam diuidendi 1″, duos circulos esse adponendos, hoc modo, 100, vel 1″.0‴.0⁗: eo quod signum diuidendi minus est diuisoris signo.

Ita 5′, diuisa per 1″, quotum habent 50: hoc est, vnum secundum scrupulum, in quinque primis quinquagies continetur.

Pariter, 1065 integra, diuisa per 2″.1‴.3⁗, quotum habent 50000: nã 0, de ⁗, relinquit ⁗: ideoq; ad quoti notam 5, vel ad notas diuidendi, quatuor circuli adiungendi.

Sic 1″, diuisum per 1‴′. 1ᵛ; quotum habet 90 ⟶, hoc est, 1⁗, 1ᵛ, in 1″ nonagies continentur; non tamen exacte, sed cum auctario aliquo, seu residuo a diuisione: vnde nonaginta integris, addendorum seu abundantiæ signum ⟶ adiicitur. Verum in his exemplis, vbi diuisor diuidēdum exacte non metitur; reliquum a partitione scrupulorum gradibus quousque libet augeri, & eiusdem pars quota, continuato diuisionis opere, indagari potest. Vt 1″ diuisum per 1⁗. 1ᵛ; quotum habet 90.9′.0″. ⟶

1″. 0. 0. (100.
1⁗

5′. 0. (50.
1″.

1 0 6 5°. 0. 0. 0. 0. 0. (50000.
2″. 1‴. 3⁗.

1″. 0‴. 0⁗. 0. (90 ⟶
1⁗. 1ᵛ.

1″. 0‴. 0⁗. 0ᵛ. 0ᵛⁱ. 0ᵛⁱⁱ. (90.9′.0″. ⟶
1⁗. 1ᵛ.

Reductio cuiuscunq; nominis minutiarum ad decimas.

Numerus minutiæ reducendæ, (quem numeratorem vulgo appellant) diuidendus est: cui tot circuli iunguntur, quot scrupulorum decimorum ordines in quoto expetuntur. Nomen minutiæ, diuisor est: qui semper integrum repræsentat. Quoti autem notarum signatura, e superioribus partitionis præceptis instituitur.

Exempli caussa: $\frac{3}{4}$ integri, seu $\frac{3}{4}$°, sunt 7′. 5″. Heic ternario, qui integri signum habet, circuli aliquot adiiciuntur, cum suis signaturis; hoc modo: 3°. 0′. 0″. 0‴. &c. Diuisione per 4° instituta, quotus inuenitur 7′. 5″. exacte.

3
3. 0. 0″ (7′. 5″.
4. 4

Aliud exemplum. $\frac{11'}{1400}$ integri, seu $\frac{11'}{1400}$°, sunt 7‴. 8⁗. 5ᵛ. 7ᵛⁱ ⟶. Quotus autem hic, quia residuum quid habet, cōtinuata diuisione, si opus sit, accuratius & scrupulose magis inuestigari potest.

1
2 8 2
1 1. 0′. 0″. 0‴. 0⁗. | 0ᵛ. 0ᵛⁱ. (7‴. 8⁗. 5ᵛ. 7ᵛⁱ. ⟶
1 4 4 4 4 | 0 0
1 1 1
9 3 2 0 3
1 1 7 8

Aliud

Aliud exemplum. Tres quartæ vnius decimæ, seu $\frac{3}{4}'$, quot sunt decimæ minutiorum ordinum? Diuisis 3'.0''.0''', per 4°; quotus habet 7''.5'''.

Exempla regulæ aureæ, seu numerationis proportionum, in terminis stereometricis.

Si mensuræ 240 constant cubis pollicaribus 32124.1'.9''.7''' : ergo mensura 1 constat cubis 133.8'.5''.

Heic cubi 32124°.1'.9''.7''', multiplicati per 1°, faciunt 32124°.1'.9''.7'''. Qui factus diuisus per 240, quotum habet 133°.8'.5''.0'''.—

```
  2 1
 8 9 0 2
3 2 1 2 4.1'.9''.7'''. (cub.133.8'.5''.0'''.—
2 4 4 4 4 4 4
  2 2 2 2 2
-------------
2 4 2 2 2 0
 7 7 9 2
   1 2
```

Aliud exemplum. Si cubi pollicares 133.8'.5'', constituunt mensuram 1: ergo cubi 234568, cõstituunt mensuras 1752.4': seu Veh. 3. Ohm. 3. Quartal. 18.

```
                              3
                            1(7
Ds. 2 3 4 5 68.0'.0''.0'''.(mens.17 5|2.4'. (Ohm.21.Quart.18.
 dr. 1 3 3.8'.5''.                8 8|
                                  4 4
```

Aliud. Si cubi pollicares 10.5', constituunt vnum poculum: ergo cubi 125, mensuram æquantes, constituunt pocula 11.9'.0''.—

Cubi mensuræ 1 2 5.0'.0''.0'''. (poc.11.9'.0''.—
poculi 1 0.5'.

Aliud. Differentia basium circularium pollicum quadratorum 2.8'.0''.4''', habet differentiam diametrorum 1': ergo differentia basium 1. 1'.4''.4'''.4'''', habet differentiam diametrorum 4''.0'''.8''''.—

Hoc loco poll. 1.1'.4''.4'''.4'''', multiplicantur per 1': & factus 1'.1''.4'''.4''''.4^v. diuiditur per 2.8'.0''.4''': vnde quotus emergit 4''.0'''.8''''.

1'.1''.4'''.4''''.4^v.0^{vi}.0^{vii}. (4''.0'''.8''''.
2.8'.0''.4'''.

CAPVT III.

De inuentione lateris numerorum quadratorum: ad stereometriam necessaria.

Quadrati lateris inuestigatio ad geodæsiam multanguli ordinati, & cylindrimetricæ regulæ fabricam; cubici ad cubimetricæ artificiosæ structuram, necessaria est. Vtramque igitur breuiter atq; perspicue in rudiorum gratiam hoc loco proponemus.

Quadratus numerus est, qui oritur e numero in seipsum multiplicato: vt 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100: &c. Latus seu radix quadrati, est numerus vnde quadratus oritur: vt 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10: & quiuis alius.

Analysis quadrati lateris tres potissimum praxeos suæ partes habet: distinctionem periodorum quadrati, numero propositi: praxin circa primam periodum: & praxin circa sequentes omnes periodos.

I. *Distinctio periodorum.*

Periodi distinguuntur a dextris sinistrorsum, singulæ binis gradibus seu figuris. Latus autem inuentum tot figuris constabit, quot fuerint periodi.

Vt: si quærendum sit latus numeri quadrati 6 7 7 6 1 2 9 6 1: periodi erunt quinque, & lateris quinque figuræ; hoc modo:

6|77|61|29|61.

II. *Praxis circa primam periodum.*

In prima periodo, quadrati maximi latus pro quoto adscribitur: & huius quoti quadratum subducitur a prima periodo.

Vt, in proposito exemplo, prima periodus habet 6: in quo duo quadrata continentur, 1, & 4: quorum maximi, nimirum 4, latus, videlicet 2 in quoto adnotatur: & huius quoti quadratum, 4, a primæ periodi numero subtrahitur: restantque 2: hoc modo:

2|
6|77|61|29|61 (2
4|

III. *Praxis*

III. *Praxis circa singulas periodos primam sequentes.*

1. Quotus vniuersus duplicatur: factusque, seu prima nota facti collocatur sub vltima figura datæ periodi, versus sinistram, pro diuisore.
2. Diuisore hoc diuiditur numerus suprascriptus: ita tamen, vt factus a quoto, & diuisore cum quoto adiuncto, non excedat suprascriptum: & hic diuisionis quotus, ad quoti notas prius inuentas adponitur.
3. Idem etiã quotus subiicitur primę figuræ huius periodi, versus dextrã.
4. Hoc postremum inuento quoto multiplicatur diuisor, cum adiecta quoti nota, veluti vnus numerus: & factus subducitur a suprascripto.

Sic omnes ordine periodi expediuntur.

Vt, in exemplo nostro, altera periodus habet 2|7 7.

Quotus ergo 2 duplicatus, nim. 4, ipsi 7 seu vltimæ figuræ huius periodi ppriæ subiicitur: eodem 4 numerus suprascriptus 27 diuiditur: quotus hic 6 in locum suum ad 2 prius inuenta transfertur: itidemque primæ figuræ periodi huius nim. 7. subiicitur: tandem, quoto 6 multiplicatur diuisor 4, cum adiuncta quoti nota 6, veluti vnus numerus 46: & factus 276, a suprascripto 277 subtrahitur: relinquitur 1: hoc modo:

```
2   1
6  77| 61| 29| 61
4  : :            (26
 : 46
 1 :6
 2 76
```

Tertia porro exẽpli nostri periodus habet 1|6 1. Quotus 26, duplicatus, 52, vltimæ figuræ 6 subiicitur: & quia diuisor 5 2 maior est diuidendo 16, circulus ad quoti locum reponitur, transitusq; fit ad proximam periodum.

```
2   1
6  77| 61| 29| 61
4  : :| : :       (260
 : 46| : :
 1 :6| : :
 2 76| : :
    5 20
```

Quarta periodus habet 161|29. Quotus 260, duplicatus, 520, vltimæ figuræ 2 subscribitur: eodem 520, numerus suprascriptus 1612 diuiditur:

```
        5 7 7 8 5
      1 1 5 5 7
    9 2 4 5 6
  8 0 8 9 9
  ---------------------------
  9 0 3. 1'. 7''. 9'''. 5''''. 5v. capacitas.
```

Menſ. 9 | 3. 1'. 8''. —(Oh. 11 (Veh. 1, Oh. 5, Qr. 5, M. 3, .Qd. 0¼.

Aliud exemplum. Quæritur capacitas poculi curticonici, cuius maioris baſios diameter, Menſ. 0. 0'. 7''. 5''': minoris diameter, Menſ. 0. 0'. 5'': altitudo Menſ. 5. 2'.

```
Menſ. 0. 0'. 7''. 5'''. diameter maior.
              5''. 0'''. diameter minor.
          --------------
          1'. 2''. 5'''.
              6''. 2'''. 5''''. diameter æquatæ capacitatis.
              6''. 2'''. 0''''. diameter æquatæ longitudinis.
              --------------
                       5''''. differentia.
                       1''''. 7v — triens.
              --------------
              6''. 2'''. 1''''. 7v. diameter correcta.
                       5. 2'. altitudo.
          --------------
          1   2   4   3   4
        3 1   0   8   5
        --------------
        3'. 2''. 3'''. 2''''. 8v. 4vi. capacitas: h.e. Quadr. 1. ¼
```

Quod ſi cuparum ſtereometria non omnino exactiſſima deſideretur; vbi nimirum baſios maioris & minoris diametri parũ inæquales ſunt: bimembris ſaltem geodeſiæ praxis eſt. Prætermiſſo enim primo membro, ſola longitudinis diametrorum per mediatricem regulam æquatio inſtituitur. Hinc, tertio neglecto membro, diameter æquata cum altitudine multiplicatur: vnde capacitas veræ propinqua prodit.

Primum igitur exemplum ſola æquatione ita abſoluitur:

Menſ.

Menſ. 9. 9'. 5''. diameter æquatæ longitudinis.
3 7. 7'. altitudo.

6 9 6 5
6 9 6 5
2 9 8 5

3 7 5. 1.' 1''. 5'''. capacitas. Defectus ergo eſt Quad. 1 $\frac{5}{7}$.

Alterum exemplum, ſola æquatione longitudinis diametrorum tractatum.

Menſ. 7 8. 1'. 5''. altitudo.
1 1. 5'. 4''. diameter æquatæ longitudinis.

3 1 2 6 0
3 9 0 7 5
7 8 1 5
7 8 1 5

9 0 1. 8'. 5''. 1'''. 0''''. capacitas. Deficiunt igitur Menſura 1, Quadr. 1 $\frac{1}{4}$.

Tertium exemplum, ſola æquatione tractatum.

Menſ. 0. 0'. 6''. 2'''. diameter æquatæ longitudinis.
5''. 2'. altitudo.

1 2 4
3 1 0

3'. 2''. 2'''. 4''''. capacitas. Deficiunt ergo menſ. 8''''. 8''. &c.

CAPVT XVII.

Quomodo particula aliqua cylindrimetricæ regulæ, cuparum etiam maximarum capacitas indagari queat.

SI quis regulā optet cylindrimetricā exiguā, quę cōmode circūgeſtari poſſit: particulā aliquā ſupra delineatæ pro placito ſeligat: longitudinis, verbi gratia, decē pollicū: in cuius anguſtiori vna parte altimetri pollices decē ſint deſcripti: in latiori gemina, priori quidem, primæ mēſuræ ſcrupula, vltra ſextum primorum, & alterū

secundorum; posteriori, sequentia ordine scrupula, vltra tertię mensurę quinctum primorum, & primum secũdorum: vt in cylindrimetricæ typo, capite 3 huius, videre est.

Hac regula quarumuis cuparum geodęsia modo sequenti absolui poterit. Cupę datę tum altitudo, tum basium diametri, vel filo aliquo denso, vel quauis regula, ęqualibus partibus secta, pręcise metienda. Altitudo inuenta, in parte altimetra regulę [illegible] numeranda: ingeminando æqualia pollicum, seu altitudinis mensurarum interualla, quoad opus est. Diametri vero, maior pariter, atque minor, in tot partes, filo quoties necesse videtur complicato, secandæ, vt harum vnam regula proposita capere queat. Hinc segmentorum correcta diameter, veluti proximo capite monstratum est, inquirenda: & quadrato denominationis segmenti multiplicanda. Tandem factus hic, cupæ altitudine vniuersa multiplicandus. Sicque vera cupæ propositæ inuenta est capacitas.

Exempla.

Esto hac regula dimetienda cupa, cuius diameter maior ter contineat longitudinem Mens. 0. 6'. 1": & minor eiusdem diameter itidem ter contineat longitudinem Mensur. 0. 4'. 7": altitudo autem deprehensa sit Mens. 51. 5'. Heic segmentorum, quæ tertiæ datarum diametrorum partes sunt, correcta diameter inuenitur Mens. 0. 5'. 3". 8"': quæ, denominationis tertiariæ quadrato, nimirum nouenario, multiplicata, producit diametrum correctam integram datæ cupæ basium, Mens. 4. 8'. 4". 2"'. Hæc denuo per altitudinem multiplicata, exhibet capacitatem quæsitam Mens. 249. 3'. 6".

Mens. 0. 6'. 1". diametri maioris triens.
4'. 7". diametri minoris triens.
1. 0'. 8".
5'. 4". diameter æquatæ capacitatis.
5'. 3". 7"'. diameter æquatæ longitudinis.
3"'. differentia.
1"'. triens.
5'. 3". 8"'. diametri correctæ triens.
9 quadratum denominationis tertiariæ.

4. 8'.

4.8'.4".2'''.diameter correcta & integra.
5 1. 5'.altitudo totius cupæ.

2 4 2 1 0
4 8 4 2
2 4 2 1 0
2 4 9.3'.6".5'''.0''''.capacitas.

Idem exemplum, sola æquatione longitudinis diametrorum tractatum.

Cupæ modo propositæ diametri, maior & minor, filo dimensæ, primum longitudine æquandæ. Deinde pars æquatarum aliquota, regulam non excedens, seligenda; & quadrato denominationis segmenti multiplicanda. Tandem factus quoque hic per altitudinem totius cupæ multiplicandus.

Mens. 0.5'.3".7'''.triens diametri æquatæ longitudinis.
9.quadratum denominationis tertiariæ.

4.8'.3".3'''.diameter integra æquatæ longitudinis.
5 1. 5'.altitudo totius cupæ.

2 4 1 6 5
4 8 3 3
2 4 1 6 5
2 4 8. 8'.9".9'''.5''''.capacitas. Deficiunt ergo Mens. 0.4'.6".4'''.

Aliud exemplum.

Mens. 2.4'.5". diametri maioris $\frac{1}{5}$.
1.7'.6". diam. minoris $\frac{1}{5}$.

4.2.1".
2.1'.0".5'''.diameter æquatæ capacitatis.
2.0'.9".5'''.diameter æquatæ longitudinis.

1".0'''.differentia.
3'''—triens.

2.0'.9".8'''.diametri correctæ $\frac{1}{5}$
2 5.quadratum denominationis quinariæ.

```
  1 0 4 9 0
  4 1 9 6
  ---------
  5 2. 4'. 5''. 0'''. diameter correcta, & integra.
      1 6  0. altitudo totius cupæ.
-----------
3 1 4 7 0 0 0
5 2 4 5
-----------
8 3 9 2. 0'. 0''. 0'''. capacitas.
```

```
         3
        (7|              42
   Mens. 839|z.(Oh. 104 (Veh. 17, Ohm. 2, Qrt. 18.
        388|             66
         44
```

Finis Compendii ad Tyrones.

NOVA

NOVA STEREOMETRIA VASORVM REGVLARIVM, CAPIENDIS LIQVORIBVS DESTINATORVM: E FVNDAMENTIS GEOMETRICIS deducta.

CAPVT I.

De integri stereometrici in decem partes continua Dissectione; diuersis gradibus ἀναλόγως instituenda, & in abaco Notanda.

VASORVM, quam explicandam suscipimus, stereometria, liquoris mensuram minimam, sed integram, veluti στοιχειῶδές τι καὶ ἀσύνθετον, considerat; qua dimensionibus propriæ soliditatis, longitudine, latitudine, atque altitudine constat. Hinc dati cuiuslibet vasis soliditatem, iisdem dimensionibus, ceu communi μέτρῳ distinctam, examinat: indeque capacitatem quæsitam rimatur.

Vt vero tum capacitas, quæ mensuræ numero exprimitur; tum soliditas, quæ pollicibus definitur, exactissime comprehendi queant: integra in partes findere minutiores necessum est. Integra hæc, in stereometricis nostris præcipue occurrentia, sunt, mensura liquoris famosa, pollex tantum longus, pollex quadratus, pollex cubicus. Quæ, licet in varias minutias seu fractiones diuidi possint; nos tamen

(advitandum minutias magni nominis, calculum facile turbantes, aut tardantes) integrum quoduis, hexacontadon astronomicarum imitatione, in particulas diuersorum ordinum, cõtinua serie proportionales, diducimus: & hanc dissectarum partium ἀναλογίαν numero denario, multiplicationi & diuisioni expeditæ aptissimo, exprimimus. Sic igitur mensuram, sic pollicem longum, sic quadratum, cubicumque pollicem, primo in decem partes, quæ λεπτὰ, seu scrupula prima vocamus, distinguimus: rursus horum scrupulorum primorum singula in decem secunda: horum iterum singula in decem tertia: tertiorum quodlibet in decem quarta: & sic continua partitione, quoad vsus postulat, progredimur.

Ceterum stereometricos hosce numeros signis quibusdam distinctos exhibemus. Integrum quippe, sinistram versus collocatum, nomine suo plerumque exprimimus; vel circulo suprapositо notamus. Scrupula autem prima designamus, adfixa ad numeri verticem oblõga vna & inclinata virgula: secunda, duabus: tertia, tribus: &c.

Exempli caussa, mensuras vigintiquinque, scrupula tria prima, sex secunda, duo tertia, quatuor quarta, ita notamus: mens. $25.3'.6''.2'''.4''''$. Vbi $3'$ æquantur $\frac{3}{10}$: & $6''$ æquantur $\frac{6}{100}$: & $2'''$ æquantur $\frac{2}{1000}$: & $4''''$ æquantur $\frac{4}{10000}$: itemque coniunctim $3'.6''.2'''.4''''$ æquantur $\frac{3624}{10000}$. sectionis enim denariæ prima scrupula, partes integri sunt decimæ: secunda, centesimæ: tertia, millesimæ: quarta, decies millesimæ: quincta, centies millesimæ: sexta, millies millesimæ: septima, decies millies millesimæ: & sic deinceps.

Aliud exemplum. Pollices centum & duodecim, scrupulum vnum primum, septem secũda, nouem quarta, duo quincta, ita scribimus: poll. $112.1'.7''.0'''.9''''.2^{v}$.

Aliud. Pollices quadratos septuagintaocto, scrupula nouem secunda, vnum quartum, hoc modo notamus: poll. quadr. $78.0'.9''.0'''.1''''$.

Aliud. Cubicos pollices mille & quatuor, scrupula duo prima, sex quincta, ita notamus: poll. cub. $1004.2'.0''.0'''.0''''.6^{v}$.

Aliud. Integra (nomine carentia) vigintiquatuor, tria prima, quinque secunda, sic notamus: $24.3'.5''$. vel, signo circulari suprascripto integris, $24^{\circ}.3'.5''$.

Aliud. Nouem secunda scrupula, & octo sexta, ita scribimus: $9''.0'''.0''''.0^{v}.8^{vi}$.

Obser-

Obſeruandum hoc loco eſt, ſtereometricum numerum quemlibet, continua διαλύσει, circulis adiectis, in infinitum propagari poſſe; notarum ſignificantium nihil immutato valore. Sic enim pollex vnus, fragmentis etiam quamplurimis veluti comminutus, pollex tamen non niſi vnus eſt: & ſcrupula duo, ad quinctum, vigeſimum, immo milleſimum extenſa gradum, duo ſaltem ſunt ſcrupula. Siue igitur poll. 1. ſcribatur, ſiue poll. 1. $0'$. $0''$. $0'''$. $0''''$. 0^{v}. 0^{vi}. &c. perinde omnino eſt: quia notarum ſignificatio graduum vacuorum nec adiectione augetur, nec ablatione minuitur.

CAPVT II.

De Numeratione geodatica integrorum & ſcrupulorum.

INtegra, hiſque adhærentes decimæ, diſiuncti ſunt numeri: ſed tamen in ſtereometricis ſupputationibus veluti vnus numerus continuus conſiderátur: calculumq; ſubeunt vulgarem additionis, ſubductionis, multiplicationis, & diuiſionis. Hanc πραγματείαν ſignatura excipit numeri e duobus oblatis inuenti; huius loci propria. Generatim vero ſignum conueniens imprimitur notæ inuenti numeri extremæ verſus dextram: vnde poſtmodum facilime notis vltimam præcedentibus ſigna ſua, naturali ſerie ad integrum accedētia, tribui, & notæ ipſæ ad integra vſque punctis interſtingui poſſunt.

Additio geodatica.

Numeri coniungendi eiuſdem denominationis, perpendiculariter inuicem ſubſcribuntur, & componuntur: ſignum autem ſummæ extrema verſus dextram nota datis ſimile manet; vt ſequitur.

$9'$	poll.	$43.7'.9''.0'''.1''''$.
6		120.5. 3. 0. 0.
$1.5'$.		$164.3'.2''.0'''.1''''$.

Subtractio geodatica.

Heic quoque numeri ſimiles, ſeu eiuſdem ſpeciei, a ſimilibus auferuntur: & reſidui ſignum nota extrema datis itidem ſimile manet.

1.2′.	poll. 9.0′.6″.5‴.3⁗.8ᵛ.	poll. 70.0′.0″.0‴.
9	8.5.6. 2. 0. 9.	22.5. 0. 6.
3′.	5′.0″.3‴.2⁗.9ᵛ.	47.4′.9″.4‴.

Multiplicatio geodetica.

Multiplicatio vulgari ratione absoluitur. Signaturam quod attinet, facti extrema versus dextram nota, factorum suorum coniuncta gerit signa. Vbi notandum, vt etiam in ipsa diuisione, integri signum esse circulum, seu figuram nullum numerum significantem. Hinc ergo integrum cum integro, facit integrum: integrum cum primis scrupulis, facit prima; cum secundis, secunda: prima scrupula cum primis, faciunt secunda; cum tertiis, quarta: &c.

```
poll.  3 4.          poll. 1 2 3 4.5′.6″.4‴.
       1 2.                   poll. 2 3.
       -----          ---------------------
       6 8             3 7 0 3 6 9 2
     3 4             2 4 6 9 1 2 8
poll.4 0 8           poll. 2 8 3 9 4.9′.7″.2‴.

poll. 1 0 0 0   poll. 1 0 0                    1. 2′. 3‴.
    4⁗                2′                           4. 5′.
------------------   --------                   ----------
4′.0″.0‴.0⁗.    poll. 2 0.0′.                   6 0 5
                                              4 9 2
                                              5′.5″.3‴.5⁗.
```

In his exemplis, pollices 34, per 12, faciunt poll. 408. nam 0, & 0, sunt 0. Sic poll. 1234.5′.6″.4‴, per 23, faciunt 28394.9′.7″.2‴: quia ‴ & 0, sunt ‴. Ita 1000, per 4⁗, faciunt 4′: hoc est, millies quatuor quarta scrupula, faciunt quatuor prima. Similiter poll. 100, per 2′, faciunt 20.0′: hoc est, centies duo prima scrupula faciunt viginti integra, &c.

Diuisio geodetica.

In stereometrica diuisione, numerus diuidendus, circulis versus dextram adiectis, quantum opus est, extenditur: quæ tamen graduum amplificatio diuidendi valorem nihil auget, vt e primo capite huius iam patuit; sed quoti saltem præcisioni inseruit. Hoc peracto, ipsum partitionis opus haud aliter, quam vulgo ab arithmeticis præcipi solet, instituitur.

Signa-

Signatura vero extremæ quoti notæ, meditationem aliquam peculiarem requirit: quam breuiter ita comprehendimus. Absoluta diuisione, vltima diuidendi ac diuisoris versus dextram signa ab inuicem deducuntur: &, si diuidendi signum diuisoris signo æquale, vel maius fuerit, signum a subductione reliquum extremæ quoti notæ versus dextram imprimitur: sin minus diuidendi signum exstiterit; diuidendus numerus tot circulis augetur, quot vnitatibus signum constat a subtractione reliquum, vnde continuata diuisione productæ quoti notæ omnes integra sunt.

Exempla.

Pollices 100, diuisi per 25, quotum habent 4: nam circulus, siue signum integri, de 0, relinquit 0. Sed pollices 10, per 25 diuisi, quotum habent 4′: nam, peracta diuisione, 0 de ′, relinquit ′. Pollex 1, diuisus per 25, quotum habet 4″: nam 0 de ″, relinquit ″.

200 (4. / 25	20.0′. (4 / 25	2.0′.0″. (4″. / 25

Aliud exemplum. Si diuidantur 84.0′.5″.2‴, per 5.1′: quotus habet 16.4′.8″: nam signum vltimæ diuisoris notæ ′, subtractum de signo vltimæ notæ diuidendi ‴, relinquit signum ″: proinde quoti extremæ notæ hoc ipsum signum suprascribitur: vnde necessario proxime antecedens nota primorum scrupulorum signum habet: & hanc antecedentes, integrorum signum.

Ds. 84.0′.5″.2‴. (16.4′.8″.
Dr. 5.1′.

poll. 1.0′.0″.0‴.0⁗.0^v.0^vi.0^vii.0^viii.0^ix.
12.6′.1″.5‴.3⁗. (7″.9‴.2^iv.8^v.

Exempla in quibus signum diuidendi minus est diuisoris signo.

Si diuidatur 1″ per 1‴, quotus habet 100 integra: nam ″ de ‴, relinquunt ″: quo signo innuitur, ad notam quoti 1, vel ad notam diuidendi 1″, duos circulos esse adponendos, hoc modo, 100, vel 1″.0‴.0⁗: eo quod signum diuidendi minus est diuisoris signo.

Ita 5′, diuisa per 1″, quotum habent 50: hoc est, vnum secundum scrupulum, in quinque primis quinquagies continetur.

Pariter, 1065 integra, diuisa per 2″.1‴.3⁗, quotum habent 50000: nã 0, de ⁗, relinquit ⁗: ideoq; ad quoti notam 5, vel ad notas diuidendi, quatuor circuli adiungendi.

Sic 1'', diuisum per 1'''. 1^v; quotum habet 90 +, hoc est, 1''', 1^v, in 1'' nonagies continentur; non tamen exacte, sed cum auctario aliquo, seu residuo a diuisione: vnde nonaginta integris, addendorum seu abundantiæ signum + adiicitur. Verum in his exemplis, vbi diuisor diuidendum exacte non metitur; reliquum a partitione scrupulorum gradibus quousque libet augeri, & eiusdem pars quota, continuato diuisionis opere, indagari potest. Vt 1'' diuisum per 1'''. 1^v; quotum habet 90.9'.0''. +

1''. 0. 0. / 1'''' (100. 5'. 0. / 1'' (50. 1 0 6 5°. 0. 0. 0. 0. / 2''. 1'''. 3'''' (50000.

1''. 0'''. 0''''. 0. / 1''''. 1^v (90 + 1''. 0'''. 0''''. 0^v. 0^{vi}. 0^{vii}. / 1''''. 1^v (90.9'.0''. +

Reductio cuiuscunque nominis minutiarum ad decimas.

Numerus minutiæ reducendæ, (quem numeratorem vulgo appellant) diuidendus est: cui tot circuli iunguntur, quot scrupulorum decimorum ordines in quoto expetuntur. Nomen minutiæ, diuisor est: qui semper integrum repræsentat. Quoti autem notarum signatura, e superioribus partitionis præceptis instituitur.

Exempli caussa: $\frac{3}{4}$ integri, seu $\frac{3°}{4°}$, sunt 7'.5''. Heic ternario, qui integri signum habet, circuli aliquot adiiciuntur, cum suis signaturis; hoc modo: 3°.0'.0''.0'''. &c. Diuisione per 4° instituta, quotus inuenitur 7'.5''. exacte.

3
3.0.0'' (7'.5''.
4.4

Aliud exemplum. $\frac{11}{1400}$ integri, seu $\frac{11°}{1400}$, sunt 7'''. 8''''. 5^v. 7^{vi} +. Quotus autem hic, quia residuum quid habet, cõtinuata diuisione, si opus sit, accuratius & scrupulose magis inuestigari potest.

1
2 8 2
1 1. 0'. 0''. 0'''. 0'''' | 0^v. 0^{vi}. | (7'''. 8''''. 5^v. 7^{vi}. +
1 4 4 4 4 | 0 0
1 1 1
9 8 2 0 8
1 1 7 0

Aliud

Aliud exemplum. Tres quartæ vnius decimæ, seu $\frac{3}{4}$', quot sunt decimæ minutiorum ordinum? Diuisis 3'.0''.0''', per 4°; quotus habet 7''.5'''.

Exempla regulæ aureæ, seu numerationis proportionum, in terminis stereometricis.

Si mensuræ 24 · constant cubis pollicaribus 32124.1'.9''.7''' : ergo mensura 1 constat cubis 133.8'.5''.

Hic cubi 32124°.1'.9''.7''', multiplicati per 1°, faciunt 32124°.1'.9''.7'''. Qui factus diuisus per 24°, quotum habet 133°.8'.5''.0'''.—

```
  2 1
 8 9 0 2
3 2 1 2 4.1'.9''.7'''. (cub.133.8'.5''.0'''.—
2 4 4 4 4 4 4
 2 2 2 2 2
----------
2 4 2 2 2 0
 7 7 9 2
  2 2
```

Aliud exemplum. Si cubi pollicares 133.8'.5'', constituunt mensuram 1: ergo cubi 234568, cõstituunt mensuras 1752.4': seu Vch. 3. Ohm. 3. Quartal. 18.

```
                          3
                         1(7
Di. 2 3 4 5 6 8.0'.0''.0'''.(mens.17 5|2.4'.(Ohm.21.Quart.18.
dr. 1 3 3.8'.5''.                 8 8|
                          44
```

Aliud. Si cubi pollicares 10.5', constituunt vnum poculum: ergo cubi 125, mensuram æquantes, constituunt pocula 11.9'.0''.—

Cubi mensuræ 1 2 5.0'.0''.0'''. (poc. 11.9'.0''.—
poculi 1 0.5'.

Aliud. Differentia basium circularium pollicum quadratorum 2.8'.0''.4''', habet differentiam diametrorum 1': ergo differentia basium 1. 1'.4''.4'''.4'''', habet differentiam diametrorum 4''.0'''.8''''.—

Hoc loco poll. 1.1'.4''.4'''.4'''', multiplicantur per 1': & factus 1'.1''.4'''.4''''.4^v. diuiditur per 2.8'.0''.4''': vnde quotus emergit 4''.0'''.8''''.

1'.1''.4'''.4''''.4^v.0^{vi}.0^{vii}. (4''.0'''.8''''.
2. 8'. 0''. 4'''.

CAPVT III.

De inuentione lateris numerorum quadratorum: ad stereometriam necessaria.

QVadrati lateris inuestigatio ad geodæsiam multanguli ordinati, & cylindrimetricæ regulæ fabricam; cubici ad cubimetricæ artificiosæ structuram, necessaria est. Vtramque igitur breuiter atq; perspicue in rudiorum gratiam hoc loco proponemus.

Quadratus numerus est, qui oritur e numero in seipsum multiplicato: vt 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100: &c. Latus seu radix quadrati, est numerus vnde quadratus oritur: vt 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10: & quiuis alius.

Analysis quadrati lateris tres potissimum praxeos suæ partes habet: distinctionem periodorum quadrati, numero propositi: praxin circa primam periodum: & praxin circa sequentes omnes periodos.

I. *Distinctio periodorum.*

Periodi distinguuntur a dextris sinistrorsum, singulæ binis gradibus seu figuris. Latus autem inuentum tot figuris constabit, quot fuerint periodi.

Vt: si quærendum sit latus numeri quadrati 6776 1 2961: periodi erunt quinque, & lateris quinque figuræ; hoc modo:

6|77|61|29|61.

II. *Praxis circa primam periodum.*

In prima periodo, quadrati maximi latus pro quoto adscribitur: & huius quoti quadratum subducitur a prima periodo.

Vt, in proposito exemplo, prima periodus habet 6: in quo duo quadrata continentur, 1, & 4: quorum maximi, nimirum 4, latus, videlicet 2 in quoto adnotatur: & huius quoti quadratum, 4, a primæ periodi numero subtrahitur: restantque 2: hoc modo:

2
6|77|61|29|61 (2
4

III. *Praxis*

III. *Praxis circa singulas periodos primam sequentes.*

1. Quotus vniuersus duplicatur: factusque, seu prima nota facti collocatur sub vltima figura datæ periodi, versus sinistram, pro diuisore.
2. Diuisore hoc diuiditur numerus suprascriptus: ita tamen, vt factus a quoto, & diuisore cum quoto adiuncto, non excedat suprascriptum: & hic diuisionis quotus, ad quoti notas prius inuen[...]s adponitur.
3. Idem etiã quotus subiicitur primæ figuræ huius periodi, versus dextrã.
4. Hoc postremum inuento quoto multiplicatur diuisor, cum adiecta quoti nota, veluti vnus numerus: & factus subducitur a suprascripto.

Sic omnes ordine periodi expediuntur.

Vt, in exemplo nostro, altera periodus habet 2|7 7.

Quotus ergo 2 duplicatus, nim. 4, ipsi 7 seu vltimæ figuræ huius periodi ꝓpriæ subiicitur: eodem 4 numerus suprascriptus 27 diuiditur: quotus hic 6 in locum suum ad 2 prius inuenta transfertur: itidemque primæ figuræ periodi huius nim. 7. subiicitur: tandem, quoto 6 multiplicatur diuisor 4, cum adiuncta quoti nota 6, veluti vnus numerus 46: & factus 276, a suprascripto 277 subtrahitur: relinquitur 1: hoe modo:

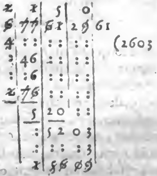
```
 2| 1
 6|77|61|29|61
 4| : :          (26
 :|46
 1| :6
 2|76
```

Tertia porro exẽpli nostri periodus habet 1|61. Quotus 26, duplicatus, 52, vltimæ figuræ 6 subiicitur: & quia diuisor 52 maior est diuidendo 16, circulus ad quoti locum reponitur, transitusq; fit ad proximam periodum.

```
 2| 1
 6|77|61|29|61
 4| : | : :      (260
 :|46| : :
 1| :6| : :
 2|76| : :
    5|2 0
```

Quarta periodus habet 161|29. Quotus 260, duplicatus, 520, vltimæ figuræ 2 subscribitur: eodem 520, numerus suprascriptus 1612 diuiditur:

quotus 3, prius inuentis quoti notis 260 adponitur; simulque primæ figuræ huius periodi, nim. ipsi 9. subiicitur: tandem quoto 3 multiplicatur diuisor 510, cum addita quoti nota 3, veluti vnus numerus 5103: & factus 15609, a suprascripto 16129 subducitur: relinquuntur 520: hoc modo:



Superest vltima periodus, quæ habet 520|61. Quotus 2603, duplicatus, 5206, vltimæ figuræ 6 subiicitur: eodem 5206 numerus suprascriptus 5206 diuiditur: quotus 1 notis reliquis quoti adiungitur; simulque primæ figuræ huius periodi, nim. ipsi 1 subiicitur: tandem quoto 1 multiplicatur diuisor 5206, cum addita quoti nota 1, veluti vnus numerus 52061: & factus 52061, a suprascripto 52061 subtractus, nihil facit reliquum: hoc modo:



Quare numerus propositus 677612961, vere quadratus est: eiusque latus 26031 quinque notis constat, quemadmodum ipse numerus quinque periodis

periodis. Quadrato igitur hoc latere, seu 26031 in seipsum ducto, prodit numerus propositus 677612961: quæ ἀναλύσεως rite peractæ δοκιμασία est.

26031 latus.
26031
26031
78093
156186
52062
677612961 Quadratus.

Aliud exemplum.

Quærendum esto latus quadratum numeri 86044176. Hic numerus quatuor constat periodis: idcoque radix eius quatuor notis constabit. Prima periodus est 86: in quo nouem quadrata continentur, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81: quorum maximi, scilicet 81, latus, nimirum 9, ad quotum scribitur: & huius quoti quadratum 81. a primæ periodi numero subtrahitur: restant 5.

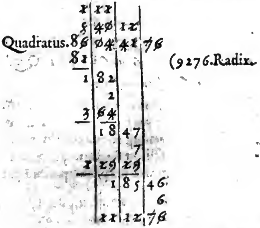
Altera periodus habet 5|04. Quotus 9 duplicatus, nim. 18, vltimæ propriæ huius periodi figuræ, scil. 0, subiicitur: eodem 18, numerus suprascriptus 50 diuiditur: quotus 2 in locum quoti notatur; itidemque primæ figuræ huius periodi, scil. 0, subiicitur: tandem quoto 2 multiplicatur diuisor, & quotus, 182: factusq; 364 a suprascripto 504 subducitur: relinquuntur 140.

Tertia periodus habet 140|41. Quotus 92. duplicatus, nim. 184, vltimæ figuræ 4 subiicitur; eodem 184, numerus suprascriptus 1404 diuiditur: quotus maior esse non potest, quam 7: (alias enim facti a quoto, & diuisore cum quoto adiuncto, nim. 14784, item 16641, excederent suprascriptum 14041:) hic ergo ad notas quoti prius inuentas scribitur; itidemque primæ figuræ huius periodi, scil. 4, subiicitur: tandem quoto 7, multiplicatur diuisor & quotus, 1847: factusque 12929, a suprascripto 14041 subtractus, relinquit 1112.

Vltima periodus habet 1112|76. Quotus 927 duplicatus, nim. 1854, vltimæ figuræ 7 subiicitur: eodem 1854, numerus suprascriptus 11127 diuiditur: quotus maior esse non potest, quam 6 (alias enim facti a quoto, & diuisore cum quoto adiuncto, nim. 129825, 14835,84, item 16669,41,

excederent ſupraſcriptum 111276.) hic ergo in quoti locum adnotatur; itidemque ſub primam huius periodi figuram 6 collocatur: tandem quoto 6. multiplicatur diuiſor & quotus 18546: factusq; 111276, a ſupraſcripto 111276 ſubductus, nihil relinquit.

Exemplum hoc in abaco tale eſt:



Inuentio lateris numeri non exacte quadrati.

Si datus numerus vere quadratus non eſt, latus numero explicabile verum inueniri nequit: ſed ſaltem vero propinquum, cum aliquo reſiduo: quod reſiduum maius eſſe non poteſt, quam duplum lateris inuenti: Satis tamen præciſe radix veræ propinqua numeri non quadrati, ſequenti modo inueſtigatur.

1. Numero propoſito non quadrato, verſus dextram tot circulorũ paria adduntur, quot ſcrupulorum ordines ad radicis accurationem deſiderātur.

2. Inde latus quadratum extrahitur, neglecto prorſus reſiduo.

3. Hinc inuenti lateris notæ ſignaturam ortus ſui ſequuntur: ideoq; ſingulæ integrorũ periodi, numeri propoſiti, ſingula radicis integra exhibent: ſequentes autem ſcrupulorum periodi, ſcrupula radicis ordine ſuppeditant; prima integris ſuccedens periodus prima ſcrupula; altera, ſecunda: & ſic deinceps; periodi cuiuſlibet pari ſigno dimidiato.

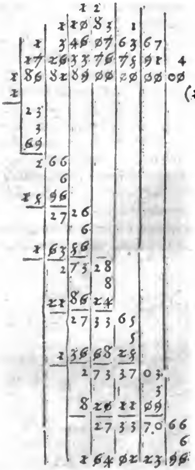
Exemplum.

Quæritur latus vero proximum, numeri non quadrati 1868289.

Hic

Hic numerus, cum sui similibus, surdus vocatur vulgo, & irrationalis: quia latus eius tam vero propinquum nunquam reperiri potest, quin vero propius possit inueniri: qua de caussa numero explicari nequit, sed solum per lineam: vt e geometricis liquet. Dato igitur numero aliquot circuli, scrupulorum locum explentes, numero pari, dextrorsum adponuntur; exempli gratia, quatuor paria; hoc modo: $1|86|82|89|0' \ 0''|0''' \ 0''''|0^{v} \ 0^{vi}|0^{vii} \ 0^{viii}$. Secatur numerus in quatuor periodos integrorum, totidemq; scrupulorũ: & latus ratione supra tradita quæritur: inuenitur que 1 3 6 6 8 5 3 6. Residuum vero 2 3 6 1 6 7 0 4. licet magnus numerus videatur, plane tamen negligitur; cum ne quidem vnum scrupulum quartum, seu decies millesimam integri partem, radici inuentæ possit addere. Porro quia integrorum periodi fuere quatuor: ob id radicis priores versus sinistram notæ quatuor integra sunt: reliquæ notæ scrupula, integris naturali serie succedenita, prima, secunda, tertia, quarta: hoc modo signãda: $1366.8'.5''.3'''.6''''$. — quæ denotant, mille trecenta sexaginta sex integra: & præterea vnius integræ partis ipsius inuenti lateris, octo scrupula decima prima, quinque secunda, tria tertia, sex quarta.

Exemplum hoc ita tractatur.



(1366.8'.5''.3'''.6'''' —

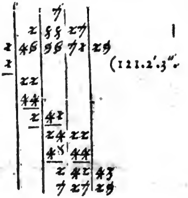
Dati igitur numeri surdi 1 8 6 8 2 8 9 radix veræ propinqua præcise satis inuenta est 1366.8'.5''.3'''.6'''' —. Quæ tamen præcisionis ratio in infinitum continuari posset, si opus videretur.

De radicibus scrupulorum quadratorum.

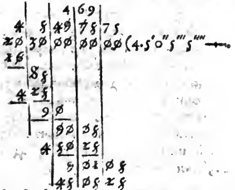
In radicum analysi, integra, vt modo docuimus, binarum notarum periodis distinguuntur, a dextris sinistrorsum pergendo. Similiter & scrupula

pula decima, siue integris adhæreant, siue sola sint, binarii signo, simplici, vel multiplici periodice clauduntur; a sinistris dextram versus. Quod si alicui scrupulorum periodo vna saltem nota, impari signo, obueniat; periodus illa imperfecta est, circuloque addito complettur: sin autem notæ illius vnicæ par sit signum, (quod primæ nonnunquam periodo accidere solet) perfecta tum nihilominus censetur periodus. Tandem e numero ita notato atque distincto latus extrahitur; & extractum signatur, vti supra.

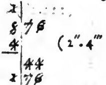
Exempli gratia: si radix quęrenda sit numeri 14696.7′.1″.2‴.9⁗. periodorum distinctio ita instituitur: 1|4 6|9 6|7′ .1″ .|2‴.9⁗. Latus autem inuenitur 121.2′.3″. hoc modo:



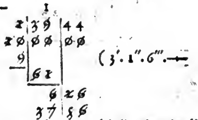
Aliud. Quæritur latus numeri 20.3′. Heic vna est integrorum periodus, 20: itemq; vna scrupulorum, 3′. sed imperfecta; ideoque circuli adiectione integranda, hoc modo: 20|3′.0″. Radix hinc surgit 4.5′.— quam tamen magis præcise licet eruere, quotuis circulorum paribus additis: vt sequitur.



Aliud. Inuestiganda esto scrupp. 5''''.7^{v}.6^{vi}.radix. Heic periodi scrupp. duæ sunt: prior, licet vnica constet nota, perfecta tñ est, quia signo clauditur binarii duplicis, ''''. Inuenta vero radix signa gerit parium scrupp. dimidiata: hoc modo:



Aliud Radix scrupuli vnius primi, si eliciẽda sit; period° circulo adiecto perficiũda; hoc modo, 1'.0''. & tũ radix extrahẽda: quæ ꝓdit 3'—+—: vel, magis scrupulose, 3'.1''.6'''.—+—



Analysis hæc ꝑ genesin ꝓbatur, h.e. ꝑ multiplicationẽ radicis in seipsam, & additionẽ residui: vt heic apparet. 3'. 1''. 6'''. radix.

	3'. 1''. 6'''.	
	1 8 9 6	
	3 1 6	
	9 4 8	
	9''.9'''.8''''.5^{v}. 6^{vi}.	quadratus verus.
	1. 4. 4.	residuum.
	1'.0''.0'''.0''''.0^{v}. 0^{vi}.	surdus.

Ca-

CAPVT IV.

De analysi lateris numerorum Cubicorum ad cubimetrica nostra regulæ artificiosæ fabricam necessaria.

Cubicus numerus est, qui oritur multiplicatione lateris in suum quadratū: vt 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000, &c. Latus seu radix cubi, est numerus vnde cubicus primo oritur: vt 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. & quiuis alius. Analysis cubici lateris (veluti & supra quadrati) tres habet praxeos suæ partes: distinctionem periodorum dati numeri: praxin circa primam periodū: & praxin circa sequentes omnes periodos.

I. *Distinctio periodorum.*

Periodi distinguuntur a dextris sinistrorsum, singulæ tribus gradibus, seu figuris. Latus autem inuentū tot figuris constabit, quot fuerint periodi.

Vt: si quærendum sit latus numeri cubici 74193890408. periodi erūt quatuor, & ideo lateris quatuor notæ; hoc modo: 74|193|890|408.

II. *Praxis circa primam periodum.*

In prima periodo cubi maximi latus pro quoto adscribitur: & huius quoti cubus subducitur a prima periodo.

Vt, in proposito exemplo, prima periodus habet 74: in quo quatuor cubi continentur, 1, 8, 27, & 64: quorum maximi, videlicet 64 latus, nimirum 4, ad quotum notatur: & huius quoti cubus 64, a primæ periodi numero subtrahitur: restantque 10: hoc modo:

```
10|
74|193|890|408
64|          (4
```

III. *Praxis circa singulas periodos, primam sequentes.*

1. Quotus vniuersus triplicatur: & facti prima nota subiicitur mediæ figuræ huius periodi propriæ; reliquæ deinceps sinistrorsum.
2. Hoc triplum quoto vniuerso multiplicatur: factique prima nota subiicitur vltimæ figuræ huius periodi, versus sinistram, loco inferiore quam triplum. Et hic numerus est diuisor.
3. Diuisore hoc diuiditur numerus suprascriptus: ita tamen, vt omnes lege subsequente facti a quoto suprascriptos non excedant. Et hic diuisionis quotus ad quoti notas prius inuentas adiungitur.

4. Hoc postremum inuento quoto multiplicatur diuisor: factusq; subiicitur diuisori.

5. Idem quotus postremo inuentus quadratur:(hoc est, in seipsum ducitur)& quadrato multiplicatur triplum quoti supra inuentum : facti huius prima nota subiicitur eidem triplo, seu mediæ notæ huius periodi.

6. Idē quotus postremo inuentus cubice multiplicatur: facti prima nota, subiicitur primæ notæ huius periodi, versus dextram.

7. Hi tres facti compositi, a numero suprascripto detrahuntur.

Sic omnes ordine periodi expediuntur.

Vt in exemplo dato, altera periodus habet 10|193. Quotus ergo 4, triplicatus, nim. 12, mediæ figuræ huius periodi propriæ, nim. 9, subiicitur. Idem triplum 12 quoto 4 multiplicatur: & factus 48, vltimæ figuræ huius periodi, nim. 1, subiicitur, versus sinistram, infra triplum: qui factus diuisor est. Hoc diuisore 48 diuiditur numerus suprascriptus 101: quotus autē diuisionis, scil. 2, in quoti locum transfertur. Hoc quoto 2, multiplicatur diuisor 48: factusque 96 diuisori subscribitur. Idem quotus 2 in seipsum ducitur: & facto 4 multiplicatur triplum quoti supra inuentum, scil. 12: factus hinc eidem triplo subiicitur. Sed idem etiam quotus 2 cubice multiplicatur: & cubus 8 primæ huius periodi notæ subiicitur, versus dextram. Tandem, hi tres facti 96, 48, & 8, adduntur: totumque 10088 a suprascripto 10193 subducitur: reliqua fiunt 105: hoc modo:

```
            10 |  05  |
            74 | 193  | 890 | 408
            64 |      |     |        (42
Triplum.       | 12   |     |
Diu.         4 | 8    |     |
             9 | 6    |     |
               | 48(8 |     |
            10 | 088  |     |
```

Tertia periodus habet 105|890. Quotus vniuersus 42 triplicatus, 126, mediæ figuræ 9 huius periodi propriæ subiicitur. Triplum 126, quoto vniuerso 42 multiplicatur: & factus 5292 vltimæ figuræ 8 subnotatur, pro diuisore. Hinc, diuisore 5292 diuiditur suprascriptus numerus 1058: verum, quia diuisor maior est diuidendo, circulus ad quoti locum reponitur: transitusque fit ad proximam periodum.

```
      10  05
      74|103 890|408(420
      64|
 Trip.  |12
 Diu. 4  8
      9  6
        |48(8
      10|0  8
Triplum. |    1 26
Diuisor. |529 2
```

Postrema periodus habet 105890|408. Heic quotus vniuersus 420. triplicatus, 1260, mediæ figuræ huius periodi propriæ, nim. 0, subscribitur, & notis sinistrorsum sequentibus. Triplum 1260, quoto vniuerso 420 multiplicatur: & factus 529200, vltimæ figuræ 4 subiicitur, pro diuisore. Hoc diuisore 529200, diuiditur suprascriptus 1058904: quotusque 2 in quoti locum reponitur. Hoc quoto 2, multiplicatur diuisor 529200: factusque 1058400 diuisori subiicitur. Idem quotus 2 quadratur: & quadrato 4 multiplicatur triplum 1260: factusq; 5040 triplo subiicitur. Quotus idemmet 2 cubice multiplicatur: & cubus 8 primæ huius periodi notæ 8 subscribitur. Postremo tres facti 1058400, 5040, & 8, adduntur: totum 105890408 a suprascripto 105890408 subtrahitur: nihilque relinquitur: hoc modo:

10 | 05 |

74 | 193 | 890 | 408 (4202.

64

Tripl. | 12

Diuis. 48

96

488

10088

Tripl. 126

Diuis. 5292

Tripl. 1260

Diuis. 529200

1058400

5040(8

105890408

Numerus igitur datus 74193890408 vere cubicus est: eiusq; latus 4202, in seipsum ductum, facit 17656804. quadratū lateris: qui quadratus, latere rursus multiplicatus, facit numerum cubicum 74193890408.

4202 Radix.

4202

8404

8404

16808

17656804 Quadratus.

4202

35313608

35313608

70627216

74193890408 Cubicus numerus.

Exemplum aliud.

Quærendum esto latus cubicum numeri 4607442944. Numerus hic quatuor constat periodis: ideoque & radix eius quatuor notis constabit. Prima periodus est 4: in quo numero vnus saltem cubus continetur, nim.

1. Huius

1. Huius cubi latus, scil. 1, ad quotum notatur: & cubus 1. a primæ huius periodi numero 4 subtrahitur: restantque 3.

Altera periodus habet 3|607. Quotus 1 triplicatus, nim. 3, subiicitur mediæ figuræ 0, huius periodi. Idē triplum 3, quoto 1 multiplicatur: & factus 3 vltimæ figuræ huius periodi, 6, subscribitur, loco inferiore quam triplum: qui factus diuisor est. Hoc diuisore 3 diuiditur numerus suprascriptus 361: ita tamen, ne postmodum facti a quoto, trium generum, suprascriptos suos excedant. Quotus autem hoc loco maior esse non potest, quam 6. Si enim 9 quoti loco sumatur; triplex inde factus erit 5859: si 8, factus erit 4832: si 7, factus erit 3913: qui omnes facti maiores sunt, dato numero diuidendo. Ideo quotus 6, in locum quoti notatur. Hoc quoto 6 multiplicatur diuisor 3: factusque 18 diuisori subiicitur. Idem quotus 6 quadratur; & quadrato 36 triplum 3 multiplicatur: factusque 108 triplo subiicitur. Quotus etiam 6 cubice multiplicatur: & cubus 216, primæ notæ huius periodi propriæ, nim. 8, subscribitur. Tandem facti tres, nim. a quoto & diuisore; a quadrato quoti, & triplo; cubus quoti, adduntur: totum 3096, a supra scripto 3607 subtrahitur: restantque 511.

Tertia periodus habet 511|442. Quotus 16, triplicatus, nim. 48, subiicitur mediæ figuræ huius periodi propriæ, 4. Idem triplum 48, quoto vniuerso 16 multiplicatur: & factus 768, vltimæ figuræ huius periodi 4 subscribitur, pro diuisore. Diuisore hoc 768, diuiditur numerus suprascriptus 5114. Licet vero 7 in 51, septies contineantur: quotus tamen hoc loco 7 esse non potest: nam facti ab eo 561463, suprascriptos suos 511442 excedunt. Pro quoto igitur 6 sumitur, & ad prius inuentas quoti figuras notatur. Hoc quoto 6, multiplicatur diuisor 768: factusque 4608 diuisori subiicitur. Idem quotus 6 quadratur: & quadrato 36, triplum 48 multiplicatur: factusque 1728 triplo subiicitur. Amplius quotus 6 cubice multiplicatur: & cubus 216, primæ huius periodi notæ, 2, subiicitur. Hi tres facti componuntur: & summa 478296, a suprascripto numero 511442 subducitur: restantque 33146.

Vltima piodus habet 33146|944. Quotus vniuersus 166 triplicatus, 498 subiicitur mediæ figuræ 4, huius piodi. Idē triplū 498, quoto vniuerso 166 multiplicatur: & factus 82668 vltimę huius periodi figurę 9 subiicitur, pro diuisore. Hoc diuisore 82668, diuiditur suprascriptus 331469: quotusque 4, in quoti locum reponitur. Hoc quoto 4 multiplicatur diuisor 82668:

factuſque 330672 diuiſori ſubiicitur. Idem quotus 4 quadratur: & quadrato 16, multiplicatur triplum 498: factuſque 7968 triplo ſubiicitur. Quotus idem 4 cubice multiplicatur: & cubus 64 primæ notæ huius periodi 4 ſubſcribitur. Tandem hi tres facti adduntur: totumque, nim. 33146 944. a ſupraſcripto detrahitur: & nihil relinquitur.

	33			
3	511	1 6		
4	607	442	944	(1664
1				
Tripl.	3			
Diuiſ.	3			
1	8			
1	08			
	216			
3	096			
Tripl.		48		
Diuiſ.	76	8		
	460	8		
	17	28		
		216		
	478	296		
Tripl.		4	98	
Diuiſ.	8	266	8	
	33	067	2	
		79	68	
			64	
	33	146	944	

Inuentio lateris, numeri non exacte cubici.

Si datus numerus vere cubicus non eſt, latus verum inueniri nequit, ſed tamen propinquum vero, cum aliquo reſiduo. Modus autem talem radicem ſatis præciſe inueniendi, eiuſmodi eſt.

1. Numero dato non cubico, verſus dextram, tot circulorum ternarii adduntur, quot ſcrupulorum ordines ad radicis præciſionem expetuntur.
2. Inde latus cubicum extrahitur, neglecto prorſus reſiduo.

3. Hine

5. Hinc inuenti lateris notæ signa ortus sui sequuntur: ideoque singulæ integrorum periodi, numeri propositi, singula radicis integra exhibent: sequentes autē scrupulorum periodi, scrupula radicis ordine suppeditant: prima integris succedens periodus, prima scrupula; altera, secunda: & sic deinceps; tertia parte signi postremi in qualibet periodo, pro signo inde deducti scrupuli adsumta.

Exemplum.

Quæritur latus vero proximū numeri non cubici 100000. Huic numero aliquot circulorum ternarii, scrupulorum locū explentes, dextrorsum adiunguntur; exempli caussa, tres ternarii, seu nouem circuli: hoc modo: 100|000.|0′.0″.0‴.|0⁗.0^{v}.0^{vi}.|0^{vii}.0^{viii}.0^{ix}. Secatur numerus in quinque periodos: & latus, modo iā supra explicato, quæritur: inuenīturq; 46415. Residuum vero 5741476625, licet magnus numerus esse videatur, negligitur tamen; quia ne millesimam integri partem lateri inuento addere potest: latus enim est 46.4′.1″.5‴. cum residuo illo 5741476625: quod residuum non constituit 1‴ partis integræ; alias radix foret 46.4′.1″.6‴. Ceterorū, quia integrum periodi fuerunt duæ: ob id radicis priores versus sinistrā notæ duæ, integra sunt: reliquæ notæ scrupula, integris naturali serie succedentia, prima, secunda, tertia: hoc modo signanda: 46.4′.1″.5‴.

Tractatio exempli in abaco talis est.

```
         5
        38 | 7   1
     2 | 102 | 243 | 4  6
    36 | 664 | 656 | 279 | 625
   100 | 000 | 000 | 000 | 000 (46.4′.1″.5‴. —+
    64
Trip.    | 12
Diui. 4  | 8
     28  | 8
      4  | 32
         | 216
     33  | 336
Tripl.   |   1 | 38
Diuis.   | 6348
      2  | 5392
         | 2208
         |     | 64
      2  | 561 | 344
Tripl.   |     | 1392
Diuis.   |  64 | 5888 (1
         |  64 | 602 | 721
Tripl.   |     |     | 13923
Diuis.   |   6461 6643
         | 32 308 321 5
         |      348075
         |            | 125
         |  32 | 311 | 862 | 378
```

Sic igitur dati numeri non cubici 100,000 radix cubica vera propinqua, satis præcise, & ὡς ἔγγιστα, inuenta est, 46.4′.1″.5‴. —+ Quæ tamẽ adhuc propinquior veræ inueniri potest; si plures circulorum ternarii dato numero adiiciantur, & analysis continuetur.

Aliud

Aliud exemplum, non cubici 13385082. 0'.

15
2 66 946
4 19 651 859
2 73 401 565 773 476
5 218 529 376 512 248 813 (237.4'.2".8'".3"".—

13 385 082 000 000 000 000 Latus cubi, decies mille mensurarum capacis: definitum vigesimis tertiis vlnæ Francofurtensis.

2
Tr. Diu. 1 2 6
3 6
54
27
4 167
Trip. 69
Diui. 158 7
1 110 9
33 81
343
2 245 053
Trip. 7 11
Diuis. 16 850 7
67 402 8
824 76
64
68 227 624
Trip. 71 22
Diui. 1 690 762 8
3 381 525 6
2 848 8 8
3 381 820 488

*Trip.			712	26	
Diuis.	169	104	769	2	
	1352	838	153	6	
		45	584	64	
				512	
	1352	883	738	752	
Trip.			7	122	84
Diuis.	16	911	616	555	2
	50	734	849	665	6
			64	105	56
					27
	50	734	923	776	287

De radicibus scrupulorum cubicorum.

In cubicorum laterum analysi, integra trium notarum periodis distinguuntur, a dextris sinistrorsum. Ita & scrupula decima, siue integris adhæreant, siue sola sint, ternarii signo, simplici, vel multiplici, periodice clauduntur. Quod si postremæ scrupulorum periodo, vna vel altera nota desit; imperfecta est periodus, cuius gradus circulis additis complentur. Sin vero primæ scrupulorum periodo, vna vel altera desit nota; perfecta tamẽ periodus iudicatur, quia signo clauditur ternario diuisibili. Tandem e numero sic notato, & distincto, latus extrahitur, & extractũ signatur, quemadmodum iam ante præcepimus.

Exempli loco: si latus inuestigandum sit numeri $9845.6'.7''.8'''.1''''$. periodi hoc modo distinguuntur: $9|845|6'7''8'''|1''''0^{v}0^{vi}$. Duæ videlicet integrorum sunt periodi: totidemque scrupulorum: sed postrema harum imperfecta, gemini additione circuli completur. Latus autem reperitur $21.4'.3''$ —

Aliud

```
          4 |
         45 |0 5 9|
 2 | 5 8 4 |3 3 4 8 9 3
 9 | 8 4 5 |6 7 8 | 2 0 0        (21.4'.3''.
 8 |
 --
       6 1
 1 | 2
 --  -----
           |6 3
   1 3 2   |3
   5 2 9   |2 (64
     1 0   |0 8
   5 3 9   |3 4 4
           |    6 4 2
       2 3 |7 3 8 8
       4 1 |2 1 6 4 (2 7
           |  5 7 7 8
       4 2 |2 7 4 2 0 7
```

Aliud exemplum. Quæritur cubica radix ſcrupulorum decimorum $7'''.8''''.5^{v}.4^{vi}.3^{vii}$. Heic tres ſunt periodi ſcrupulorum: prima, $7'''$. quæ, licet vnica conſtet nota, perfecta tamen eſt, quia ternarii ſigno clauditur. Altera periodus eſt $8''''.5^{v}.4^{vi}$. Tertia, notam vnam habens, imperfecta eſt; quoniam ſignum eius ternario exacte diuidi nequit: vnde duorum circulorum additione, compleri hæc periodus opus habet; hoc modo: $3^{vii}.\ 0^{viii}.\ 0^{ix}$. Notatio igitur numeri, & periodorum diſtinctio talis eſt: $7'''.|8''''.5^{v}.4^{vi}.|\ 3^{vii}.0^{viii}.0^{ix}$. Hinc latus elicitur $1'.9''.8'''$.

K

```
  |       1 |
 6| 9  9  5 | 9     8
 7| 8  5  4 | 3  0  0        (1'.9".8"'.
 2|         |
 —|    3    |
  | 3       |
 2| 7       |
 2| 4  3    |
  | 7  2  9 |
 5| 8  5  9 |
  | ------- |
  |         | 5  7
  | 1  0  8 | 3
  | 8  6  6 | 4.
  |    3  6 | 4  8
  |         | 5  1  2
  | 9  0  3 | 3  9  2.
```

Δοκιμασία huius ἀναλύσεως per γένεσιν cubicam, & additionem residui.

```
               1'.  9".  8"'.             Radix cubica.
               1'.  9".  8"'.
          ----------------------
           1    5    8    4
      1    7    8    2
      1    9    8
     -------------------------------
      3'.  9".  4"".  0v.  4vi.           Quadratus numerus.
               1'.  9".  8"'.
     -------------------------------
   3    1    3    6    3    2
3  5    2    8    3    6
3  9    2    0    4
-----------------------------------
7"'. 7"". 6v. 2vi. 3vii. 9viii. 2ix.      Cubicus numerus.
          9.   1.   9.   0.   8.          Residuum.
-----------------------------------
7"'. 8"". 5v. 4vi. 3vii. 0viii. 0ix.      Surdus.
```

CAPVT V.

Quid regula Stereometrica in genere. Quid Cubimetrica regula: deq; huius Rudiore fabrica, e quauis obuia sectione.

1. *Regula stereometrica est instrumentum directum, trina dimensione spatii monometri, regulariter figurati continuo sectum; denique, scrupulis sigillatim & ἀναλόγως subdiuisum: exquirendæ vasorum regulæ congruentium capacitati destinatum.*

Stereometria metricę artis pars est, de corpore metiendo. Licet autem vasorum non vniuersam corporaturam, sed interuallum vacuum dimetiri hoc nobis loco sit propositum: attamen, quia inane, suis constans dimensionibus, tanquam plenum consideratur; regulam appellare stereometricam libuit.

Definitur instrumentum directum: quia sola longitudine sua, non latitudine, nec altitudine, vasorũ dimensiones examinat. Forma additur: longitudinis sectio in eiusmodi partes, quæ triplicẽ dimensionem repræsentant spatii regulariter formati, quæ a liquoris mensura, tum simplici seu solitaria, tum cõposita, occupatur. Dimẽsiones nimirum solitarię mensurę, totius negotii stereometrici veluti radices ac fundamenta, pro figuræ cuiusq; modulo, initio regulæ cubationis interuentu imprimuntur. Hæ postmodum artificiose cõtinuantur: interuallis paribus, in cubimetrica; vel imparibus, in aliis omnibus. Quod luculẽter deinceps in speciali singularũ fabrica patebit. Cubimetrica enim cubi monometri dimensiones habet, longitudinis, latitudinis, & altitudinis: quæ oẽs æquales sunt: quia cubus rectangulũ est isoedrum, & ob id æquilaterum: e defin. 25, li. 11. Eucl. Hinc vno eodemq; latere in regula æquabiliter continuato, cubimetrica datorum vasorũ lõgitudinem, latitudinẽ, & altitudinem seorsim metitur: primo quidẽ ac per se: vasorum saltẽ rectangulorũ; secũdario aũt aliorũ quoq; regularium omniũ, ad rectanguli figurã reductorũ. Cylindrimetrica dimẽsiones gerit cylindri monometri; conimetrica coni monometri: lõgitudinis ac latitudinis, cõiunctim, parte basimetra; altitudinis, altimetra. Cylindrimetrica illa, quæ in specie triãgularis nuncupatur, cylindri monometri, ęqualis cum basios diametro altitudinis; sphęrometrica item, sphęrę monometrę, dimensionẽ triplicẽ, vniuersim & simul cõplectuntur: ideoq;

tres illas soliditatis dimensiones eiusmodi cylindrorum & quarumlibet sphærarum vnica applicatione patefaciunt. Continuatio autem segmenti monometri in cylindrimetrica & conimetrica, altimetri quidem, æquabilis est: basimetri vero, quadrata singularum mensurarum latera sequitur. In trigona cylindrimetrica, & sphærometrica, segmenti monometri continuatio cubicis mensurarum singularum radicibus instituitur. Quę cuncta, hoc loco nonnihil obscura, deinceps suis quæque capitibus rectius intelligentur.

Finis sequitur in definitione regulæ stereometricæ: qui duplex est: Internus, & Externus. Internus, est soliditatis spatii vacui vasorum regularium inquisitio: quam primo & per se regula præstat. Externus, est capacitatis vasorum eorundem, soliditatis comparatione atque interuentu, exploratio: quæ per se a regula non speranda, nisi secundario, reductione soliditatis ad mensuras. Hanc, ceu vltimum finem, quem per se hoc loco respicit Geodætes, & in quo tandem acquiescit, definitioni inseruimus. Distinguenda igitur vasis soliditas, & capacitas. Proprie namque soliditas ad contentum seu liquorem refertur, qui trina corporis perfectione constat: nam σῶμα ἐπὶ τρία διαιρετὸν: ex Aristotele, tex. 2, lib. 1. de cœlo. Quin & absente liquore seu locato, spatium vel interuallum vacuum, τὸ διάστημα τῶν περάτων, soliditatis nomine donatur. Capacitas autem ad vas continens pertinet: estque æqualis contento, siue soliditati: quia locus & locatum, vt ab Aristotele tex. 30, lib. 4. physic. acroas. considerantur, contigua sunt, ideoq; æqualia. Soliditas inuenitur multiplicatione laterum soliditatem comprehendentium, in vase regulari. Capacitas innotescit, tum repletionis dimensione, in vase vtlibet figurato; tum soliditatis collatione, in vase regulari.

2. *Stereometrica regula pro figura spatii dimetiendi varia esse potest: cubimetrica nimirum cylindrimetrica, conimetrica sphærometrica: &c.*

Cubimetrica, per se rectangula vasa metitur: secundario quæuis etiam alia regularia; sed metamorphosi præcedente, hoc est, figuris non rectangulis in rectangulas conuersis. Cylindrimetrica, per se cylindros metitur; conos, conimetrica; sphæras, sphærometrica: quæ singulæ aliis quoque figuris, transmutationem regulæ conuenientem admittentibus, secundario adhiberi possunt: verum difficulter & ineptissime pro vase ordinatiore minus ordinatum substitui, nemo non videt.

3. *Omnium tamen cōmodissima est cubimetrica: ob vsum latissime patentē.*

Huius

Huius etenim adminiculo corporum quorumuis regularium (quibus scilicet parallelepipedum rectangulum æquale constitui potest) tum rectilineorum, tum obliquilineorum, & mistorum capacitas, accurate facileq; discitur. Licet enim cubi mensuram famosam æquantis, non alterius vllius figuræ solidæ partibus constet cubimetrica; & hac ratione non nisi rectangula vasa primo ac directe metiatur: nihilominus, cum singula regulariter figurata corpora ad rectanguli formam nullo negotio reduci, & sic regulæ huius partibus accommodari queant; non immerito primariam & vniuersalem geodæsiæ palmam eidem deferimus.

4. *Ideoque hanc, vulgo ignotam, præsente opusculo potissimum docere; simul tamen & reliquarum naturam ac proprietates geometrice enucleare, constituimus.*

5. *Est autem cubimetrica regula instrumentum stereometricum, cubi monometri dimensione continuo & æquabiliter sectum; deniq; scrupulis sigillatim & ἀναλόγως subdiuisum: explorandæ vasorum regularium capacitati accommodatum.*

Genus huius definitionis e superioribus iam patet: vt & finis, seu vsus. Forma vero diligenter consideranda est: quæ, cubimetricæ propria, hanc ab omnibus aliis regulis discernit. Ea est longitudinis sectio in partes cubum monometrum metientes. Quoniam vero magnitudo quælibet terminis suis creatur, continetur, & secatur; per consectar. elemen. 5, lib. 1. Geom. P. Rami: ideo & cubum (cuius soliditatem non vniuersam simul & semel, sed particulatim per hedras quadratas singulas regula dimetiri propositum est) lateribus hedrarum suarum quadratis hoc loco & contineri, & regulæ cubimetricæ sectionem subministrare, apertum est. Latus ergo cubicum spatii, sub forma cubi mensuram liquoris famosam continentis, segmentum est cubimetricæ monometrum: quo vno & eodem non saltem longitudo, sed etiam latitudo atque altitudo exhibetur: quia latera hedrarum cubi omnia sunt æqualia. Et huius continuatio in regula paribus fit interuallis: quoniam segmentum cubimetricæ, linea recta exsistens, dimẽsiones vasorum, & ipsas directas, seorsim ac per se singulas repræsentat: ita vt non modo segmentum regulæ, verum & segmenti potentia seu significatio, eadem recta linea concludatur: ac proinde longitudinis regulæ portio quælibet, tum quantitate, tum potentia segmento monometro ad amussim respondeat: verbi gratia, dupla monometri quantitas, duarum est

K 3.

mensurarum; tripla, trium; &c. Secus res habet in basimetra parte cylindrimetricæ regulæ. Segmentum enim basimetrum linea quidem recta & vnica exsistit: interim tamen non vnam, sed geminam dimẽsionem superficiei circularis, longitudinem nimirum & latitudinem repræsentat: vnde portio ongitudinis basimetræ æqualis, alii priori portioni adiecta, potentiam necessario inæqualem, videlic. maiorem, habet: exempli caussa, dupla segmẽti monometri in basimetra regula quãtitas, non duarum, sed quatuor est mẽsurarum; tripla, non trium, sed nouem; &c. Pariter triangularis regulæ segmenta, lineæ sunt actu, potestate seu significatione corpora, triplici soliditatis dimensione prædita, ideoq; interuallis paribus continuata, potẽtia inæqualia: veluti, dupla segmenti monometri in trigona regula quantitas, nõ duarum, sed octo est mensurarum; tripla, non trium, sed vigintiseptem, &c.

6. *In cubimetrica spectatur Fabrica, & Vsus.*

7. ***Fabrica est aequabilis sectio longitudinis, instituta e latere vel totius cubi monometri, vel particularis alicuius cubi monometrum metientis.***

Distributio huius opusculi in Fabricam instrumẽti, & fabricati Vsum, e definitione dependet. Forma enim fabricã monstrat: vsum finis insinuat. Forma, est diuisio longitudinis regulæ in partes æquales, seu latera cubica monometra, quę singula, cubice multiplicata, cubos gignunt singulos mẽsuram famosam æquãtes. Hanc partitionem primariam subdiuisio excipit segmenti cuiuslibet in decem prima scrupula; & primi rursus in decẽ secunda: sicq; deinceps, quousq; licet. Nos tamen, cõmoditatem spectãtes reductionis soliditatis ad mensuras Francofurti vsitatas, de qua infra, c. 10. huius; regulam cubimetricam latere non totius cubi monometri, sed minutioris illum optato metientis, secuimus. Quod si prior modus cuipiam magis arrideat: haud difficulter cũ nostra imitatione adsequetur. Sed tũ quoq; cyclicum canonem, cap. 15. propositum, ad secũdi ordinis scrupula decima porro extẽdere, vt præcisa diametrorum circulariũ quantitas haberi queat, necessarium erit. Misso aũt hoc, ad nostrum pergimus: & regulã latere cubi particularis, vniuersum monometrum cubum qualitercunque metientis, partimur. Qualitercunq;, addimus. Quandoquidem apud Geometras proprie magnitudo & numerus minor maiorẽ metiri dicitur, si minor aliquoties composita, vel compositus, maiorem constituit, citra vllum defectum, vel excessum: & sic minor, pars est maioris aliquota; quia aliquoties continetur in maiore: e definit. 1, lib. 5, & definit. 3, lib. 7 Eucl. Heic vero gene-

ratim

tatim & abusiue cubus minor quilibet, imo etiã æqualis, ceu vnitas quædã, mẽsuræ vnius spatium, per suas vnitates, vel etiam vnitatis minutiores partes, metiri dicitur. Minor etenim cubus, quoties continetur in spatio vnius mensuræ, toties id spatium metitur: verbi gratia, semel & aliquota sui parte; aut bis, ter, vicies, cẽties, millies, siue citra minutias adhærentes, siue cũ minutiis. Cubus æqualis spatio mẽsuræ, semel metiri illud ipsum statuitur. Cubus ergo dimetiens in cubimetricæ nostræ fabrica generatim accipiendus, pro minima communi mensura spatii vasorum quorumlibet regularium: qui (vt mox patebit) in rudiore cubimetrica mensuræ spatium centies tricies ter cum $\frac{17}{20}$ partibus metitur: in artificiosa communi, centies: in artificiosa Reipubl. Francofurtensis, centies vicies & quinquies.

8. *Fabrica duplex est: Rudior, & Artificiosa.*

9. *Rudior est longitudinis in partes æquales, fere pollicares, harumq; singularum in alias denas sectio.*

Ἄτεχνος regulæ fabrica illa est, quæ longitudinis regulæ segmenta æqualia constituit, quantitate, exempli gratia, pollicari, vel minora maioraue paullulum, pro libito. Et sic vlna Francofurtensis, secta in partes æquales 20. 23. 24. 30, &c. si hæ denuo singulæ in alias decem dirimantur, cubimetrica regula esse potest, ad rectangulæ soliditatis latera accurate dimetiendum idonea. Obseruandum tamen, licet pro Geodetæ arbitrio rudioris regulæ segmenta minora maioraue statui possint: ea tamen, quæ pollicis latitudinem non multum excedunt, negotio huic mechanico esse aptissima: cum dena horum fragmenta nec ampla nimis, nec angusta, in praxi deprehendantur.

10. *In fabrica hac rudiori attendendum tum Διδόμενον, certa liquoris Quãtitas, dato aliquo spatio seu vase vniuersim & accurate exhibita: tũ Ζητούμενον, eiusdem quantitatis ad rudioris regulæ præscriptum Cubatio.*

11. *Quantitas liquoris data, in hoc mensurabili genere minima, famosa mẽsura appellari solet. Germanice* ein gewisse/geeichte Statt oder Landmas.

12. *Hæc cuilibet prouinciæ, vel ciuitati, sua fere est peculiaris: certi alicuius vasis repletione indicanda, & metienda.*

Τὸ διδόμενον hoc loco est ipsa moles, seu quantitas continua liquoris vnius mensuræ, Δίος & arbitrio magistratus cõstituta: exhibita in vase aliquo vtlibet figurato, vnã exacte mensuram capiente. Quod sane διδόμενον, vt etiã ζητούμενον, ad rudioris regulæ fabricã nihil facit; verũ vsum potius spectat;

numerum scilicet inquirens particularium cuborum, spatium datæ famosæ mensuræ metientium. Nihilominus, quia regula artificiosæ fabrica hanc veluti præparatoriam vsus rudioris regulæ cognitionem requirit: adiicienda ea hoc loco fuit.

13. *Cubatio liquoris dati, est soliditatis cubica eiusdem liquoris inuētio. Estq; Figuratio, ac Numeratio.*

Nomina rebus explicandis commoda fingere nonnunquam cogimur: vt famosus, cubatio, figuratio, &c. quæ minus latina retineantur, donec puriora occurrerint. Dicitur autem cubatio, spatii, quod a liquoris mēsura occupatur, in cubicas & æquales partes distinctio: quæ fundamentum est insequentis artificiosæ regulę fabricæ. Partium enim illarum solidarum, siue cuborum latera, regulæ partes sunt, quibus vasorum dimensiones longitudinis, latitudinis, & altitudinis, examinantur: vnde postmodum soliditas quæritur. Numerus vero cuborum, vnam mensuram constituentium vasorum soliditatem illam diuidit: vnde capacitas, seu mensuræ contentæ numerantur. Cubatio igitur, dato in rudiore regula quantocunq; cubi dimetientis latere; numerum cuborum, spatium seu locum vnius mensuræ complentium, exquirit. Hæ autem partes solidæ, quibus rectangulum solidum æquabiliter distinguendum, & commode metiendum, non nisi cubicæ esse possunt: nam æquabilis trium rectanguli solidi laterum sectio, cubos procreat: e defin. 19, lib. 7, Eucl.

14. *Figuratio liquorem, sub figura indifferenti datum, in vase aliquo rectangulo, satis capaci, exhibet. Rectangulo quidem vase: quia trina soliditatis dimensio ita requirit. Capaci vero: quia rectius dimensio instituitur copiosi liquoris, quam exigui: nam a mechanicis regula continua multo accuratius in certas partes secari, quā ex iisdem partibus contiguis componi potest.*

Humidum non nisi alieno termino continetur: teste Aristotele, tex. 9, lib. 2, de gen. & inter. Proinde liquor, ceu res locata, loci quem occupat figuram mutuatur. Hinc, cum plerumq; data liquoris mensura in cantharo offeratur, aut alio vase inordinato, mistorumque laterum, & ob id dimensionibus instituendis inepto: manifestum est, quod liquoris dimensio, & in partes æquales sectio, figurationem commodam præsupponat, & requirat. Non potest autem liquoris spatium partibus æqualibus commode secari, nisi vasis alicuius rectanguli adminiculo. Nam solidi dimensio primo & per se rectis tum lineis, tum angulis peragitur. Et obliquāgulum, nisi ad

nisi ad rectanguli figuram reducatur, dimensiones soliditatis distinctas, quæ ad areæ solidæ inuentionem requiruntur, non habet. Id quod constat ex analogia numeri solidi rectanguli: qui procreatur a tribus numeris, seu lateribus, mutuo se multiplicantibus: e definit. 17, lib, 7 Eucl. Non sufficit autem, vt vas liquorem figurans sit rectangulum: sed præterea amplum exsistat, & multarum simul mensurarum capax, necesse est. Nunquam enim mechanica continui e partibus contiguis compositio, adeo exquisita esse potest, ac continui est in easdem partes diuisio.

15 Numeratio, latera figurati liquoris, seu potius vasis rectanguli figurantis, rudiore regula metitur: triplicisque dimensionis mutua multiplicatione soliditatem cubicam numerat.

16. Cognita soliditate liquoris, vas rectangulum amplum occupantis: vnius mensuræ soliditas aurea regula elicitur: soliditatem inuentam vasis amplioris, per eiusdem vasis notam capacitatem diuidendo.

17. Hoc tandem cuborum, vnam mensuram metientium, numero, cuiusuis regularis spatii soliditas diuisa, ad mensuras reduci potest.

Liquor figuratus in cubos horumque particulas secandus: hoc est, soliditas eius cubica numeranda; latera rudiore regula dimetiendo, & inuicem multiplicando. Factus enim cubica est dati liquoris, vel spatii soliditas.

Exemplum fabricæ regulæ rudioris: e vigesimus tertiis partibus vlnæ, Francofurtensis.

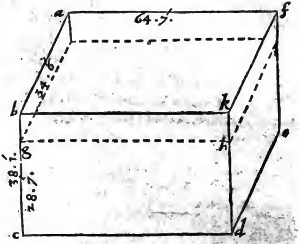
Sed traditum hactenus rudioris regulæ fabricam, nec non eius vsum, qua artificiosæ inseruit, exemplis illustremus: vt, quæ obscura videri queunt, explanentur. Quare in fori Francofurtensis vsum si paranda sit regula cubimetrica rudior; materies adsumitur lignea, dura, polita; longitudinis quinq; vel sex pedū circiter; latitudinis & crassitiei dimidii fere pollicis. Hæc pro arbitrio in partes, pollicis fere latitudinem æquantes, & inter se æquales, diuiditur. Harum rursus singulæ in denas; (ob calculi facilitatem) & hæ porro, si ita lubeat, in alias secundarias minutias secantur.

Exempli caussa, placeat rudiorem fabricare cubi metricam regulam, imitatione sectionis pedis geometrici, mechanicis Francofurtensibus vsitati. Constat vero, pedis illius partes vulgo statui duodecim, quæ pollices (Zoll/ vernacula nostra) nominantur: easque oriri ex vlnæ Francofurtensis in 23 æquales partes sectione: ita vt pes geometricus (ein Baum-/ oder Werckschuch) duodecim vigesimis tertiis vlnæ partibus definiatur. Hæc

pedis duodenaria distinctio, in regulam ligneam, quinque vel sex pedes longam, accuratissime transfertur, & quinquies vel sexies continuatur: vt sexaginta vel septuaginta duobus pollicibus regula integretur. Amplius singuli pollices in decem æquales partes, quæ scrupula prima vocantur, diuiduntur. Singula porro prima scrupula, si non queant reipsa, ob spatii angustiam, saltem attenta oculi æstimatione in decem secunda scrupula dirimuntur: nec non quodlibet secundorum in decem tertia: & deinceps similiter, quousque lubet. Fere autem prima hoc loco sufficiunt: vel, scrupuloso etiam mechanico, secunda. Sic regula partibus suis, quæ cuborum latera repræsentant, omnino absoluta est, ad regularium corporum soliditatem cubicam inueniendum idonea. Vt videre est ad finem 7 capitis. His peractis, data liquoris mensura maior reipubl. Francofurtensis, vetus vulgo appellata, partibus fabricatæ regulæ distinguenda, & cubis quibusdam, veluti numeris concretis, explicanda: cum geometrica vix aliter quam per numeros cognosci & doceri queant. Finis huius sectionis est, soliditatis spatii monometri inuentio; & ad soliditatem quotuis mensurarum collatio: vt e soliditate liquoris cuiuslibet dati, capacitas vasis, eundem continentis, nota reddatur. Quoniam vero in liquoris mensuræ solitariæ cubica sectione commissus error vix perceptibilis, iteratione grauis redditur: rectius liquoris multarum simul mensurarum sectio instituenda. Paratur igitur huius gratia capsa rectangula, cubica, vel oblonga, ohmas septem, octo, vel nouem circiter continens. Huic, in æquilibrio vndiquaque collocatæ, liquoris certa quantitas infunditur, ohmæ nimirum sex, vel septem: cautione adhibita, ne quidpiam temere vel exundet, vel decedat. Infusio autem liquoris commodissime peragitur vase aliquo mensurante, octo simul, decemue mensuras accuratissime capiente: tum vt citius res expediatur; tum ne minoris vasis errore etiam leui sæpius iterato lapsus tandem ingens succrescat. Ceterum infusi liquoris altitudo, vndæ fluctuatione cessante ad capsæ latus notatur. Hinc interiora capsæ latera, longitudinis, latitudinis & altitudinis, liquori contigua, rudiore regula examinantur: factusq; a trium dimensionũ numeris, pro soliditate contenti liquoris adnotatur: quæ numero mensurarum capsæ infusarum diuisa, vnius mensuræ soliditatem aperit: vnde postmodum cuiuslibet vasis capacitas innotescere potest; soliditate ad mensuras reducta; hoc est, diuisa soliditate inuenta per numerum cuborum vnam mensuram metientium.

Exempli

Exempli gratia: capſa cubationi liquoris deſtinata eſto oblonga a b c d e f, cuius longitudo a f, vel g h, pollicum 64. 7′: latitudo a b, vel h i, pollicum 34. 6′: altitudo impletionis ſex ohmarum c g, pollic. 28. 7′. (totius enim capſæ altitudo c b, quæ eſt 38. 1′. heic non attenditur.) Multiplicatis longitudine ac latitudine, fit area plana a b k f, pollicum quadratorum 2238. 6′. 2″. Hac per altitudinem ſex ohmarum, nim. per 28. 7′. multiplicata, oritur ſoliditas g h i e d c, cuborum pollicarium 64248. 3′. 9″. 4‴, ſpatium ſex ohmarum æquantium. Hæc ſoliditas, ope regulæ proportionum aureæ, numero menſurarum 480 (ſex enim ohmæ tot menſuris conſtant) diuiditur: quotuſque cubos exhibet pollicares 133. 8′. 5″. ſpatium vnius menſuræ complentes. Scrupula vero $\frac{194}{480}$ à diuiſione reliqua, hoc loco citra errorem penitus negligi poſſunt: cum ne vnum quidem ſcrupulum tertium, hoc eſt, ne milleſimam partem cubici pollicis conſtituant. Quod ſi eadem ſubtilius extricare ſit animus, cubi dimetientes vnius menſuræ erunt 133. 8′. 5″. 0‴. 8⁗. 2ᵛ. 0ᵛ.



Capſæ longitudo 64. 7′.
latitudo 34. 6′.

3882
2588
1941

```
                  2238.6′.2″. planitics.
altit. 6 ohmarum     28.7′
                  ─────────
                  1567034
                 1790896
                4477 24
               ─────────
                64248.3′.9″.4‴. soliditas.
```

Hinc aurea regula ita colligit:

Si 480 mensurarum soliditas cubica est 64248.3′.9″.4‴. ergo vnius mensuræ soliditas cubica erit 133.8′.5″.0‴ $\frac{394}{480}$.

```
   142
  16804
  64248.3′.9″.|4‴
  48888.0  8  |0    (cubi vnius mensuræ 133.8′.5″.0‴ 394/480.
   44444
 ──────────
  458440
  14484
   132
```

Hac obseruata soliditatis & capacitatis analogia, facile cuiusuis spatii soliditas, ope rudioris regulæ inuenta, ad mensuras reduci potest; diuidendo soliditatem totius spatii, per soliditatem vnius mensuræ. Vt; capsæ cuius longitudo pollic. 123. 0′. latitudo 74. 5′. altitudo 80. 8. soliditas est 740410. 8′. quæ diuisa per 133. 8′. 5″. ostendit capacitatem mensurarum 5531.

```
Longi.  123.0′.
Latit.   74.5′.
─────────────
         6150
        492
       861
─────────────
       9163.5′.0″
altit.   80.8′.
─────────────
       7330800
      733080
─────────────
    740410.8′.0″.0‴.
```

Soli-

8
2 6
4 2 3 0 4
7 1 1 6 5 3 5
Soliditas 7 4 0 4 1 0 . 0′ . 0″
1 3 3 . 0′ . 5″ . 5 5 5 (capacitas mensur. 5531 $\frac{2649}{13335}$.
1 3 3 8 8 8
1 3 3 3
1 3

6 6 9 2 5 5 5 5
6 6 9 2 5 8.
4 0 1 3
1 3

Alia rudioris regulæ sectio: e vigesimisquartis partibus vlnæ Francofurtensis.

Esto vlna Francofurtensis in 24 æquales dispescenda partes: atq; ita secta in vsum adhibēda stereometricum. Sectionis huius interualla minora necessario futura sunt, quam prioris sectionis: ideoq; etiam cubi plures ad mensuram integrandum desiderabuntur. Inuentio autem numeri cuborum, quorum latera vlnæ Francofurtensis partes sint vigesimæquartæ, duplex esse potest. Vna, iam supra tradita, e capsæ soliditate, regulæ propositæ cubicis lateribus numerata, & per notam capacitatem diuisa. Altera expeditissima, e nota aliqua cubatione spatii monometri, quoad numerum & latera illorum cuborum, mensuram æquantium. Priorem quod attinet: sciendum, dimensionem mechanicam spatii eiusdem, diuersis regulis etiam diligentissime institutam, vix tamen eandem omnino capacitatem exhibere; ob pollicum minutias, quæ parem præcisionem in diuersis regulis rarissime admittunt. Verum error hic leuis multarum simul mensurarum, praxin geodæticam sensibiliter minime turbat. Cubatio igitur mensuræ e capsæ soliditate ita inuestigatur. Capsæ longitudo esto pollic. 45. 6′, regulæ, cuius segmenta 24. partes vlnæ: latitudo pollic. 30. 2′: altitudo sex ohmarum liquoris infusi deprehenditur pollic. 53. 0′. Hic lateribus inuicem multiplicatis oritur soliditas 72987. 5′. 6″. 0‴. Quod si 480 mensurarum

soliditas cubica est 72987. 3′. 6″. vnius mensuræ soliditas cubica erit 152. 0′. 5″. 7‴. Et tot cubi recens fabricatæ regulæ, cum adiectis cubicis vnius cubi particulis, mensuram constituunt.

Capsæ longitudo 45. 6′.
latitudo 30. 2′.

912
1368

1377. 1′. 2″. planities.

altitudo 6 ohmarum 53. 0′.

4131360
688560

72987. 3′. 6″. 0‴. solid.

24 23
72987360 | 0 (cubi vnius mensu. 152. 0′. 5″. 7‴.
4888888 | 0
44444
4806406
249233

Posterior cubationis mensuræ inuentio, est e cubicorum laterum & solidorũ magnitudine conuenientium, denominatione discrepantiũ proportione, estq; priore accuratior; quia proportionũ calculus mechanica dimẽsione certior. Artificiũ sic habet. Æqualium laterũ ęqualia sunt quadrata, & æquales cubi. At latera 23 & 24 ex hypothesi æqualia sunt: ergo, eorũdem tum quadrata, 529, & 576; tum cubi, 12167, & 13824, æquantur: & proinde cubis 133. 8′. 5″. prioris generis $\frac{1}{11}$ vlnæ, æquantur cubi 152. 0′. 7″. 8‴. posterioris generis $\frac{1}{12}$ vlnæ. Quamobrem recens fabricatæ regulæ cubi 152. 0′. 7″. 8‴. mensuræ spatium complent. Estq; differentia huius cubationis a priore exigua, nimirum scrupulorum 2″. 1‴. quę errorem stereometricum notabilem non parit.

Cubi 12167 primi generis æquantur cubis 13824, secundi generis ergo cubi 133. 8′. 5″. primi generis, æquabuntur cubis 152. 0′. 7″. 8‴. 7⁗. secundi generis.

Latera primi generis	23	Latera secundi generis	24
	23		24
	69		96
	46		48
quadrata,	529	quadrata,	576
	23		24
	1587		2304
	1058		1152
cubi,	12167	cubi,	13824

13824	1	
133.8'.5''.0'''.	909	
691200	2525637	
110592	633698724	
41472	2850342400	(cubi vnius mensf.
41472	221677777777	152.0'.7''.8'''.
13824	22166666	
1850342400	222222	
	2222	
	22	
	225.67546 9 6	
	6083.3.1.5 3.	
	24357	
	89.	

Alia rudioris regula sectio: e decimis sextis vlnæ Francofurtensis partibus.

Si lubeat vlna Francofurtensi partibus sedecim distincta, vasa dimetiri: cubis paucioribus mensuræ locus complebitur: quia laterum interualla maiora. Numerus aũt horum cuborum artificiose, vt proxime, inuenietur, præeunte vlna 23 segmẽtis diuisa. Latera 23 & 16, ex hypothesi sibi inuicẽ æquantur: ergo etiam cubi eorundem 12167, & 4096, equantur: ac proinde cubis 133.8'.5'' primi generis, æquabuntur cubi 45.0'.6''.0'''.3'''' secundi generis. Recens igitur fabricatæ regulæ cubi 45.0'.6''.0'''.3''''. spatium mensuræ adæquant. Quod erat inquirendum.

133.8'.5''	73 92	
4096	615645899	
80310	548249600 0	
120465	22167777777	(cubi vnius mensf.
53540	22166666	45.0'.6''.0'''.3''''.
548224960	222222	
	2222	
	22	
	48668 50202	
	6083066	
	733.	

Alia ſectio rudioris regulæ: e trigeſimis ſecundis partibus vlnæ Francofurtenſis.

Præcedens regula decimasſextas habet ylnæ partes: quæ dimidiatæ, ſunt trigeſimæ ſecundæ. Cubi autem menſuram regulæ huius miniſterio metientes, compendio quæri poſſunt, e cubis regulæ præcedentis, iam notis. Latus enim pollicare præcedentis regulæ, gemino huius æquatur. Ideoque cubus vnus primi generis, æquatur cubis octo ſecundi generis: &, eadem proportione, cubi $45.0'.6''.0'''.3''''.7^{v}.6^{vi}$. primi generis, menſuram conſtituentes, æquantur cubis $360.4'.8''.3'''$. ſecundi generis.

$$1 \text{ æquatur } 8: \text{ergo } 45.0'.6''.0'''.3''''.7^{v}.6^{vi}. \text{æquantur } 360.4'.8''.3'''.$$

$$\underline{.8}$$

$$360.4'.8''.3'''.0''''.0^{v}.8^{vi}.$$

Delineationem harum regularum, paullo poſt ad finem 7. capit. habebis.

CAPVT VI.

De Artificioſa regulæ cubimetricæ fabrica, e quauis optata ſectione.

Sic rudior cubimetricæ regulæ fabrica habet. Artificioſa, eſt longitudinis in partes æquales optatas, harumque in denas ſecundarias ſectio.

2. Partes optatæ ſunt latera cuborum, optato aliquo & ſupputationi expedita peridoneo numero, menſuram metientium.

3. In fabrica hac artificioſa τὸ Διδόμενον eſt optatus numerus cuborum ſpatii vnius menſuræ: τὸ Ζητούμενον eſt continua quantitas laterum optatorum cuborum, partibus regulæ alicuius rudioris accurate definita.

4. Numerus optatus, integer. facilemq; præſtans diuiſionis, ſeu reductionis calculum, Geodetæ arbitrio eligitur.

5. Quantitas laterum cuborum optatorum, e collatione ſoliditatis rudioris & optatæ, in cubo aliquo magno, mente concepto, nota, & ad cubos optatos proportionatæ capacitatis, per geminam eiuſdem geneſin & analyſin inueſtigatur.

6. Geneſis

6. *Genesis datum cubum e partibus suis constituit: soliditatem omniũ mensurarum eodem contentarum, cubis dimetientibus tam rudioris, quam optata regula numeratam, componendo.*

7. *Analysis soliditatem illam vtramq; cubice dissoluit: latusq; cubi dati, cubis dimetientibus vtriusq; generis numeratum exhibet.*

8. *Latus soliditatis rudioris, in regula rudiore præcise notatur: estq; spatium optatæ partitioni subiectum.*

9. *Latus optatæ soliditatis, partitionis spatii inuenti modum, siue segmentorum optatorum numerum suppeditat.*

10. *Optata porro latera in regula quousq; libet seriatim & æquabiliter continuantur: singulaq; in dena, & hæc rursus in alia dena secantur.*

11. *Regula tandem ita secta vasorum regularium soliditati, hincq; capacitati metiendæ est idonea. Quæ erat fabricanda.*

Demonstratum a nobis hactenus est, liquoris cubationem, seu in partes cubicas distinctionem, quauis oblata regula, ęqualibus particulis secta, præstari posse. Vbi simul patuit, notitiam numeri partium illarum cubicarum mensuram æquantium, stereometrici negotii summam complecte: eo enim cuiuslibet dati liquoris soliditatem diuisam, ad mẽsuras reduci. Quoniam autem regulæ rudioris fortuito oblatæ cubi vix vnquam numero integro mensuram metiuntur; sed fere particulas seu minutias adiunctas habẽt, diuisioni promtæ incommodantes: icirco tales cubi artificiose inuestigandi, qui numero integro, & facile quemuis alium diuidente, mensuram exacte adæquent: hoc est, cubi dimetientes rudioris regulæ, in alios optatos commutandi, & optatorum latera regulæ optatæ inscribenda. Sciendum vero, in cubis dimetientibus, tum obuiis, tum optatis, quantitatem duplicem considerari: continuam & discretam. Continua sunt cuborum æqualia latera, in regula notanda. Discreta, est certus numerus cuborum mensuræ spatium metientium. Cubos obuios quod attinet, horum latera superius dabantur; & numerus quærebatur. Sed optatorum cuborum viceuersa heic datur numerus; latera quæruntur. Numerus etenim datur, seu a mechanico pro arbitratu deligitur. Latera autẽ vt inueniat eiusmodi cuborum, qui numero iam posito atque optato mensuram exacte metiantur: cubum aliquem magnum, soliditatis optatæ vere cubicæ, animo concipit: cuius ceu medii interuentu regulæ rudioris partes in optatas commutãtur. Huius cubi soliditatẽ primo cubis regulę rudioris numerat: multiplicando

constituant, & æqualem locum occupent cum cubis 135.8'.5''.0'''.8''''.2v. regulæ primæ rudioris. Datur heic mensuræ soliditas optata; nimirum cubi 10. Quæritur continua quantitas lateris, cubo suo decies mensuram metientis. Huius inuentio est ex analysi geminæ cubationis (rudioris, & optatæ) eiusdem spatii: si latus soliditatis rudioris vero proximum, in regula quam exquisitissime notetur, & in partes lateris optatæ soliditatis diuidatur. Cubus vnius ac solitariæ mensuræ ad hanc inuentionem parum aptus est: quia latus soliditatis rudioris, ob minutias integris adiunctas, præcise in regula adsignari nequit: vnde error in vnius mensuræ latere commissus, progressu valde augetur: in latere vero plurium simul mensurarum tolerabilior est. Fingitur ergo cubus e monometro multoties compositus: verbi gratia, octingenties, millies, decies millies, &c. sed ita tamen, vt ipsius cubatio siue soliditas optata (e multiplicatione numeri capacitatis cubi imaginarii, & cuborum optatorum vnius mensuræ;) vere cubica oriatur.

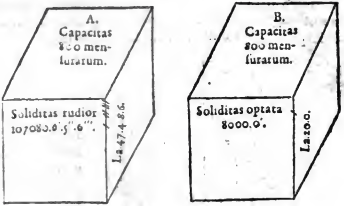
In proposito nostro exemplo cubus octingentarum mensurarum capax, ad laterum optatorum inuentionem idoneus est: nam 800 cum denario, faciunt 8,000, numerum vere cubicum. Porro cubi huius soliditas rudior est 107680.6'.5''.6'''. quia vnius mensuræ soliditas rudior supra a nobis inuenta est 135.8'.5''.0'''.8''''.2v. Optata eiusdem cubi soliditas est 8000.0'. nam vnius mensuræ soliditas optata adsumta est cuborum 10. Latera cubica vtrinque extracta sunt, rudius 47.4'.8''.6'''. optatum 20.0'. Illud ergo in regula rudiore præcise, quantum fieri potest, notatur: & tota illa lõgitudo continua, pollicum rudiorum 47.4'.8''.6'''. in 20 æquales partes secatur: quæ latera sunt cuborum numero denario mensuram æquantium. Et sic regula stereometrica artificiose secta est in partes, cubis decem mensuræ spatium complentes. Quod erat faciendum.

```
       | 4 3 | 5 1 5 |
       | 5 8 4 | 0 9 9 |       2 |
    4 3| 2 5 7 | 2 3 2 | 5 7 6 | 7 4 4
  2 0 7| 0 8 0 | 6 5 6 | 0 0 0 | 0 0 0
    6 4|
  Tr.  | 1 2
  Dr.4 | 8
    3 3| 6
      5| 8 8
       | 3 4 3
    3 9| 8 2 3
  Tr.  |     1 | 4 1
  Dr.  | 6 6 2 | 7
      2| 6 5 0 | 8
       |   2 2 | 5 6
       |       |   6 4
      2| 6 7 3 | 4 2 4
  Tr.  |       |   1 4 | 2 2
  Dr.  |   6 7 | 4 0 2 | 8
       | 5 3 9 | 2 2 2 | 4
       |       | 9 1 0 | 0 8
       |       |       | 5 1 2
       | 5 4 0 | 1 3 2 | 9 9 2
  Tr.  |       |       | 1 4 2 | 4 4
  Dr.  |     6 | 7 6 3 | 0 5 1 | 2
       |   4 0 | 5 7 8 | 3 0 7 | 2
       |       |     5 | 1 2 7 | 8 4
       |       |       |       | 2 1 6
       |   4 0 | 5 8 3 | 4 3 5 | 2 5 6
```

(47.4′.8″.6‴. Latus cubi, octingentarum mensurarum capacis: definitum vigesimis tertiis vlnæ Francofurtensis.

Eandem inuentionem suppeditat cubus centies mille mensurarum capax. Eius enim soliditas rudior est 13,385,082. optata 1000,000. Latus illius est 237.4′.2″.8‴.3⁗. istius 100.0′. vel imminutis terminis, ratione subquinctupla, latus rudioris 47.4′.8″.5‴.6⁗.—+ optatæ 20.0′.

A capa-



Spatia hæc cõueniunt quantitate cõtinua: diſcrepant partium numero, ſeu denominatione.

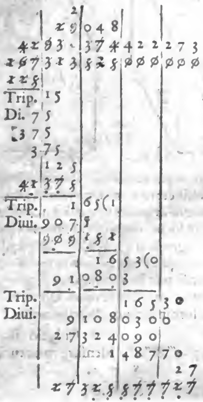
Heic, vt vides, Lector, æque capax ſeu æquale ſpatium dupliciter cubatum ſiue ſectum eſt: partibus ſcilicet rudioris regulæ, ad A; & optatæ, ad B. Cubiſectionis poſterioris 8000.0', æquales ſunt cubis 107080. 6'. 5''. 6''', ſectionis prioris: quia æqualem locum occupant. Segmenta item 20.0', lateris cubici ad B, æqualia ſunt ſegmentis 47. 4'. 8''. 6''', lateris ad A. Proinde latus pollicum 47. 4'. 8''. 6'''. in regula propria (iam ante præparata e vigeſimis tertiis vlnæ Francofurtenſis partibus) notatum, inque partes 20 æquales diuiſum, regulam optatam conſtituit: cuius ſegmenta ſingula rurſus in ſcrupula dena prima, & hæc in ſecunda, &c. dirimenda.

Cubatio A.	Cubatio B.
Menſuræ vnius cubi 133. 8'. 5''. 0'''. 8''''. 2^v.	Menſuræ vnius cubi 10.0'
8 0 0.	8 0 0.
1070 8 0. 6'. 5''. 6''. 0'''. 0^v.	80 00.0'.

Artificioſæ regulæ partes, centum cubis menſuram metientes.

Cubus inuentioni horum ſegmentorum accommodatus, poteſt eſſe mille ducentarum & quinquaginta menſurarum capax: nam 1 2 5 0, cum centenario faciunt 1 2 5000, numerum vere cubicum. Huius cubi ſoliditas rudior eſt 167313. 5'. 2''. 5'''. cuius latus 55. 1'. 0''. 3'''. Optata ſolidita-

125 000.0'. cuius latus 50.0'. Quare longitudo rudioris regulæ, constans pollicibus 55.1'. in 50 æquales partes diuisa, sectionem exhibet optatam: cuius partes cubis centum mensuram metiuntur.



(55.1'.0".3'''. Latus cubi, mille ducetarum & quinquaginta mensurarum capacis: definitum vigesimis tertiis vlnæ Francofurtensis.

Artificiosa regulæ partes, mille cubis mensuram metientes.

Cubus inuentioni laterum eiusmodi, quæ cubis suis millies mensuram metiantur, idoneus, potest esse mille mensurarum capax: nam 1000. cum millena-

millenario, faciunt, 1, 000, 000. numerum vere cubicũ. Huius cubi soliditas rudior est 133850.8′.2″. cuius latus 51. 1′.5″.3‴.3⁗. Optata soliditas est 1, 000,000. 0′. cuius latus 100.0′. Quare longitudo rudioris regulæ cõstans pollicibus 51. 1′. 5″ in 100 æquales partes diuisa, regulam exhibet optatam: cuius segmenta cubis mille mensuram metiuntur. Quæ erat fabricanda.

```
              2   2 0
            2 5   7 5   6
      2   4 1 7   3 2 4   8 4 1   1 4
      8   1 9 9   9 8 9   1 2 5   4 2 3 5 6 3 (51. 1′.5″.3‴.3⁗.
  1 3 3   8 5 0   8 2 0   0 0 0   0 0 0 0 0 0
  1 2 5
          1 5 (1
      7   5
      7   6 5 1
              1   5 3 (1
          7 8 0   3
          7 8 1   8 3 1
Trip.             1 5   3 3
Diui.       7 8   3 3 6   3
          3 9 1   6 8 1   5
                  3 8 3   2 5
                          1 2 5
          3 9 2   0 6 4   8 7 5
Trip.                     1 5 3   4 5
Diui.           7   8 4 8   9 6 7   5
              2 3   5 4 6   9 0 2   5 (2 7
                        1   3 8 1   0 5
              2 3   5 4 8   2 8 3   5 7 7
Trip.                           1   5 3 4   5 9
Diui.                   7 8 4   9 8 8   8 2 2   7
                    2   3 5 4   9 6 6   4 6 8   1 (2 7
                                  1 3   8 1 1   3 1
                    2   3 5 4   9 8 0   2 7 9   4 3 7
```

Latus cubi, mille mensurarum capacis: definitum vigesimis tertiis vlnæ Francofurtensis.

Hinc etiam patet latus cubi monometri: 5.1′.1″.5‴.3⁗.3ᵛ.

			Latus.	5 1. 1′.	5″.3‴.3⁗.
				5 1. 1′.	5″.3‴.3⁗.
			1	5 3 4	5 9 9
			1 5	3 4 5	9 9
			2 5 5	7 6 6	5
			5 1 1	5 3 3	
		5	1 1 5	3 3	
		2 5 5	7 6 6	5	
	Quadratū	2 6 1	6. 6′.6″.	0‴.1⁗.0^{v}.	0^{vi}.8^{vii}.9^{viii}.
				5 1. 1′.	5″.3‴.3⁗.
		7 8 4	9 9 8	0 3 0	2 6 7
	7	8 4 9	9 8 0	3 0 2	6 7
	1 3 0	8 3 3	0 0 5	0 4 4	5
	2 6 1	6 6 6	0 1 0	0 8 9	
2	6 1 6	6 6 0	1 0 0	8 9	
1 3 0	8 3 3	0 0 5	0 4 4	5	
Cubus, 1 3 3	8 5 0.	7′. 9″.9‴.	1⁗.3^{v}.8^{vi}.	8^{vii}.5^{viii}.6^{ix}.	4^{x}.3^{xi}.7^{xii}.
Residuum		2 0	8 6 1	1 4 3	5 6 3
1 3 3	8 5 0.	8′. 2″.0‴.	0⁗.0^{v}.0^{vi}.	0^{vii}.0^{viii}.0^{ix}.	0^{x}.0^{xi}.0^{xii}.

Delineationes harum regularum, ad finem capitis proxime sequentis inuenies.

CAPVT VII.

De speciali quadam & artificiosa regula cubimetrica fabrica: in vsum hygrometricum Reipublicæ Francofurtensis. Quæ ad praxin stereometricam toto hoc opusculo deinceps sola adhibetur.

FAbrica regulæ cubimetricæ artificiosa ea omni ditioni atque reipublicæ vniuersim est commodior, quæ segmenta obtinet, cubis 10, 100, vel 1000, mensuram æquantia: facilem namque soliditatis liquoris ad mensuras reductionem præbet. Verum præterea speciatim Respublica Francofurtensis in numero 125 compendium

dium habet egregium, diuisionis, seu reductionis cuborum dimetientium, ad mensurarum compositarum genera, eidem Reipublicæ consueta: quartalia videlicet, ohmas, atque vehes; vt infra, capite 1◦ huius, plenius docebitur. Quærantur igitur cubica regulæ latera, quorum cubi 125 æquales sint cubis rudioribus 133.8′.5″.0‴.8⁗.:⁗. Horum laterum inuentioni aptus esse potest cubus mille mensurarum capax: nam 125 cum millenario, faciunt 125000. numerum vere cubicum. Cubi huius soliditas rudior est 133850.8′.2″. cuius latus 51.1′.5″.3‴.3⁗.(vt ad finē sexti capitis huius patuit.) Optata eiusdem cubi soliditas est 125000.0′. cuius latus 5 .0′. Longitudo itaque rudioris regulæ, constans pollicibus 51.1′.5″. ⊣⊢ in 50 æquales partes secta, regulam exhibet optatam: cuius partes cubis 125 mensuram metiuntur.

Hac regula sola deinceps in opusculo nostro vtemur: quia eius commoditas valde illustris est. Quod semel hoc loco monuisse sufficiat.

N

Regula cubimetrica rudior, segmentis vigintitribus vlnã Francofurtensem æquans: quę segmẽta pollices sunt pedis geometrici Francofurtensis reipublicæ.

&c.



Tres aliæ rudiores regulæ, segmentis vigintiquatuor, sedecim, & triginta-duobus, vlnam Francofurtẽsem æquantes.

&c.



Artificiosæ cubimetricæ regulæ quatuor, segmentorum suorum cubis decem, centũ, mille, itemq; cẽtum vigintiquinque, mensuram liquoris metientes.

&c.



CAPVT VIII.

Quomodo regula cubimetrica vasorum Soliditas inquirenda.

Hactenus cubimetrica Fabrica: sequitur Usus.

2. *Usus eius est in vasorum, qualibet regulari soliditatis specie figuratorum, geodæsia.*

Geodætes regula, vt docuimus, præparata instructus, sine negotio quælibet vasa regularia dimetiri potest. Vocamus autem heic, fuso nomine, regulares figuras, quibus rectangulæ æquales, vel geometrice & demonstratiue, vel saltem mechanice, citra notabilem & sensu perceptibilẽ errorem, constitui queunt. Eiusmodi in Planis sunt, rectilinea quæuis, circulus, & sphæricum: in Solidis, pyramis æqualiter fastigiata, prisma rectum, cylindrus, conus, & sphæra.

3 *Geodæsiæ stereometricæ partes duæ sunt. Vna vasorum, actu vel potentia rectangulorum, Soliditatem inquirit. Altera soliditatem inuentam ad Mensuras reducit.*

4. *Soliditas vasorum inquiritur, lateribus rectanguli regula dimensis, & inuicem multiplicatis.*

5. *Latera solidum rectangulum comprehendentia tria sunt: Longitudo & Latitudo, quibus Planities, seu area plana; tum Altitudo, qua cum plano Soliditas, seu area solida constituitur.*

Vas dimetiendum omne, vel sit, vel fiat rectangulum, necesse est. Quia enim regula stereometrica directa est: non nisi directis, seu rectilineis vasis applicari potest. Et quoniam ad soliditatem inueniendum, dimensa vasis latera in se inuicem multiplicanda sunt: latera non nisi rectangula, & ex opposito parallela esse possunt: e defin. 17. lib. 7. Eucleid.

Exempli gratia. Esto vas rectangulũ, cuius longitudo pollicum 60. 5′. 5″. hoc est, sexaginta integrorũ, quinq; scrupulorum primorum, & quinq; secundorum: (quæ scrupula æquantur quinquaginta quinq; centesimis; seu quinq; decimis & quinq; cẽtesimis vnius integri.) Latitudo eiusdẽ, poll. 42. 3′. Altitudo poll. 30. 1′. Quæritur soliditas. Longitudine, ac latitudine inuicẽ multiplicatis, fit planities 2561. 2′. 6″. 5‴. quæ habet pollices quadratos 2561. scrupulaq; pollicũ quadratorũ 2′. 6″. 5‴. nã facti prima dextrorsum nota, videlicet 5, factorũ primorum, nimirũ 5″. & 3′, coniuncta gerit signa, tertiorũ scrupulorũ: hinc nota proxima, 6, signũ habet secundorũ scrupulorũ: sequens nota, 2, primorum: omnes sequentes notæ, 2561. integri sunt pollices. Ceterum planitie hac cum altitudine multiplicata; soliditas pro-

creatur, pollicum cubicorum 77094.0'.7''.6'''.5''''. Vbi notandum, quod factores, nimirum multiplicandus, & multiplicans, præcisionem scrupulorum requirant: factus vero plerumque scrupula cuborum negligere possit. Vt, in longitudine propositi vasis, quinque secunda scrupula citra errorem, in soliditate notabilem, præteriri nequeunt; multoque minus prima scrupula: at soliditati adiuncta scrupula omnia, nullius ad soliditatem tantam sunt momenti. Quod si exigua sit soliditas, v.g. cuborũ 3, 5, 10, 20, &c. tunc scrupula adhærentia negligi non debent.

Longit. 6. 0. 5'. 5''.
latitudo 4 2. 3'.
1 8 1 6 5
1 2 1 1 0
2 4 2 2 0
2 5 6 1. 2'.6''.5'''.
altitudo 3 0. 1'.
2 5 6 1 2 6 5
7 6 8 3 7 9 5
7 7 0 9 4.0'.7''.6'''.5''''.

Obseruandum hoc loco est obiter discrimen multiplicationis arithmeticæ & geometricæ. Nam multiplicatio arithmetica vnitatum est; & ex vnitatibus vnitates producit. Geometrica vero multiplicatio, interuallo vno superiorem magnitudinem creat: sic enim linearum multiplicatione, superficies seu planities oritur: & planitiei multiplicatione, soliditas. Hinc area plana non pollicum longitudine, sed quadratis pollicibus; & solida, pollicibus cubicis numeratur.

Aliud exemplum. Esto vas rectangulum, cuius longitudo 123.0'.8''. latitudo 84.2'. altitudo 90.0'. Soliditas emergit 932700.2'.4''. hoc modo:

Longitudo 1 2 3.0'. 8''.
latitudo 8 4. 2'.
2 4 6 1 6
4 9 2 3 2
9 8 4 6 4
1 0 3 6 3.3'.3''.6'''. planities.
altitudo 9 0. 0'.
9 3 2 7 0 0.2'.4''.0'''.0''''. soliditas vel

vel planities, per altitudinem ita multiplicatur:

$10363.3'.3''.6'''$.planities.

9 o.altitudo.

$932700.2'.4''.0'''$.

CAPVT IX.

Inuentæ soliditatis vasorum ad mensuras Reductio.

Ita soliditatis inuentio est. Reductio ad mensuras, seu capacitatis exploratio sequitur.

2. Mensura liquorum est Simplex, & Composita.

3. Simplex est solitaria mensura.

4. Eaque Maior, & Minor.

5. Maior, œnopolis consueta, huius est loci: qua sola vasorum capacitas æstimatur.

6. Minor cauponibus, quæstum e singulis mensuris captantibus, seruit. His enim, tum quia minuta & multiplici liquoris (vt sic dicam) transfusatione multum toti decedit; tum alias ob caussas, magistratus minorem famosa indulget mensuram. Est autem Francofurti minoris ad maiorem ratio subsesquioctaua: minor enim octo nonis, maior nouem nonis constat: hoc est, nouem minores octo maioribus æquantur.

7. Simplicis, siue solitariæ mẽsuræ partes vsitatiores & vulgo notiores sunt Quadrantes, Francofurtensibus **Achtmas**: Nobis vero Decimæ in calculo adsubescunt.

8. Composita mensura e solitariis constat: hæcq; pro ciuitatum ac ditionum varietate variat.

9. Speciatim, Francofurti 4 mensuræ Quartale constituunt, **ein Viertel**: 20 quartalia Ohmam, **ein Ohm**: 6 ohmæ Vehem, seu plaustrum, **ein Fuhr/ oder Fuder**.

Argentinæ, 24 mensuræ Ohmam: 24 ohmæ Vehem.

Tubingæ, 10 mensuræ Ohmam: 16 ohmæ Vrnam, seu amphoram: 6 vrnæ Vehem.

Lipsiæ, 54 mensuræ Vrnam.

Eysfeldiæ in Franconia 64 mensuræ Vrnam.

Wittembergæ, 2 semisses, Nößel/ faciunt Mensuram, ein Kandel: 4 mensuræ Stupam, ein Stübich: 16 stupæ Vrnam, ein Eymer: 12 vrnæ Vehem ein Fuder.

Halæ Saxonum, 72 mensuræ Vrnam.

10. Reductio cuborum ad mẽsuras solitarias fit, cubica vasis soliditate numero cuborum mensuram metientium diuisa.

Reductio duplex est: vna, soliditatis ad mensuras simplices: altera, simplicium mensurarum ad composítas. In reductione soliditatis, soliditas dati vasis, exempli gratia, 932700.1'.4", est numerus diuidendus: soliditas vnius mensuræ, vt 133.8'.5", vel 100.0', vel 125.0', &c. est diuisor.

Exempla.

Soliditas 932700.1'.4". quot habet mensuras? quot item mensu[ræ] scrupula prima & secunda? si vna mensura æquari statuatur cubis dimetientibus 133.8'.5"?

```
                1
                6
              3 3 3
          1 1 0 4 6 1
      1 1 9 6 3 5 4 7 6
      9 3 1 7 0 0 1'.4".0'''.0''''      (mensuræ 6968.1'.4".
      1 3 3.8'.5".5 5 5 5   5
        1 3 3 8 8 8 8 8
          1 3 3 3 3 3
            1 3 3 3
              1 1
      ------------------------
      8 0.3 1 0 5 0 0 0 0
      1 1 0 4.6. 1 8 7 4
        8 0 3 0.7.5.
        1 0.7 6.3
            1.8
```

Solidi-

Soliditas 93270 0. 2′. 4″. quot habet mensuras? quot item mensuræ scrupula prima, secunda, & tertia? si vna mensura æquari statuatur cubis dimetientibus 100?

Diuisione absoluta quotus habet mensuras 9327. & duo tertia scrupula vnius mensuræ. Hoc modo:

```
9 3 2 7 0 0 . 2′ | 4″ . 0‴ .        (mensuræ 9327.0′.0″.2‴.
1 1 1 1 1 1 1    | 0    0
```

Soliditas 932700. 2′. quot habet mensuras? quotque prima mensuræ scrupula? si vna mensura æquari ponatur cubis dimetientibus 125? Quotus suppeditat mensuras 7461.6′. hoc modo:

```
  5 7 2 7 5
9 3 2 7 0 0 . 2′        (mensuræ 7461.6′.
1 2 5 5 5 5 5
  1 2 2 2 2 2
    1 1 1
-------------
8 7 5 0 0 5 0
  5 0 5 2 5
    7 2 7
```

Si quis autem loco decimorum mensuræ scrupulorum, quadrantes, horumque octonas partes desideret: tabellam huius reductionis infra cap. 23 huius opusculi habebit.

Reductio soliditatis exiguæ, infra mensuram subsistentis.

Si vasculi alicuius parui inuenta soliditate, capacitas quæratur: ea mẽsuræ aliquota parte est definienda: hoc est, inuestigandum, quot eiusmodi vascula mensuram constituant, seu mensuræ spatium adæquent: diuidendo cubos vnius mensuræ, soliditate vasculi propositi, non neglectis scrupulis, si quæ adiacent. Vt: si quæratur capacitas poculi, cuius soliditas sit deprehensa cuborum 14.7′. Heic cubi vnius mensuræ, 125, (vasculum enim regula cubimetrica nostra Francofurtensi dimensum supponimus) diuiduntur per 14.7′.

Quotus docet, poculum datum octies, & præterea quinque decimas, seu dimidiam partem, paulloque amplius quid, vnius poculi in mensura contineri.

7 4 5
2 2 5.0.0. (pocula 8.5'.—mensuram æquantia.
2 4 7 7
2 4
2 2.7.6 5
7 3.

14. Reductio mensurarum simplicium ad mẽsuras compositas proximas, & harum ad alias maiores, fit, diuisione simplicium & compositarum minorum, per numerum compositarum proximarum.

Exempligratia, Francofurti mensuræ simplices per 4 diuisæ, exhibent Quartalia: hæc per 10 diuisa, Ohmas: ohmæ per 6 diuisæ, Veches. Vt, mensuræ 7461.6'. sunt Veches 15. Ohmæ 3. Quartalia 5. Mensura 1.6'.

3 2 2
7 4 6 (1.6'   3
4 4 4 4   (Quartal. 186 (5. (Ohm. 9 (3 (Veh. 15.
                              2 2 0   6 6

Item, mensuræ 2143. 0'. sunt Veh. 4. Ohmæ 2. Quartalia 15. Mensuræ 3.0'.

2   2 1   (2
2 1 4 (3.0'. (Quartal. 5 3 | 5   (Ohm. 2 6 (Veh. 4.
4 4 4   2 2 | 0   6

Vel, notæ vltimam integrorum antecedentes octonario diuiduntur, vnde Ohmæ prodeunt: quæ, senario diuisæ, veches monstrant: mensuræ tandem ohmis adhærentes, quadripartito sectæ, quartalia exhibent: hoc modo:

      2 2
Mens. 7 4 6 | 1. 6'   3
        8 8 | (9 3 (Vech. 15. Ohm. 3.
          4   6 6 Quart. 5. Mens. 1.6'.

        2
      5 6   2
Mens. 2 1 4 | 3 (2 6   (Vch. 4. Ohm. 2.
        8 8 | 6   Qrtl. 15. Mens. 3.
      4 4

Argen-

Argentorati, mensuræ simplices per 24 diuisæ, Ohmas exhibent: ohmæ rursus per 24 diuisæ, Vehes.

Similiter, mutatis mutandis, Tubingenses, Lipsenses, Halenses, &c. mensuras suas ad Vrnas; vel ad Ohmas, Amphoras, & Vehes, reducent.

Capvt X.

De speciali & compendiaria soliditatis reductione, ad mensuras simplices & compositas, Francofurti vsitatas: e numero 125 cuborum, mensuram metientium. Vbi canon reducendi soliditatem quartali minorem, ad mensuras, & mensuræ quadrantes.

NVmerus optatus 125 cuborum mensuram æquantium, reductionis compendium subministrat Francofurtensibus eximium. Qua de caussa numerum hunc ad sectionem optatam regulæ nostræ cubimetricæ supra capite 7. huius delegimus. Reductionis modus talis est. Inuenta soliditas virgulis in tres periodos distinguitur. Quarum prima duab. ad dextram figuris, cum adhærentibus scrupulis constat: altera, itidem duabus: tertia, reliquis figuris omnibus. Hæc tertia periodus, ohmas continens, (nam 10,000. cubi ohmam constituunt, ideoque ohmarum numerus in quinctam & sequentes figuras incidit) senario diuiditur: quotus vehes, residuum ohmas exhibet. Media periodus, quartalia habens, quinario diuiditur: (nam 500 cubi quartale faciunt: ideoque numerus quartalium in figuram tertiam & quartam incidit) quotus dat quartalia. Residuum mediæ periodi, & prima periodus simul, mensuras harumque quadrantes habent: quæ ex reductionis canone, in hunc finem confecto, petuntur. Si aggregatum illud præcise in canone non exstat: numerus cuborum vicinior, proxime minor aut maior, cum adscripta capacitate, sumitur. Canonis partes duæ sunt: vna soliditatem habet trigesimarum secundarum mensuræ partium, in pollicibus cubicis, horumque decimis: altera capacitatem, soliditati cuilibet congruam, in mensuræ quadrantibus, & quadrantum octonis partibus. Vulgo enim quadrantes mensuræ notiores sunt decimis.

Exempli gratia: soliditas 932700.2'.4", in tres periodos hoc modo distinguitur: 93|27|00.2'.4". Vltima periodus habet 93 ohmas, quæ per 6 diuisæ, exhibent vehes 15, & ohmas 3. Media periodus, 27, per 5 diuisa, quotum habet quartalium 5. Prima periodus, cum residuo mediæ, nim. 200. 2'.4", in tabella reductionis præcise non reperitur: soliditas autem proxime minor, nim. cubi 199. 2'.1", adscriptam habet capacitatem mensuræ vnius, quadrantum duorum, cum tribus octauis. Capacitas ergo dati vasis est Vehium 15, Ohmarum 3, Quartalium 5, Mens. 1, quadrant. $2\frac{3}{8}$.

Soliditas 3 9(3 6 6 | (2 2 7 5 | 0 0. 2'. 4".

15. 3. 5. 1. $2\frac{3}{8}$.
V. Oh. Qr. M. quadrant.

Aliud exemplum. Soliditas 20024. 0'. capacitatem habet ohmarum 2. & trium quartarum quadrantis mensuræ: hoc modo:

2| 00|24. 0'.

2. 0. 0. $0\frac{3}{4}$.
Ohm. Qrt. Mens. quadr.

Tabella

Tabella reductionis cuborum pollicarium, quartale non excedentium, ad mensuras, & mensuræ quadrantes.

Soliditas.		Capacitas.		Soliditas.		Capacitas.	
Cubi.	Scrup.	Menſ.	quad.	Cubi.	Scrup.	Menſ.	quad.
3.	9′.0″.	0	$0\frac{1}{8}$	101	5.6.	0	$3\frac{1}{4}$
7.	8.1.	0	$0\frac{1}{4}$	105	4.6.	0	$3\frac{3}{8}$
11.	7.1.	0	$0\frac{3}{8}$	109	3.7.	0	$3\frac{1}{2}$
15.	6.2.	0	$0\frac{3}{8}$	113	2.8.	0	$3\frac{5}{8}$
19.	5.3.	0	$0\frac{5}{8}$	117	1.8.	0	$3\frac{3}{4}$
23.	4.3.	0	$0\frac{3}{4}$	121	0.9.	0	$3\frac{7}{8}$
27.	3.4.	0	$0\frac{7}{8}$	125	0.0.	1	0.
31.	2.5.	0	1.	128	9′.0″.	1	$0\frac{1}{8}$
35.	1.5.	0	$1\frac{1}{8}$	132	8.1.	1	$0\frac{1}{4}$
39.	0.6.	0	$1\frac{1}{4}$	136	7.1.	1	$0\frac{3}{8}$
42.	9.6.	0	$1\frac{3}{8}$	140	6.2.	1	$0\frac{1}{2}$
46.	8.7.	0	$1\frac{1}{2}$	144	5.3.	1	$0\frac{5}{8}$
50.	7.8.	0	$1\frac{5}{8}$	148	4.3.	1	$0\frac{3}{4}$
54.	6.8.	0	$1\frac{3}{4}$	152	3.4.	1	$0\frac{7}{8}$
58.	5.9.	0	$1\frac{7}{8}$	156	2.5.	1	1.
62.	5.5.	0	2.	160	1.5.	1	$1\frac{1}{8}$
66	4′.0″.	0	$2\frac{1}{8}$	164	0.6.	1	$1\frac{1}{4}$
70	3.1.	0	$2\frac{1}{4}$	167	9.6.	1	$1\frac{3}{8}$
74	2.1.	0	$2\frac{3}{8}$	171	8.7.	1	$1\frac{1}{2}$
78	1.2.	0	$2\frac{1}{2}$	175	7.8.	1	$1\frac{5}{8}$
82	0.3.	0	$2\frac{5}{8}$	179	6.8.	1	$1\frac{3}{4}$
85	9.3.	0	$2\frac{3}{4}$	183	5.9.	1	$1\frac{7}{8}$
89	8.4.	0	$2\frac{7}{8}$	187	5.5.	1	2.
93	7.5.	0	3.	191	4′.0″.	1	$2\frac{1}{8}$
97	6.5.	0	$3\frac{1}{8}$	195	3.1.	1.	$2\frac{1}{4}$

Tabella reductionis cuborum pollicarium, quartale non excedentium.

Soliditas.		Capacitas.		Soliditas.		Capacitas.	
Cubi.	Scrup.	Menſ.	quad.	Cubi.	Scrup.	Menſ.	quad.
199	2.1.	1	$2\frac{3}{8}$	304	6.8.	2	$1\frac{3}{4}$
203	1.2.	1	$2\frac{1}{2}$	308	5.9.	2	$1\frac{7}{8}$
207	0.3.	1	$2\frac{5}{8}$	312	5.5.	2	2.
210	9.3.	1	$2\frac{3}{4}$	316	4′.0″.	2	$2\frac{1}{8}$
214	8.4.	1	$2\frac{7}{8}$	320	3.1.	2	$2\frac{1}{4}$
218	7.5.	1	3.	324	2.1.	2	$2\frac{3}{8}$
222	6.5.	1	$3\frac{1}{8}$	328	1.2.	2	$2\frac{1}{2}$
226	5.6.	1	$3\frac{1}{4}$	332	0.3.	2	$2\frac{5}{8}$
230	4.6.	1	$3\frac{3}{8}$	335	9.3.	2	$2\frac{3}{4}$
234	3.7.	1	$3\frac{1}{2}$	339	8.4.	2	$2\frac{7}{8}$
238	2.8.	1	$3\frac{5}{8}$	343	7.5.	2	3.
242	1.8.	1	$3\frac{3}{4}$	347	6.5.	2	$3\frac{1}{8}$
246	0.9.	1	$3\frac{7}{8}$	351	5.6.	2	$3\frac{1}{4}$
250	0.0.	2	0.	355	4.6.	2	$3\frac{3}{8}$
253	9′.0″.	2	$0\frac{1}{8}$	359	3.7.	2	$3\frac{1}{2}$
257	8.1.	2	$0\frac{1}{4}$	363	2.8.	2	$3\frac{5}{8}$
261	7.1.	2	$0\frac{3}{8}$	367	1.8.	2	$3\frac{3}{4}$
265	6.2.	2	$0\frac{1}{2}$	371	0.9.	2	$3\frac{7}{8}$
269	5.3.	2	$0\frac{5}{8}$	375	0.0.	3	0.
273	4.3.	2	$0\frac{3}{4}$	378	9′.0″.	3	$0\frac{1}{8}$
277	3.4.	2	$0\frac{7}{8}$	382	8.1.	3	$0\frac{1}{4}$
281	2.5.	2	1.	386	7.1.	3	$0\frac{3}{8}$
285	1.5.	2	$1\frac{1}{8}$	390	6.2.	3	$0\frac{1}{2}$
289	0.6.	2	$1\frac{1}{4}$	394	5.3.	3	$0\frac{5}{8}$
292	9.6.	2	$1\frac{3}{8}$	398	4.3.	3	$0\frac{3}{4}$
296	8.7.	2	$1\frac{1}{2}$	402	3.4.	3	$0\frac{7}{8}$
300	7.8.	2	$1\frac{5}{8}$	406	2.5.	3	1.

ad mensuras, & mensuræ quadrantes.

Soliditas.		Capacitas.	
Cubi.	Scrup.	Menf.	quad.
410	1. 5.	3	$1\frac{1}{8}$
414	0. 6.	3	$1\frac{1}{4}$
417	9. 6.	3	$1\frac{3}{8}$
421	8. 7.	3	$1\frac{1}{2}$
425	7. 8.	3	$1\frac{5}{8}$
429	6. 8.	3	$1\frac{3}{4}$
433	5. 9.	3	$1\frac{7}{8}$
437	5. 5.	3.	2.
441	4. 0.	3	$2\frac{1}{8}$
445	3. 1.	3	$2\frac{1}{4}$
449	2. 1.	3	$2\frac{3}{8}$
453	1. 2.	3.	$2\frac{1}{2}$

Soliditas.		Capacitas.	
Cubi.	Scrup.	Mẽf.	quad.
457	0. 3.	3	$2\frac{5}{8}$
460	9. 3.	3	$2\frac{3}{4}$
464	8. 4.	3	$2\frac{7}{8}$
468	7. 5.	3	3.
472	6. 5.	3	$3\frac{1}{8}$
476	5. 6.	3	$3\frac{1}{4}$
480	4. 6.	3	$3\frac{3}{8}$
484	3. 7.	3	$3\frac{1}{2}$
488	2. 8.	3	$4\frac{5}{8}$
492	1. 8.	3	$3\frac{3}{4}$
496	0. 9.	3	$3\frac{7}{8}$
500	0. 0.	4	0.

CAPVT XI.

De Trianguli directione geodætica.

SIc vasorum actu rectangulorum soliditas & quæritur, & inuenta ad mensuras reducitur. Vasa autem actu non rectangula prius dirigenda: directa enim geodæsiam, quæ tradita iam est, subeunt.

Vasa quædam vndiquaq; rectangula sunt, vt cubica, vel oblonga; quæ hedris oppositis constant æqualibus, similibus, & parallelis: quædam rectangula saltem vnica basi, vt pyramis basi quadrangula rectangula; aut altitudine sola, vt prisma rectum, basi obliquangula.

Si ergo vasis alicuius non vndiquaque rectanguli soliditas & capacitas quæratur: dirigendum id est, seu constituendum aliud vas rectangulum, cubicum, vel oblongum, dato non rectangulo æquale: vt deinceps particulatim docebitur. Deinde vasis huius rectanguli latera, stereometrica regula examinanda: soliditas laterum multiplicatione inquirenda: & cubi inuenti ad mensuras reducendi: eo plane, qui iam ante expositus est, modo.

2. *Directio illa, ἡ ὄρθωσις, est dati vasis conformatio rectangula: solidi latera, nimirum longitudinem, latitudinem, & altitudinem, sub forma parallelepipedi rectanguli, distinctim exhibens.*

3. *Directio est Basios, & Altitudinis.*

4. *Basios directio ad dati solidi basin, vel superficiem basin repræsentantem, latera parallelogrammi rectanguli æqualis constituit: sicque longitudinem & latitudinem solidi rectanguli quæsiti exhibet.*

5. *Longitudo, latus maius est: latitudo, minus, vel æquale.*

Pyramidi & cono, basis vna est: prismati & cylindro duæ ex opposito parallelæ & æquales: sphæræ, pro basi est sphæricum.

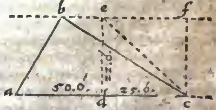
6. *Basis Plana est, vel Gibba.*

7. *Plana, Rectilinea, vel Obliquilinea.*

8. *Rectilinea, Triangula, vel Triangulata.*

9. *Trianguli directio est altitudo, basisque dimidium: quorum maius longitudo est solidi rectanguli æqualis: minus, vel æquale, latitudo.*

Basis trianguli quodvis latus esse potest. Altitudo vero est perpendicularis a vertice, seu angulo basi opposito, ad basin. Quoniam igitur (vt propositione 41 lib. 1 demonstrat Eucleides) parallelogrammum cum triangulo eandem basin habens, inque iisdem parallelis exsistens, duplum est trianguli; sequitur quoque, parallelogrammum in iisdem exsistens parallelis cum triangulo, basi subdupla; ipsi triangulo æquale esse. Ex hoc theoremate constructio perfacilis deducitur laterum parallelogrammi, quod dato triangulo sit æquale. Datum enim triangulum parallelis includatur: basis bifariam secetur: tandem perpendicularis a basis sectione erigatur, ad parallelam per trianguli verticem ductam; eritque parallelogrammum rectangulum, lateribus illis comprehensum, dato triangulo æquale. Vt; in diagrammate adiecto: datur triangulum a b c: quæritur huic æquale quadrangulum rectangulum. Propositum igitur triangulum parallelis b f, & a c, includo; basin a c infinite continuando; & per trianguli verticem b, rectam infinitam b f, ad basin a c parallelam, ducendo. Deinde basin a c, pollicum 50. 0', in duas æquales partes seco, in d. Tandem e sectione d,



ne d, erigo perpendicularem d e, occurrentem rectæ b f, per verticem ductæ, in e: quæ perpendicularis altitudini trianguli dati est æqualis; cum ambæ intra easdem parallelas ad angulos rectos sint constitutæ. Dico itaque, parallelogrammum, lateribus d e & d c comprehensum, triangulo a b c esse æquale. Est autem altitudo dati trianguli pollicum 22.0', repræsentans rectanguli latitudinem: & basis dimidium poll. 25.0', eiusdem longitudinē exhibens: quibus, per element. 5, cap. 8. huius opusculi, inuicem multiplicatis, emergit area plana, & parallelogrammi rectanguli inuenti, & dati trianguli, pollicum quadratorum 550.

Longitudo	2 5.
Latitudo	2 2.
	5 0
	5 0
Area	5 5 0.

Eandem hanc constructionem problematice Eucleides docet, propositione 42 libri 1. Sit enim dato triangulo a b c construendum æquale parallelogrammum, in dato angulo recto. Diuidatur basis trianguli a c bifariam in d: & in sectionem d cadat perpendicularis e d, altitudini dati trianguli ęqualis, angulum datum rectum e d c constituens. Ducatur item per b & e parallela basi, infinita, b f. Rursus per a vel c ducatur ipsi e d parallela c f, occurrens rectæ b f in f. Eritque in angulo recto c d e constitutum parallelogrammum c d e f: quod dico esse æquale triangulo a b c. Ducta enim recta e c: quoniam parallelogrammum c d e f duplum est trianguli e c d, (nam eandem basin habent, & in iisdem sunt parallelis: prop. 41 lib. 1. Eucleidis) & triangulum b a c duplum eiusdem trianguli e c d; (nam æque alta triangula sunt vt bases: prop. 1. lib. 6. Eucl.) erunt parallelogrammum c d e f, & triangulum a b c, æqualia inter se: (quæ enim eiusdem duplicia sunt, inter se sunt æqualia: e 6 axiomate lib. 1. Eucl.) Quare dato triangulo æquale parallelogrammum constituimus in dato angulo recto. Quod erat faciendum.

Aliud exemplum.

Quæritur planities trianguli, cuius altitudo 32.4'. & basis 47.3'. Dimidium basis, seu latitudo 23.6' ½, siue 23.6'.5", per altitudinem dati trianguli, seu longitudinem rectanguli quæsiti 32, 4', suppeditat aream planam 766.2'.6".

Basis dimidia 23.6'.5''.		Altitudo 32.4'.	
altitudo 32.4'.		basis dim. 23.6'½	
9460	Vel sic:	162	
4730		1944	
7095		972	
766.2'.6''.0'''.		648	
		766.2'.6''.	

Vel dimidium altitudinis (huius enim bisectio magis expedita in exemplo proposito, quia altitudinis quantitas pari numero, basios impari, definitur) per integram basin multiplicatur: vnde eadẽ surgit planities: vt heic:

Basis vniuersa 47.3'.
altit. dimid. 16.2'.
946
2838
473
Area 766.2'.6''.

Exemplum aliud. Triangulum esto, cuius altitudo 63.7': basis 42.1'. Quaeritur area. Heic basios dimidium 21.0'½, seu 21.0'.5'', per altitudinem 63.7', facit planitiem poll. 1340.8'.8''.5'''. Eadem quoque planities prodit, si tota basis per totam altitudinem multiplicetur, factusque bisecetur: vti heic videre est.

Basis dimidia 21.0'.5''.	Basis integra 42.1'.
altitudo 63.7'.	altit. integra 63.7'.
14735	2947
6315	1263
12630	2526
Area 1340.8'.8''.5'''.	21
	268177
	222222 (1340.8'.8''½

CAPVT

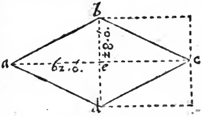
CAPVT XII.

De geodæsia Trianguli cuiusuis: rhombi, rhomboeidis, trapezii, multanguli.

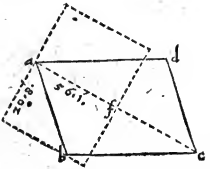
TRianguli directio, est directio componentium triangulorum.

Triangulatum per partes dirigendum est. Diuidendum enim in triangula. Hæc singula dirigenda. Plani tandem sigillatim inuenti, & compositi, area erunt plana dati triangulati.

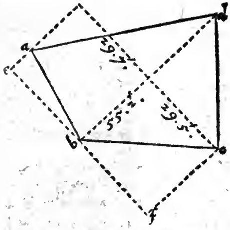
Rhombi exemplum. Esto rhombi a b c d inquirenda planities. Diuiditur rhombus in duo triangula, a b c, & a d c: quorū basis communis a c pollicum 62. o': altitudo e b, item e d, pollicum 14. o'. Dimidia ergo basis, nim. 31. o', per altitudinem 14. o', exhibet planitiem 434. o': quæ duplicata (cum triangula data sint æqualia) est rhombi dati planities, nim. 868. o'. Vel diuiditur rhombus a b c d in duo triāgula, b d a, & b d c: quorum communis basis b d, pollic. 28. o': altitudo e a, item e c, pollic. 31. o'. Dimidia ergo basis 14. o', per altitudinem 31. o', exhibet planitiē 434. o': quæ duplicata, facit rhombi planitiem 868. o'. Aut altitudo 14. o', multiplicatur per totam basin 62. o': (quia triangula sunt æqualia.) proditque vtriusq; trianguli, seu totius rhombi dati planities 868. o'.



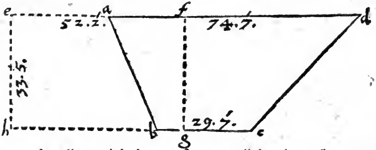
Rhomboeidis exemplum. Quæritur area rhomboeidis a b c d. Diuiditur hoc in duo triāgula a c b, & a c d: quorum basis communis a c, pollicū 56. 1': altitudo a e, pollic. 20. 8'. Dimidia basis, nim. 28. o'. 5'', per altitudinem 20. 8', exhibet planitiem 583. 4'. 4'': quæ duplicata, (quia triangula sunt æqualia) rhomboeidis dati planities est: nim. 1166. 8'. 8''.



Trapezii exemplum: Trapeziũ a b c d, diuiditur in duo triangula b d a, & b d c: quorum basis communis b d, pollicum 55.5′: altitudo primi, e b, poll. 29.7′: altitudo secundi, b f, poll. 29.5′. Dimidia basis, nimirum 27.6′, per altitudinem primi trianguli 29.7′, facit aream 819.7′.2″. Eadem basis dimidia per altitudinem alterius trianguli 29.5′, facit planitiem 814.2′. Planities vtraq; addita, cõstituit areã dati trapezii, poll. 1633.9′.2″.

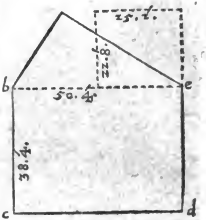


Sed trapezium, cuius duo latera opposita parallela sunt, directionis habet compendium, in laterum illorum exæquatione, ac perpendiculari connexione. Latera enim parallela coniũcta bisecantur: segmenta loco suo exaduersum reponuntur: perpendiculari vtrinque nectũtur: & expedita est directio. Exempli loco esto trapezium a b c d: cuius maius latus, a d, poll. 74.7′. huic oppositum parallelum latus, b c, poll. 29.7′. Ad inueniendum ergo aream huius trapezii, latera parallela 74.7′, & 29.7′, componuntur, vt fiat latus d a e, pollicum 104.4′. Hoc latus bisecatur in f: & dimidium f d, obiicitur dimidio f e: vt oriantur latera parallela æqualia f e, & g h, pollicum 52.2′. Hæc latera perpendicularibus f g, & e h, pollicũ 33.6 on n ctuntur. Tandẽ latus inuentum perpendiculari multiplicatur, nimirũ 52.2′, per 33.6′. & pdit area dati trapezii poll. 1753.9′.2″.

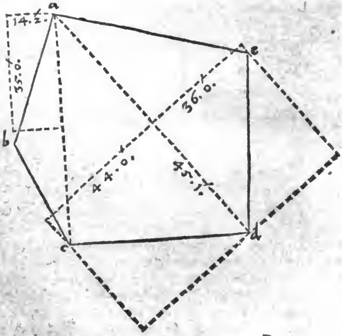


Multanguli inordinati exemplum. Esto quinquangulum, a b c d e: cui latera non omnia æqualia. Quia igitur latera b c, & e d, sunt æqualia, parallela,

lela, & ad latus c d recta: secatur propositum multangulum, in quadrangulũ rectangulum b c d e, & in triangulum a b e. Quadranguli lõgitudo 50.4', per latitudinem 38.4', aream facit pollicũ 1935.3'.6''. Trianguli vero a b e dimidia basis 25.2', per altitudinem 22.8', exhibet aream poll. 574.5'.6''. Tandẽ area vtraq; composita, est dati multanguli area, poll. 2509.9'.2''.



Esto aliud multangulum inordinatum a b c d e. Hoc diuiditur in triangula tria; a b c, & a c d, atq; a d e. Primi altitudo 14.2'. per basin dimidiam 35.0'. exhibet planum poll. 497.0'. Secũdi altitudo 44.0', per basin dimidiã 45.1', facit planũ 1984.4'. Tertii altitudo 36.0'. per basin dimidiam 45.1'. facit planum 1623.6'. Tandem tres planĩ additi, constituunt aream dati multanguli, nimirum pollic. 4105.0'.



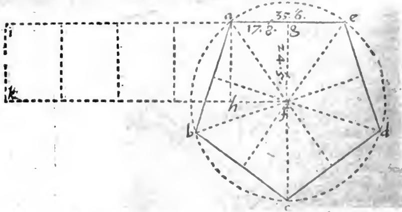
CAPUT XIII.

De compendiaria multanguli ordinati geodæsia. Vbi eius dato radio, lateris & perpendicularis inuentio docetur.

SIc omne triangulatum multangulum e suis triangulis mensuram capit.

2. Compendium vero est in multangulo ordinato, ex adscriptione circuli & rectilinei: nam perpendicularis a centro in latus, & dimidium perimetri, directionem absoluunt: illa quipp. solidi rectanguli æqualis latitudo est, istud longitudo.

Vasa liquori continendo destinata, plurima occurrunt multanguli ordinati, circulo inscripti, figura: quinquangula scilicet, sexangula, septangula, decangula, centangula &c. Quæ distingui possunt triangulis inæqualibus, vel æqualibus. Si inæqualibus distinguantur, ab angulo ad angulum ducẽdo lineam: areæ singulorum compositæ, vt modo docuimus, totius mul-



tanguli aream exhibebunt. Sectio autem in triangula æqualia, compendium habet: nam vnius trianguli inuenta area, numero omnium triangulorum multiplicatur: vel (quod idem est,) altitudo vnius, per dimidiam partẽ simul sumtarum basium, siue per dimidiatam perimetrum augetur: sicque multanguli dati planities vniuerse & simul discitur.

Porro multanguli ordinati in triangula æqualia partitio, fit angulorum bisectione singulorum, per prop. 9. lib. . Eucleidis. Sic enim constructa

triangula æqualia sunt, & angulis ad basin, seu in perimetro, & in centro angulis: quia æqualibus periphereiis insistunt: e prop. 27 lib. 3. Eucl.

Tali sectione multanguli, figuræ centrum innotescit, in concursu bisecantium: & radius, e centro ad angulum: perpendicularis item à centro in latus, quæ altitudinem cuiuslibet triangulorum manifestat.

Licet vero mechanici regula stereometrica tum radium, tum latus, & perpendicularē dimetiri queant: multo tamen accuratius radii solius quantitate regula explorata, latus, ex adscriptione circuli, ope canonis sinuum depromitur: tumque, noto multanguli latere & radio, per trianguli orthogonii proprietatem, perpendicularis etiam eruitur. Latus enim ordinati multanguli est subtensa arcus proportionati: vt, quinquanguli latus, est subtensa quinctę partis circumscriptæ periphereiæ: sexanguli, sextę: centanguli centesimæ, &c. Arcus igitur dimidiatus (nam integro in tabulis opus nō est,) in sinuum canone sinum exhibet: qui duplicatus subtensa est arcus propositi, seu latus multanguli quæsitum. Porro perpendicularis, atque dimidiatum latus multanguli, rectum constituunt angulum, cuius hypoteinousa est radius. Et quia in trīgulo orthogonio basis ęque potest cruribus, per prop. 47. li. 1. Eucl. nota basi, alteroq; crure, reliqui cruris inuentio prōta est. Quadratum enim dimidiati lateris seu vnius cruris, in dato multangulo, sublatum e quadrato radii, seu hypoteinousæ, relinquit quadratum perpendicularis, seu reliqui cruris, cuius radix ipsa est perpendicularis.

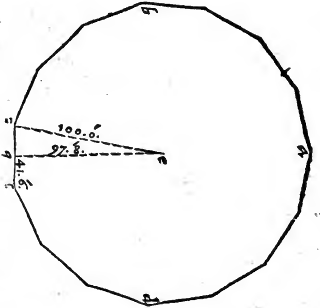
Lateris multanguli inuentio.

Perpendicularis inuētio.

Exempli gratia: esto quindecangulum a b c d, cuius radius e c, ἱσαρμός regulę stereometricæ deprehensus sit part. 100.0′. Quęritur & lateris, & perpendicularis a cētro in latus quantitas? Latus c f, est subtensa decimæquinctę partis circūscriptæ periphereię: nimirum, subtensa arcus graduum 24. si circulo 360, dentur gradus. Dimidiatus arcus, nim. 61.12. in tabula rectorum sinuum Regiomontani exhibet sinum 2079117: qui numerus eiusmodi partes denotat, qualiū radius, vel semidiameter cōtinet 10,000,000. Sinus hic duplicatus monstrat arcus propositi subtensam, nim. 4158234. Et hæc subtensa latus est inscripti periphereiæ quindecanguli; radio videlicet exsistente partium 10,000,000. Quia vero radius datus saltem 100 est partium, verum latus ita inuestigatur: Radius 10,000,000. partium, dat subtensam 4158234: ergo radius 100 partiū, dabit subtensam 41 $\frac{58234}{100000}$ seu 41,6′ — quæ subtensa latus est dati quindecanguli.

Perpendicularis autem e g ita indagatur. Quadratum dimidiati lateris

4,322,727,499,689, ſublatū e quadrato radii 100,000,000,000,000 relinquit quadratum perpendicularis 95677272500311: cuius radix 9781475 —ipſa eſt perpendicularis, radio poſito partium 10,000,000. Quia vero radius datus ſaltem 100 eſt partium, vera perpendicularis proportionabiliter ita inquiritur. Radius 10,000,000, dat perpendicularem 9781475: ergo radius 100, dabit perpendicularē $97\frac{8147500}{10000000}$, ſeu 97.8′ — Quæ ſchema ſequens ob oculos ponit.



Quoniam autem non ſolum latus baſios multangulæ, dati cuiuſuis priſmatis excauati, regula facilius & citius explorari poteſt, quam radius a centro baſis vacuæ; ſed etiam triangulorum doctrina mechanicis vulgarib. fere ignota eſt; in ſuperque geodæſia nõnunquam feſtina & extemporanea deſideratur: ob id latera hoc loco inſeremus circulo inſcriptorum aliquot rectilineorum, vna cum ſuis perpendicularibus; radio adſumto partium 10,000,000, vt regula dimenſo multanguli latere, perpendicularis ſtatim, e nota proportione lateris & perpendicularis multanguli eiuſdem generis, ope regulæ aureæ, elici queat. Lateris enim atque perpendicularis quantitatem nouiſſe, ſatis eſt ſtereometræ, ad dati multanguli planitiem addiſcendum.

Arcus ergo inſcripti quinquanguli eſt Gr. 72: (nam quinquies additi 72 gradus, integrant periphereiam gradibus 360.) Dimidiatus hic arcus,

cus, nim. Gr. 36. exhibet ſinum 587785 2. qui duplicatus, dat ſubtenſam arcus Gr. 72. ſeu latus quinquanguli 11755704. Porro quadratum lateris dimidii 34549144133904. ſubductum de radii quadrato 100,000,000,000,000. relinquit quadratum perpendicularis 65,450,855,866,096. cuius radix 8090170—+—ipſa eſt perpendicularis.

Sexanguli inſcripti arcus eſt Graduum 60. Dimidiatus arcus Gr. 30. exhibet ſinum 5,000,000. qui duplicatus, eſt latus ſexanguli, coincidens cum radio, nim. 10,000,000. Iam, quadratum dimidiati lateris 25,000,000,000,000. detractum quadrato radii 100,000,000,000,000. relinquit perpendicularis quadratum 75,000,000,000,000. cuius radix 8660254—+—ipſa eſt perpendicularis.

Septanguli inſcripti arcus eſt Graduum 51$\frac{3}{7}$, ſeu Gr. 51.25′.43″. Dimidiatus Gr. 25.42′,51″.—+—dat ſinũ 4338818.—+—qui duplicatus eſt latus ſeptãguli 8677637. Ampli⁹, quadratũ lateris dimidii 18821534163712 4. demtum e radii quadrato 100,000,000,000,000, relinquit perpendicularis quadratum 81174658362876. cuius radix ipſa eſt perpendicularis, videlicet 9009698—+—.

Octanguli inſcripti arcus eſt Graduum 45. Dimidiatus arcus Gr. 22. 30′. exhibet ſinum 3826834. qui duplicatus eſt latus octãguli 7,653,668. Porro, quadratum dimidii lateris 14,644,658,463,556. ſubtractum de radii quadrato 100,000,000,000,000. relinquit perpẽdicularis quadratum 85,355,341,536,444. cuius radix dati octanguli eſt perpendicularis, nimirum 9,238,795.—+—

Nonanguli inſcripti arcus eſt Graduum 40. Dimidiat⁹ arcus Gr. 20. exhibet ſinum 3,420,201. qui duplicatus 6840402. eſt latus nonanguli. Porro dimidii lateris quadratum 11,697,774,880,401. ſubductum e radii quadrato 100,000,000,000,000. relinquit perpendicularis quadratum 88,302,225,119,599, cuius radix dati nonanguli eſt perpendicularis, nimirum 9396926—+—

Decanguli inſcripti arcus eſt Graduum 36. Dimidiatus arcus Gr. 18. dat ſinum 3090170. qui duplicatus 6180340, eſt latus decanguli. Porro dimidii lateris quadratum 95,489,559,481,900. ſubtractum e radii quadrato 100,000,000,000,000, relinquit perpendicularis quadratum 9045084937 1100. cuius radix 9510565—+—dati decanguli eſt perpendicularis.

Vndecanguli inscripti arcus est Graduum 32. 43'. 38" — Dimidiatus arcus Gr. 16. 21'. 49". dat sinum 2817321. — qui duplicatus 5634642. est latus vndecanguli. Hinc dimidii lateris quadratū 7,937,297,617,041. subductum e radii quadrato 100,000,000,000,000. relinquit perpendicularis quadratū 92,062,702,382,959. cuius radix 9594931 — dati vndecanguli est perpendicularis.

Duodecanguli inscripti arcus est Graduum 30. Dimidiatus arcus Gr. 15. dat sinum 2,588,190. qui duplicatus 5,176,380. est latus duodecanguli. Porro dimidii lateris quadratum 6,698,727,476,100. subtractum e radii quadrato 100,000,000,000,000. relinquit perpēdicularis quadratum 93,301,272,523,900. cuius radix 9659258 — dati duodecanguli est perpendicularis.

Tredecanguli inscripti arcus est Graduum 27. 41'. 32". — Dimidiatus arcus Gr. 13. 50'. 46". dat sinum 2393149. qui duplicatus 4786298. est latus tredecāguli. Porro dimidii lateris quadratum 5,727,162,136,201. subductum de radii quadrato 100,000,000,000,000. relinquit perpendicularis quadratum 94,272,837,863,799. cuius radix 9709420 — dati tredecanguli est perpendicularis.

Quatuordecanguli inscripti arcus est Graduum 25. 42'. 51". Dimimidiatus arcus Gr. 12. 51'. 25". dat sinū 2225175. qui duplicat⁹ 4450350. est lat⁹ quatuordecāguli. Porro dimidii lateris quadratū 4951403780625. subductum de radii quadrato 100,000,000,000,000. relinquit perpēdicularis quadratum 95,048,596,219,375. cuius radix 9749286 — dati quatuordecanguli est perpendicularis.

Quindecanguli inscripti arcus, est Graduum 24. Dimidiatus hic arcus Gr. 12. dat sinum 2079117. qui duplicatus 4158234. est latus quindecanguli. Hinc quadratum dimidii lateris 4322727499689. subductum e radii quadrato 100,000,000,000,000. relinquit quadratum perpendicularis 95,677,272,500,311. cuius radix 9781475 — dati quindecanguli est perpendicularis.

Sedecanguli inscripti arcus est Graduum 22. 30'. Dimidiatus arcus Gr. 11. 15'. dat sinum 1950903. qui duplicatus 3901806. est latus sedecāguli. Porro quadratum dimidii lateris 3,806,022,515,409. detractum e radii quadrato 100,000,000,000,000. relinquit quadratum perpēdicularis 96193977484591. cuius radix 9807852 — dati sedecanguli est perpendicularis. Septen-

Septendecanguli inscripti arcus est Graduum 21.10'.35". Dimidiatus arcus Gr. 10.45'.18"—dat sinum 183751 1. qui duplicatus 3675022. est latus septẽdecanguli. Porro quadratũ dimidii lateris 3,376,446,675,121. deductum e radii quadrato 100,000,000,000,000. relinquit quadratum perpendicularis 96,623,553,324,879. cuius radix 9829728—+—dati septem decanguli est perpendicularis.

Octodecanguli inscripti arcus est Graduum 20. Dimidiatus arcus Gr. 10. dat sinum 1736482. qui duplicatus 3472964. est latus octodecanguli. Porro quadratum dimidii lateris 3,015,369,736,324. deductum e radii quadrato 100,000,000,000,000. relinquit quadratum perpendicularis 96,984,630,263,676. cuius radix 9848077—+—dati octodecanguli est perpendicularis.

Nouendecanguli inscripti arcus est Graduum 18.56'.50". Dimidiatus arcus Gr. 9.28'.25". dat sinum 1645933. qui duplicatus 3291866. est latus nouẽdecanguli. Hinc quadratũ dimidii lateris 2,709,095,440,489. detractum radii quadrato 100,000,000,000,000. relinquit quadratum perpendicularis 97290904559511. cuius radix 9863615—+—dati nouendecanguli est perpendicularis.

Vigintanguli inscripti arcus est Graduum 18. Dimidiatus arcus Gr. 9. dat sinum 1564345. qui duplicatus 3128690. est latus vigintanguli. Hinc quadratum dimidii lateris 2447175279025. subtractum de radii quadrato 100,000,000,000,000. relinquit quadratum perpendicularis 97552824720975. cuius radix 9876883—+— dati vigintanguli est perpẽdicularis.

Centanguli inscripti arcus est Graduum 3.36'. Dimidiatus arcus Grad. 1.48'. exhibet sinum 314,108. qui duplicatus 628216. est latus centanguli. Porro quadratum dimidii lateris 98,663,835,664. subductum de radii quadrato 100,000,000,000,000. relinquit quadratum perpendicularis 99,901,336,164,336. cuius radix est perpendicularis dati centanguli, nimirum 9,995,065—+—

Millanguli inscripti arcus est Grad. 0.21'.36". Dimidiatus arcus Grad. 0.10'.48". dat sinum 31415. qui duplicatus 62830. est latus millanguli. Porro dimidii lateris quadratum 986902225. subductũ de radii quadrato 100,000,000,000,000. relinquit perpendicularis quadratum. 99999013097775. cuius radix 9999950—+—est perpendicularis dati millanguli.

Breuiter autem multangulorum allatorũ lateris & perpendicularis proportiones ita habent, radio adſumto partium 100,000.

Si quinquanguli latus eſt 117557, perpendicularis eſt 80902—

Si ſexanguli latus 100000, perpendicularis 86603—

Si ſeptanguli latus 86776, perpendicularis 90097—

Si octanguli latus 76537, perpendicularis 92388—

Si nonanguli latus 68404, perpendicularis 93969—

Si decanguli latus 61803, perpendicularis 95106—

Si vndecanguli latus 56345, perpendicularis 95949—

Si duodecanguli latus 51764, perpendicularis 96593—

Si tredecanguli latus 47863, perpendicularis 97094—

Si quatuordecanguli latus 44503, perpendicularis 97493—

Si quindecanguli latus 41582, perpendicularis 97815—

Si ſedecanguli latus 39018, perpendicularis 98078—

Si ſeptendecanguli latus 36750, perpendicularis 98297—

Si octodecanguli latus 34730, perpendicularis 98481—

Si nouendecanguli latus 32919, perpendicularis 98636—

Si vigintanguli latus 31287, perpendicularis 98769—

Hæ multanguli ſpecies fere ſunt præcipuæ, quæ occurrere ſolent: vna cum ſuis & lateribus, & perpendicularibus. Vnde, dato cuiuſuis multanguli latere, perpendicularem ope regulæ aureæ inueſtigare facillimum eſt. Vt enim laterum iam traditorum quoduis ad ſuam perpendicularem: ita latus datum multanguli homogenei ad ſuam perpendicularẽ ignotam. *Exempli gratia*: propoſito nonangulo, latereq; dato 24.3′, perpendicularis ita inueſtigabitur: Si in nonangulo, latere exſiſtente 68404, perpendicularis eſt 93969—: ergo latere 24.3′ exſiſtente, perpendicularis erit 33.4′—

Exemplum geodæſiæ Quinquanguli.

Eſto quinquangulum a b c d e: diuidendum in triangula æqualia, rectis e quouis angulo ad centrum f ductis: vt fiant quinque triangula a e f: e d f: d c f: c b f: b a f. Latus quinquanguli, regula cubimetrica exploratum, eſt 35.6′. Perpẽdicularem, aureus proportionũ canon ita cõcludit: in quinquangulo, latus 117557, perpendicularem habet 80902: ergo latus 35.6′, perpendicularem habet 24.5′. Hinc iam vnius trianguli area inuenitur, altitudinem 24.5′, per baſis dimidium 17.8′ multiplicando: ſurgunt enim 436.1′ pollices quadrati.

Hæc

Hæc area numero omnium triangulorum multiplicatur, seu quinquies componitur: vnde dati quinquanguli area 2180.5′ producitur. Vel dimidium perimetri, seu basium simul sumtarum, per altitudinem vnius trianguli multiplicatur, vt 24.5′: per 89.0′: hinc enim eadem area 2180.5′ elicitur. Porro in diagrammate apparet, triangulum a e f, æquari quadrangulo a g f h: quia, in iisdem cũ hoc parallelis exsistens, basin habet duplam prop. 42. li. 1. Eucl. Ergo similiter constat, quinq; æqualibus triangulis dati pentagoni, æquale esse parallelogrammũ a h k i, quadrãguli a g f h quinctuplũ.

Sexanguli exemplum.

Esto Sexangulum, cuius latus 30.3′ pollic. quæritur perpendicularis, & hinc directio? Si sexanguli latus est 100,000, perpendicularis est 86,602: ergo, si sexanguli latus est 30.3′, perpendicularis erit 26.2′. Dimidium porro lateris 15.1′.5″, & altitudo 26.2′, æquale triangulo parallelogrammum constituunt, nimirum 396.9′.3″. Hoc quadrangulum sexies auctum, quia in sexangulo sex latera, seu sex triangula, producit 2381.5′.8″. aream dati hexagoni. Vel, dimidium perimetri, per altitudinẽ multiplicetur: vt 90.9′, per 26.2′; emergit namque similiter area 2381.5′.8″. Vel, tota perimetrus 181.8′, per dimidiatam altitudinem ducatur, sc. per 13.1′: & prodit area 2381.5′.8″.

Septanguli exemplum.

Septanguli latus esto 26.3′ pollic. quæritur directio? Si, cum septanguli latus est 86784, tum perpendicularis est 90095: ergo, cum latus septanguli est 26.3′, perpendicularis erit 27.3′ poll. Dimidium perimetri 92,0′.5″, per altitudinem 27.3′, dat aream septanguli 2512.9′.6″ pollicum.

Octanguli exemplum.

Latus octanguli esto 23.2′. Cũ igitur latus octanguli 76537, habeat perpendicularem 92388: latus 23.2′, habebit perpendicularem 28.0′. Latus quater sumtum, est dimidium perimetri, nim. 92.8′: hoc per altitudinem 28.0′. multiplicatum, aream facit octanguli propositi 2598.4′ pollic.

Nonanguli exemplum.

Esto nonanguli latus 20.7′. Si ergo latere non anguli exsistente 68404, perpendicularis est 93969: cum latus est 20.7′, perpendicularis erit 28.4′. Latus 20.7′ per 4.5′. multiplicatum, facit dimidiam perimetrum 93.1′.5″: quæ per altitudinem 28.4′ multiplicata, dat aream propositi nonanguli 2645.5′ pollic.

CAPVT XIV.

De Circuli geodæsia. Vbi etiam de Quadratura, seu tetragonismo.

DIrectio rectilineæ superficiei ita est.

2. Obliquilinea superficies est circulus: cuius directio est radius, & peripheriæ dimidium: hoc enim solidi rectanguli æqualis longitudo est; ille, latitudo. Rectilineæ superficiei hactenus tradita directio apodictica est & accuratissima: quia cuilibet rectilineo, in triangulo resoluto, æquale constitui potest rectangulum; tum oblongum, per prop. 42. lib. 1. tum quadratum, per prop. 14. l. 2. Circulo autem num æquale possit rectilineum effformari; multis iam seculis, tetragonismi nomine, disceptatum est.

Quidam enim hunc simpliciter & natura impossibilem adfirmant: hacq; vtuntur ratione. Exæquatio spatii rectilinei & obliquilinei dependet a proportione lineæ rectæ ad obliquam. Sed nulla potest esse proportio lineæ rectæ ad obliquam. Ergo non est possibilis exæquatio spatii rectilinei & obliquilinei.

Propositionem confirmant: Quadratura (si esset) dependeret e proportione diametri ad periphereiam: cum secundum Quadratores, radius & semiperiphereia quadrangulum oblongum comprehendant: cui postmodum per prop. 14. l. 2. æquale quadratum constitui potest.

Adsumtionem probant: Proportio est duarum magnitudinum eiusdẽ generis mutua quædam secundum quãtitatem habitudo, e def. 3. l. 5. Eucl. At linea recta & obliqua non sunt eiusdem proximi generis, sed naturæ diuersissimæ: illius omnes, etiam minimæ, partes, rectæ; huius omnes obliquæ: nec obliquæ lineæ vllo modo per applicationem & ἐφαρμογὴν sensibilem rectis lineis geometrice seu accuratissime æquari possunt. Ergo lineę rectæ ad obliquam nulla est proportio.

Deinde ita concludunt: Spatia figurarum natura discrepantium, inter se conferri & exęquari nequeunt. Rectilinea & obliquilinea spatia, natura sua differũt. Ergo rectilinea & obliq linea spatia exęquari nõ possunt.

Propositionem firmant. Ad arearum exęquationẽ requiritur vtrobiq; (nim. tam in figura data, quam in construenda) certus laterum & angulorum positus: e lib. 1. & 2. elementorum Eucl. Figuræ natura discrepantes, rectilineæ quidem habent certum laterum & angulorum situm: circulares autem

autem nec latera habent, nec angulos. Ergo figuræ natura discrepantes areis exæquari nequeunt.

Adsumtũ probant. Superficies rectilinea, lineis rectis terminatur: quę lineæ latera sunt illius superficiei, & communi sua sectione angulos constituunt. Circularis autem superficies linea vna circulari terminatur, a centro vbiq; æqualiter distante, nec latera, nec angulos faciente. Hæc principia dictarum planitierum tam sunt cõtrariæ naturæ, vt in se mutuo transire nequeant. Vnde etiam Eucleides, definita primum superficie rectilinea, postea seorsim circulum definit.

Tertio sic arguunt. Quemadmodum angulo semicirculi dari potest rectilineus maior & minor, non tamen æqualis: & angulo contactus dari potest rectilineus maior, non minor, neque æqualis, e prop. 16. l. 3. Eucl. item anguli segmentorum circuli dari possunt recto rectilineo maiores, & minores, non æquales: ita etiam areæ obliquilineæ dari potest area rectilinea maior & minor, non autem æqualis. Quoniam æqualitas affectio est eorũ, quæ sunt eiusdem generis & naturæ, vt inter se comparari queant.

His vero alii sese opponunt: qui natura nequaquam repugnare, sed consentaneum esse adserunt, omni spatio circulari aliud spatium rectilineum æquale esse posse. Quod sic firmant. Quæcunque magnitudines inæquales rationem ad inuicem habent, natura æquari possunt. Linea recta & circularis: area item rectilinea & circularis, rationem ad inuicem habent. Ergo natura æquari possunt.

Propositio patet. Nam ratio est habitudo magnitudinum eiusdem generis; qua vna maior vel minor altera, aut eidem æqualis dicitur; e def. 3. l. 5: ideoque in talibus magnitudinibus, addere minori, vel detrahere maiori licet, eo vsque donec vna alteri fiat æqualis: per 4 postulatum l. 1. Eucl.

Adsumtio probatur. Rationem habere inter se duæ magnitudines secũdum quantitatem comparatæ dicuntur; si primo sint eiusdem generis, vt duo numeri, duæ lineæ; duę superficies, duo solida: e def. 3. l. 5. Eucl. Deinde, si ita sint eiusdem generis, vt multiplicatæ sese mutuo superent, excessu similis naturæ, qui videlicet multiplicatus vtramq; magnitudinem superare queat: e def. 5. l. 5. Eucl. monente etiam Petro Nonio in sua Algebra, & Clauio ad prop. 8. l. 5. Eucl. Sic quadrati latus & diagonius dicuntur habere proportionem (licet irrationalem, quæ nullo possit numero exprimi) quia latus bis sumtum, excedit diagonium. Sic periphereia & diameter ra-

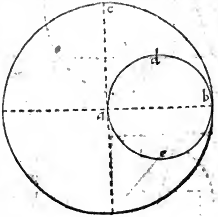
tionem habent inter se aliquam: nam diameter quater multiplicata, circũferentiæ longitudinem (quod notum est) superat: suntque diametri vt periphereiæ, secundum Pappum, theorem. 5. lib. 11. & theor. 26. l. 8. Ita area circularis & rectilinea rationem habent: quia multiplicatæ sese superare possunt. Item circuli sunt vt a diametris quadrata, per prop. 2. l. 12. Si igitur vt Quadratum A ad Quadratum B, ita circulus C ad circulum D: erit etiam vicissim, vt quadratum A ad circulum C, ita quadratum B ad circulum D. Nam si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & vicissim proportionales erunt: e prop. 16. l. 5.

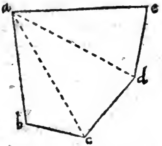
Argumenta vero prioris opinionis ita hi dissoluere conantur. Primo lineam rectam & obliquam naturæ esse diuersissimæ, ratione situs suarum partium, concedunt: cùm illa terminis suis æqualiter, ista inæqualiter sit interiecta. Interim rectam & obliquam in eo conuenire, quod vtraque sit magnitudo tantum longa: & huius longitudinis respectu comparari eas posse, adserunt: e def. 5. l. 1.

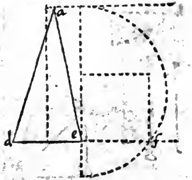
Præterea, directionem obliquæ; vel rectæ & obliquæ ἐφάρμοσιν, difficulter, nec nisi mechanice, institui posse; & in materia flexibili, vel volubili, ob latitudinis & materiæ impedimenta, longitudinem facile variari largiuntur. Immo licet diligens admodum rectæ ad circularem fiat applicatio: veram tamen & exactissimam periphereiæ longitudinem, in data aliqua mensura, addisci hinc posse minime, statuunt: verum geometrica principia & media requirunt: qualia in aliis casibus sunt, de trianguli rectanguli tertio latere, duobus datis, inueniendo: de comparatione & proportione laterum ac figurarum &c.

Alterum argumentum eodem modo consistant, data enim rectæ & obliquæ, item spatii rectilinei & obliquilinei proportione: æqualitatem quoq; hinc dari, inferunt. Ad propositionis autem prosyllogismum respondent: figurarum capacitatem seu amplitudinem generatim iudicari e quantitate & situ perimetri: speciatim, rectilinearum in triangula resolutarum, e basi & altitudine: circuli, e periphereia, quæ basin, & radio, qui altitudinem repræsentat (in rectilineis, altitudo est perpendicularis a vertice figuræ ad basin: in circulo centrum verticis est loco, circumferentia basios: neque vlla linea circulo inscripta, perpendicularis est periphereiæ, nisi quæ per centrũ agitur. Radius ergo altitudo est circuli.) Nõ est autem id quod de æquatione tantum rectilineorum inter se, docetur; ad æquationem omnium figurarum

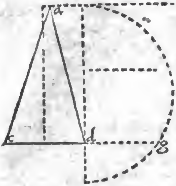
rarum transferendum. In adſumtione, ſpatia rectilinea & obliquilinea, naturæ eſſe diuerſiſſimæ concedunt, ratione perimetri: ſed conuenire atque comparari dicunt in eo, quod ſint magnitudines planæ, longitudinis ac latitudinis participes: ideoque comprehenſa perimetris ſpatia eſſe proportionalia, & natura æquari poſſe, e def. 5. l. 5. adfirmant. Nec enim vel lineas rectas & obliquas, vel ſpatia rectilinea & obliquilinea, tam eſſe pugnãtis naturæ, vt longitudinis aut amplitudinis nullã admittant æqualitatem. Nam (exempli & inſtantiæ cauſſa) circuli maioris quadrantem a b c, æqualem eſſe toti circulo a e b d, cui radius maioris illius a b ſit pro diametro: licet huius ſpatium circulare periphereia; illius miſtilineum radio gemino, & periphereiæ quadrante, contineatur. Quinimmo, cuiuis rectilineæ figuræ cõ-

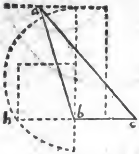


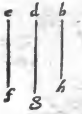


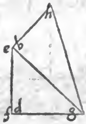


ſtitui poſſe æqualem obliquilineam lunularem. Exempli gratia: ſi Quinquangulo inordinato a b c d e, lunula æqualis ſit conſtituenda: primũ per prop. 14. l. 2. quinquangulo dato æquale quadratum ponitur. [Fit autem hoc, docente Clauio ad dictam propoſ. commodiſſime, ſi datũ quinquangulum



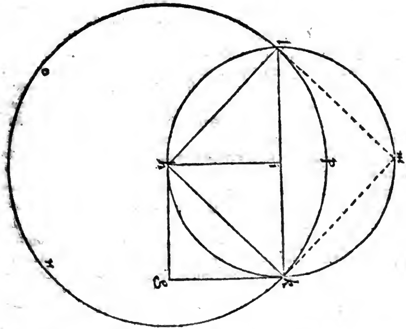






resoluatur in triangula tria a d e, a c d, & a b c: hinc latus inuestigetur quadrati, singulorũ triangulorum: constituendo æquale oblongum; latera id comprehendentia, maius & minus, coniungendo; ad coniuncta latera semicirculum describendo, basin trianguli continuatam secantem: erit enim tunc basis portio, semicirculo secta, latus quadrati dato triangulo æqualis: nim. e f, erit latus quadrati æqualis triangulo a d e: sic etiam d g, & b h, latera erunt quadratorum, triangulis a c d, & a b c, æqualium. Latus autem quadrati, quod trium inuentorum laterum quadratis sit æquale, inuenitur, si primum duo latera e f, & d g, perpendiculariter iungantur, & extrema laterum, recta e g connectantur, quæ latus est quadrati æqualis duobus quadratis laterum e f, & d g. Deinde si inuento lateri e g, tertium latus b h, perpendiculariter iungatur, & extrema laterum recta h g connectantur: ipsa h g erit latus quadrati æqualis duobus quadratis laterum e g & b h. Quia vero e g est latus quadrati æqualis duobus quadratis laterum e f & d g: iccirco h g erit simul latus quadrati, æqualis tribus quadratis laterum e f, & d g, & b h. Quadratũ ergo ad latus h g constitutum, nim. g h i k, dato quinquangulo erit æquale.] Porro ad inuenti quadrati diagonium h k, aliud quadratum, priori duplum, constituitur, nim. h k m l: quod diagonio k l rursus diuisum, duo exhibet triangula rectangula æquicrura, l h k, & l m k: quorum quodlibet dato quinquangulo est æquale. Iam alterutrius trianguli hypoteinousa l i k, fit diameter, & ad eam circulus describitur minor h k m l: crus itidem alterutrum radius fit, eoque circulus maior describitur

nkp



n k p l o. Lunula igitur l p k m, a maioris peripheriæ quadrante & minoris semisse efformata, triangulo l h k, item quadrato g h i k; & sic etiam proposito quinquangulo a b c d e, est æqualis. Maior enim circulus n k p l o, duplus est minoris h k m l: per prop. 31. l. 6, & prop. 2. lib. 12: ideoque semicirculus minor, k m l i, æqualis est quadranti maioris circuli k p l h. Dēta igitur area communi, l p k i, quæ a maioris circuli arcu seu quadrante l p k, & minoris diametro l i k, comprehenditur: relinquuntur vtrinque æquales portiones, lunula l p k m, & trigonum l h k.

Postremi argumenti similitudo iisdem, ob disparem angulorum & arearum rationem, claudicare videtur. Angulis enim quibus crura sunt heterogenea (quales sunt anguli contactus, & segmentorum peripheriæ interni atq; externi) nec rectilineos nec obliquilineos angulos æquales dari posse; propter (vt loquuntur) oppositũ in adiecto. Ad angulorum enim æqualitatem, æqualem ad inuicem crurum angulantium situm vel inclinationem, ad communes sectionis, seu contactus punctum, requiri. Sed crura anguli

R

rectilinei, itemq; obliquilinei, non posse æqualem adinuicem obtinere situm, cruribus anguli mistilinei; & viciſſim. Ergo angulo mistilineo, nec obliquilineum, nec rectilineum posse æquari. Propositionem e definitione anguli deducunt. Adſumtum probant: rectas quippe angulum facientes, neque inuicem tam prope acclinare ſibi poſſe, quam rectam & conuexam: neque adeo declinando ſeſe refugere, ac rectam & concauam: per propoſ. 16. l. 3. Eucl. inde fieri, vt conuexa cum recta maiorem ſemper; concaua autem cum recta minorem conſtituat angulum, ſiue obtuſus is ſit, ſiue acutus, quam recta obliquæ illius loco æquabiliter poſitæ, hoc eſt, tangens, non ſecans obliquam. Recta obliquæ non quidem æqualiter, ſed tamen æquabiliter, ad idem punctum ſiſti poteſt. Non æqualiter: quia huius qualibet etiã minutiſſima pars obliqua, illius recta eſt. Æquabiliter; ſi vtrobique par inclinatio obliquæ; veluti contactu. Licet vero angulo miſticruro, recticrurus vel obliquicrurus non poſſit æquari: omni tamen rectilineo angulo, conſtitui poſſe obliquilineam lunularem æqualem, adfirmant, e Proclo ad 12. axiom. l. 1. Eucl. quod lunularium, æqualibus radiis deſcriptorum, crura, eandem prorſus cum duabus rectis anguli rectilinei adinuicem inclinationem habere poſſint: cum cauitas alterius cruris, reliqui conuexitatem compenſando exæquet. Non tamen contra, omnibus obliquilineis etiam rectilineos æquari poſſe: non enim ſyſtroeidibus, quia crus vtrumque rectarum inclinationem excedat: nec pelecoeidibus, quia crus vtrumque a rectarum inclinatione deficiat: ideoque heic defectum, ibi exceſſum geminari, non, vt in lunularibus, compenſari.

Hinc ſyllogiſmum aduerſariorum, ab angulis ad areas concludentem, ita conformant, & refellunt: Quarumcunque figurarum anguli tam diuerſæ ſunt naturæ, vt ſibi æquari inuicem nequeant: illarum ipſarũ quoq; figurarũ areæ ſibi æquari nequeunt. Sed obliquilinearũ & rectilinearum figurarum anguli, ſibi æquari nequeunt. Ergo neque areæ figurarum obliquilinearum & rectilinearum ſibi poſſunt æquari.

Propoſitionem negant, e prius demonſtratis. Circulum enim cui nullus ſit angulus, æquari tamen poſſe alterius circuli ſemiſſi, trienti, quadranti. Ita ſemicirculum, cui anguli miſtilinei, poſſe tamẽ æquari alterius circuli quadranti, cui anguli & miſtilinei, & rectilineus.

Adſumtionem quoque iam ante inſtantia confectam: lunulares enim angulos obliquilineos, rectilineis æquari poſſe.

Quare

Quare simile ab angulis ad areas, nihil concludere adfirmant. Nō enim angulos mistilineos & obliquilineos quosdam rectilineis æquari non posse, quod nulla rectæ ad obliquam sit proportio: sed quod inclinationem obliquarum, nisi hanc situs compenset, rectæ lineæ minime adsequi valeant. Immo, sicuti angulis rectilineis obliquilineos; & figuris rectilineis obliquilineas lunulares, æquari posse, demonstrarunt: ita etiam circuli areæ natura respondere posse aream rectilineam, iudicant: quamuis hactenus rationibus & modiis geometricis eam docere & construere nemo potuerit.

Equidem aliis dirimendam litem committo. Nihilominus, cum & anguli & figuræ lunulares, rectilineis æquari possint: pelecoeides autem anguli (quibus circuli cauitas maxime adfinis videtur) rectilineis æquari nequeant: istuc propendeo, circulo æquale rectilineum natura esse non posse. Vt enim in angulis systrocidibus & pelecocidibus; ita etiā in periphereia nulla est curuaturæ compensatio: quæ fere sola angulorum & figurarum lunularium æquationem excusare videtur.

Ex hactenus allatis manifestum est, directionem circuli absolutissimam, seu geometricam, vel prorsus impossibilem, vel certe nondum exploratam esse. Quamuis enim eandem Mathematici quouis seculo nobilissimi peruestigare conati sunt: præcisionem tamen attingere nequaquam potuerūt. Conatus autem in hoc problemate reliquorum omnium Archimedes superauit: qui, cum periphereiæ ad diametrum proportionem veram per se & directa via indagari haud posse animaduerteret: propinquam saltem collatione maiorum & minorum (nim. multanguli ordinati 96 laterum, circumscripti circulo & inscripti) exquirere atque demonstrare, ad opera mechanica satis esse iudicauit. Nam perimetrum dicti multanguli circumscripti, inuenit triplam diametri, & præterea non plane sesquiseptimam: ideoque periphereiam inscripti circuli fore triplam, & adhuc paullo minorem, quam sesquiseptimam, arguit: cum contenta periphereia inscripti circuli, minor sit continente perimetro nonagintasexanguli. Contra, perimetrum multanguli inscripti circulo, inuenit triplam, & plus quam superdecupartientem septuagesimas primas: ideoque periphereiam circumscripti circuli esse triplam, & adhuc maiorem quam superdecupartientem septuagesimas primas, collegit: cum continens periphereia circumscripti circuli maior sit contenta perimetro nonagintasexanguli. Hinc igitur Archimedes proximam circumferentiæ ad diametrum

rationem, sensibus aliquousque satisfacientem, inter triplam sesquiseptimam, & triplam superpartientem decem septuagesimas primas, consistere, probauit. Et quia vltra triplam excessus paullo minor erat sesquiseptima; longe autem maior sesquioctaua: ideo sesquiseptimam ceu viciniorem, adsumsit.

Verumtamen circumferentiæ ad diametrum proportio accuratius etiã nonnihil indagari potest, collatione multanguli ordinati, circulo inscripti, plurimorum laterum. Sicuti enim multangulum ordinatum perpendiculari & semiperimetro comprehenditur: ita circulus (qui veluti πολυγωνία & ἰσογωνία exsistit, seu totus angulus periphereiæ sibiipsi vbique æqualis) radio & semicircumferentia continetur. Proinde in multangulo inscripto plurimorum, & ob id minimorum laterum; cum inter perimetrum, & cõtinentem periphereiam sensu perceptibile spatium vix reperiatur: citra errorem perpendicularis inuenta pro circuli radio; & dimidium perimetri, pro semiperipherreia sumi; & harum proportiones ad arcę circularis inuentionem accommodari possunt. Esto igitur multangulum circulo inscriptum, laterum 21, 600: radioque posito 10,000,000 partium; quæratur latus, perpendicularis, & semiperimeter? Arcus vnius lateris erit 1 scrupulum primum. Dimidiatus ergo arcus, nim. Gr. 0.0′. 30″. exhibebit sinum 1,454 $\frac{1}{2}$: qui duplicatus dabit subtensam, seu latus multanguli 2909. Porro quadratum sinus seu dimidii lateris 2, 115, 570, subductum de radii quadrato 00,000,000,00,00 relinquet quadratum perpendicularis 99,999,997,884,430, cuius radix 9,999,999 –+– ipsa erit perpendicularis. Semiperimeter tandem huius multanguli (quod 21600 est laterum: & quodlibet latus 2909 partium) erit 31,417,200 partium. Et sic præcise satis inuenta erit ratio semiperiphereiæ ad radium: eadem nimirum, quæ semiperimetri propositi multanguli 31,417,200. ad perpendicularem eiusdem multanguli 9,999,999 –+–. Est autem ratio hæc tripla superpartiens $\frac{157467}{1111111}$: minor scilicet quam 3 $\frac{10}{70}$. & maior quam 3 $\frac{10}{71}$: vti heic videre est:

1,1 0 2,2 6 9. 1,111,111.	11 1 8 0 1 5 7. 11111110.
$\frac{157467}{1111111}$ ╳ $\frac{1}{7}$	$\frac{157467}{1111111}$ ╳ $\frac{10}{71}$
7,777,777	78,888,881.

Iosephus

Iosephus Scaliger, periphereiæ ad diametrum rationem e quadratis vtriusque rimatur: & quadratum ab ambitu circuli decuplum esse adserit quadrati a diametro. Latera igitur denarii & vnitatis (minimorum videlicet in data ratione quadratorum) proportionem quæsitam, (quæ Indorum etiam olim fuit sententia) in minimis terminis exhibebunt, eam, quæ est 158, 113, 883. ad 50, 000, 000. nimirum triplam, superpartientem $\frac{8113883}{50000000}$. Sed alucinari virum doctissimum, Archimedea conuincit ἀπόδειξις. Si enim multanguli periphereiam continentis ambitus ad diametrum rationem habet $3\frac{1}{7}$. necesse est periphereiam, multangulo illo contentam, minorem iam dicta rationem habere: e prop. 8. lib. 5. Eucl. nam inæqualium magnitudinum maior ad eandem, maiorem rationem habet, quam minor. Patet vero rationem 158, 113, 883. ad 50, 000, 000. non minorem, sed multo tripla sesquiseptima, imo etiam tripla superquinctupartiente trigesimas primas, maiorem esse, ideoq; proximam circumferentiæ ad diametrum proportionem neutiquam exprimere. Vt heic cernitur:

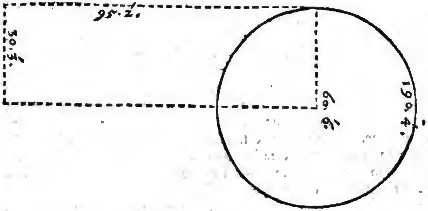
56797181.50000000.		25153037.25000000.	
$\frac{8113883}{50000000}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{8113883}{50000000}$	$\frac{5}{31}$
350,000,000.		1,550,000,000.	

Retineatur ergo a mechanicis proportio tripla sesquiseptima; vel tripla superpartiens $\frac{157467}{1000000}$: & hinc circuli directio instituatur. Quæ, licet perfectissima non sit, adeo tamen ad metam prope accedit, vt figurarum ita directarum areas mechanicus accurato etiam instituto examine, inæquales vix deprehendere queat.

Hucusque an circuli possit esse directio: & quod ea non geometrice, sed mechanice, proxima qualicunque diametri ad circumferentiam nota proportione, institui queat; explicatum est. Modus sequitur ipsius directionis: qui est in radio & semiperiphereia, inuicem multiplicatis. Radius est diametri, regula stereometrica dimetiendæ numerandæque semissis. Periphereia autem, quia regulæ ἐφάρμοσιν vix admittit, diametro per rationem $3\frac{1}{7}$, vel $3\frac{157467}{1000000}$ supra inuentam multiplicata, facile elicitur, & bisecatur. Directio circuli mechanica.

Exempli gratia, esto circulus, cuius diameter 60.6′. Hæc per $3\frac{1}{7}$ id est $\frac{22}{7}$ multiplicata, exhibet circumferentiam $190\frac{32}{70}\big|\frac{16}{35}$: & radius 30.3′. per

R 5



ſemiperiphereiam $95\frac{26}{76}\Big|\frac{8}{35}$ facit aream $2885\frac{298}{700}$, id eſt, 4′.2″.5‴.&c. Vel, accuratius & verius: diameter 60.6′. per $3\frac{157467}{1111111}$, id eſt, $\frac{149080}{1111111}$, dat periphereiam $190\frac{431190}{1111111}$: & proinde radius 30.3′, per dimidiam circumferentiam $95\frac{115695}{1111111}$, facit aream $2884\frac{474448}{1111111}$, id eſt, 3′.8″.2‴.&c.

CAPVT XV.

De Canone cyclico, ad periphereiæ & areæ circularis expeditam inuentionem, conſtruendo.

CIrcularis planitiei inuentio non leue habet ſupputationis tædium, ob minutias integris adhærentes: ſi præſertim (quod nobis eſt propoſitum) accuratior illa & vere ſcrupuloſa periphereiæ ad dimetientem proportio, nimirum tripla ſuperpartiens $\frac{157467}{1111111}$, retineatur. Primum enim data quæuis diametrus, tum integro conſtans numero, tum miſto cum ſcrupulis, per $3\frac{157467}{1111111}$ multiplicanda, vt circumferentia prodeat. Deinde dimidium diametri, per inuenti ambitus circularis dimidiam partem multiplicandum: vt area plana eliciatur. Tandem area, in partibus [illegible] vel [illegible] inuenta, ad integra, parteſque decimas, tum primarias, tum ſecundarias, reducenda: vt poſtmodum in ſolidorum ſtereometria facilior ſit areæ per altitudinem multiplicatio.

Nos

Nos laborem hunc canone plani circularis leuare studuimus: quem vltra cẽtum pollices, seu partes regulæ stereometricæ maiores extendimus: & cuilibet diametro periphereiam suam, itemque aream, pollicibus & horum denis scrupulis expressam, dextrorsum adscripsimus: quo, poscẽte vsu, data circuli diametro, circumferentia & planities statim sit in promtu, nec calculi molestia geodætes impediatur. Initium fecimus a diametro vnius scrupuli primi: huic diametros subiunximus scrupulorum duorum, trium, decem, centum, &c. hancq; seriem vltra mille diametri scrupula prima, seu centum pollices, continuauimus.

Vsus canonis talis est. Si, exempli gratia, offeratur circulus, cuius diameter sit poll. 11.0': canon noster promit periphereiam pollicũ 34, & scrupulorum decimorum 5 primorum, 5 secundorum, 8 tertiorum, 9 quartorum, 2 quinctorum, 3 sextorum. Præterea idem canon aream quoque dati circuli exhibet, pollicum quadratorum 95, & scrupulorum decimorum 3 secundorum, 7 tertiorum, 3 quinctorum, 9 sextorum, 9 septimorum.

Quod si offeratur circulus, cuius diameter sit 37.9': canon suppeditat periphereiam poll. 119.5'.7''.1'''.1''''.9^{v}.9^{vi}: & aream poll. 1134.1'.6''.1'''.0''''.3^{v}.3^{vi}.4^{vii}.

Notandum vero scrupula periphereiarum ad sexta, & arearum ad septima vsque esse deducta: in eorum gratiam, qui accurationem desiderant. Plærumque tamen prima scrupula, vel secunda, satis esse possunt. Nam defectus, qui tertiis, & sequentibus scrupulis neglectis oboritur, in magna aliqua soliditate vix est notabilis.

Canonem porro hunc conficiendi, & vlterius etiam ad ducentos, vel mille pollices continuandi ratio, e modo dictis patet. Circumferẽtia enim omnis ad suã diametrũ tripla est, & superpartiẽs $\frac{157467}{1111111}$. Ideoq; si diameter est $\frac{1}{10}$ pollicis, tum periphereia habet $\frac{3}{10}$ pollicis, & præterea $\frac{157467}{1111111}$ vni' decimę; seu (reducto integro ad partes cognomines) $\frac{3490800}{11111110}$. Si diameter est $\frac{2}{10}$. tũ periphereia diametri vnius decimæ bis cõponitur: vnde fiunt $\frac{6981600}{11111110}$. Si diameter est $\frac{200}{10}$, tum periphereia vnius decimæ ducenties componitur, seu per 200 multiplicatur: prodeuntque $\frac{698160000}{11111110}$. Nam decimæ diametri, & $\frac{1}{11111110}$ periphereiæ, hoc loco tanquam integra quædam considerantur: & ob id, neglectis minutiarum diametri & periphereiæ nominibus, numeri saltem earundem inuicem multiplicantur. Sed nomen minutiæ $\frac{1}{11111110}$ ad decimas secundarias, ob calculi promtam facilitatẽ, reduximus:

circulos aliquot ad numerum minutiæ addendo, & diuiſionem per nomen ſubiectum continuando. Sic diametri $\frac{1}{10}$ circumferentiam inuenimus, $3^{\prime}.1^{\prime\prime}.4^{\prime\prime\prime}.1^{\prime\prime\prime\prime}.7^{v}.2^{vi}.0^{vii}.3^{viii}.1^{ix}.4^{x}.1^{x}.7^{x}$ hoc modo:

3490800000000000000 ($3^{\prime}.1^{\prime\prime}.4^{\prime\prime\prime}.1^{\prime\prime\prime\prime}.7^{v}.2^{vi}.0^{vii}.3^{viii}.1^{ix}.4^{x}.1^{x}.7^{x}$
1111111

Quia igitur periphereiæ ſunt vt diametri: duplæ diametri periphereia dupla, triplæ tripla, & ſic deinceps erit. Vnde facillima omniũ periphereiarũ ex vnica $\frac{1}{10}$ periphereia erit inuentio. In diametro quippe $\frac{2}{10}$, periphereia vni⁹ decimę bis cõponitur: & prodeũt $6^{\prime}.2^{\prime\prime}.8^{\prime\prime\prime}.3^{\prime\prime\prime\prime}.4^{v}.4^{vi}.0^{vii}.6^{viii}.2^{ix}.8^{x}.3^{x}.2^{x}$. Huic additur periphereia diametri vnius decimæ: & ſurgit periphereia diametri $\frac{3}{10}$. Et ſic conſequẽter. Inuentis autem periphereiis diametrorum nouem decimorum ordine ſcrupulorum: reliquarum omnium diametrorum periphereiæ inde ſine negotio colligi poſſunt: ſi diametri datæ ſingulis notis ſuæ periphereiæ ſubiiciantur, & addantur. Quo fine tabellam nouem primarum periphereiarum heic inſeruimus.

Tabella nouem minimarum periphereiarum quarum diametri numerorum notis conſtant ſolitariis.

Diam.	Periphereiæ.											
		′	″	‴	⁗	v	vi	vii	viii	ix	x	x
1		3	1	4	1	7	2	0	3	1	4	1	6
2		6	2	8	3	4	4	0	6	2	8	3	2
3		9	4	2	5	1	6	0	9	4	2	4	8
4	1	2	5	6	6	8	8	1	2	5	6	6	4
5	1	5	7	0	8	6	0	1	5	7	0	8	0
6	1	8	8	5	0	3	2	1	8	8	4	9	6
7	2	1	9	9	2	0	4	2	1	9	9	1	2
8	2	5	1	3	3	7	6	2	5	1	3	2	8
9	2	8	2	7	5	4	8	2	8	2	7	4	4

Subſidio huius tabellæ cuiuſlibet diametri periphereia indagatur: notis diametri ſuas circumferentias ſubſcribendo, & ſubſcriptas copulando: vti exempla ſequentia monſtrant. *Exemplum.* Quæritur periphereia diametri poll. 1.0?

Diam.

Diam. $1.0'$.

Periph. $3.1'.4''.1'''.7''''.2^{v}.0^{vi}.3.1^{viii}.4.1^{x}.6.0^{xi}$.

Aliud. Quæritur periphereia diametri poll. $2.3.4'$?

Diam. 2 3 4

	1	2	5	6	6	8	8	1	2	5	6	6	4
	9	4	4	5	1	6	0	9	4	2	4	8	
6	2	8	3	4	4	0	6	2	8	3	2		

Periph. $7\ 3.\ 5'.\ 1''.\ 6'''.2''''.5^{v}.\ 5^{vi}.3.\ 5^{viii}.1.\ 3^{x}.\ 4.\ 4^{xi}$.

Aliud. Quæritur periphereia diametri poll. $1\,0\,5.7'$?

Diam. 1 0 5. 7.

		2	1	9	9	2	0	4	2	1	9	9	1	2
	1	5	7	0	8	6	0	1	5	7	0	8	0	
3	1	4	1	7	2	0	3	1	4	1	6			

Periph. $3\ 3\ 2.\ 0'.\ 7''.\ 9'''.8''''.3^{v}.\ 7^{vi}.2.\ 0^{viii}.6.\ 7^{x}.\ 1.\ 2^{xi}$.

Inuenta periphereia, multiplicatio radii & periphereiæ dimidiatæ, areã manifestat. Si ergo diameter est $\frac{1}{10}$, & periphereia [illegible]: multiplicando $\frac{1}{20}$ per [illegible], prodit area [illegible], seu [illegible]. Vel, reductis more nostro terminis ad decimas: si diameter est $\frac{1}{10}$, & periphereia $3'.1''.4'''.1''''.7^{v}.2^{vi}\ 0^{vii}.3^{viii}.1^{ix}.4^{x}.\ .^{x}.6^{xi}$. tum area [illegible] ad decimas reducta est, $0'.0''.7'''.8''''.5^{v}.4^{vi}.3^{vii}.0^{viii}.0^{ix}.7^{x}.0^{x}.5^{x}$. Si diameter est $\frac{2}{10}$, area est $0'.3^{v}.1'''.4''''.1^{v}.7^{vi}.2^{vii}.0^{viii}.3^{ix}.1^{x}.4^{x}.1^{x}$. Ex his solis duab. areis, constructio canonis nostri circa planities compendiaria esse potest. Areæ enim circulares sunt vt quadrata diametrorum. Quadratorum autẽ proprietas est, quod differentia duorum quorumlibet proximorum quadratorum, iuncta primi quadrati duplo, constituat differentiam duorum quadratorum proxime sequentium: & quælibet differentia, addita quadrato suo minori, proximum maius quadratum suggerat. Veluti in quadratis 1.4.9.16. differentia 1. & 4. est 3. primi quadrati 1 duplum, est 2: quare 3. & 2. composita, producunt 5, differentiã proximorum quadratorum 4 & 9: nec non differentia 3. addita quadrato suo minori 1, facit maius quadratum suum 4. Eodem modo differẽtia 4 & 9. est 5. cui si 2 iungantur, oritur 7. differentia proximorum quadratorum 9. & 16: amplius vero differẽtia 7. addita quadrato suo minori 9, maius quadratum 16 producit. Simili ratione differentia arearum (quæ qua-

dratorum instar heic sunt) $\frac{1}{10}$ & $\frac{2}{10}$, est $0^{\prime}.2^{\prime\prime}.3^{\prime\prime\prime}.5^{\prime\prime\prime\prime}.6^{v}.2^{vi}.9^{vii}.0^{viii}.2^{ix}.3^{x}.5^{xi}.6^{xii}$. primæ autem areæ, seu primi quadrati duplum est $0^{\prime}.1^{\prime\prime}.5^{\prime\prime\prime}.7^{\prime\prime\prime\prime}.0^{v}.8^{vi}.6^{vii}.0^{viii}.1^{ix}.5^{x}.7^{xi}.1^{xii}$. quod duplum, incremētum est, quo quælibet differentia proxime minorem superat, & a proxime maiori superatur. Areas igitur, cyclico canoni inserendas, facili compendio inueniemus, differentias primum inquirendo singularum arearum: hoc est, primæ areæ duplum, $0^{\prime}.1^{\prime\prime}.5^{\prime\prime\prime}.7^{\prime\prime\prime\prime}.0^{v}.8^{vi}$. &c. adiiciendo differentiæ arearum $\frac{1}{10}$ & $\frac{2}{10}$, nimirum $0^{\prime}.2^{\prime\prime}.3^{\prime\prime\prime}.5^{\prime\prime\prime\prime}.6^{v}.2^{vi}$. &c. sic enim habebimus differentiam arearum $\frac{2}{10}$ & $\frac{3}{10}$, videlicet $0^{\prime}.3^{\prime\prime}.9^{\prime\prime\prime}.2^{\prime\prime\prime\prime}.7^{v}.1^{vi}$. &c. huic rursus addendo duplum illud, habebimus differentiam arearum $\frac{3}{10}$ & $\frac{4}{10}$, scilicet $0^{\prime}.5^{\prime\prime}.4^{\prime\prime\prime}.9^{\prime\prime\prime\prime}.8^{v}$. &c. vt heic vides.

Incrementum differentiarum:		$0^{\prime}.1^{\prime\prime}.5^{\prime\prime\prime}.7^{\prime\prime\prime\prime}.0^{v}.8^{vi}.6^{vii}.0^{viii}$.&c.
Differentia arearum	1 & 2:	0. 2. 3. 5. 6. 2. 9. 0. &c.
	2 & 3:	0. 3. 9. 2. 7. 1. 5. 0. &c.
	3 & 4:	0. 5. 4. 9. 8. 0. 1. 0. &c.
	4 & 5:	0. 7. 0. 6. 8. 8. 7. 0. &c.

Quod si datis duabus diametris, & areis earundem adhuc ignotis, differentiam tamen ignotarum arearum perquirere placeat: addendæ sunt binæ illæ diametri datæ: & singulis aggregati notis facti competentes e tabella incrementi differentiarum sequente subiiciendi: summa enim factorum, differentia erit ignotarum arearum, datarum diametrorum.

Tabella

Tabella multiplicationis areæ minimæ: item dimidiati augmenti differentiæ arearum.

Diam.	Area minima: item semiaugmentum differentiæ arearum.													
′	′	″	‴	⁗	v	vi	vii	viii	ix	x	xi	xii	xiii	xiv
1	0	0	7	8	5	4	3	0	0	7	8	5	4	6
2	0	1	5	7	0	8	6	0	1	5	7	0	9	2
3	0	2	3	5	6	2	9	0	2	3	5	6	5	8
4	0	3	1	4	1	7	2	0	3	1	4	1	8	4
5	0	3	9	2	7	1	5	0	3	9	2	7	3	0
6	0	4	7	1	2	5	8	0	4	7	1	2	7	6
7	0	5	4	9	8	0	1	0	5	4	9	8	2	2
8	0	6	2	8	3	4	4	0	6	2	8	3	6	8
9	0	7	0	6	8	8	7	0	7	0	6	9	1	4

Ex hac tabella differentię quarumlibet arearum proximarum eo quo indicauimus modo eruuntur. Id quod exemplis aliquot planum fiet.

Quæritur ergo differentia arearum diametrorum poll. 1. 2′. & 1. 3′? Coniunctæ diametri, sunt 2. 5′. Incrementa igitur dimidiata diametrorum 20″ & 5′. e tabella huc translata, & composita, differentiam exhibent planitierum datarum diametrorum 1. 2′. & 1. 3′. nimirum 1′. 9″. 6‴. 3⁗. 5^{v}. 7^{vi}. 5^{vii}. 1^{viii}. 9^{ix}. 6^{x}. 3^{xi}. 7^{xii}. quæ differentia si addatur areæ diametri 1. 2′. producit aream diametri 1. 3′, eademque differentia, si auferatur ex area diametri 1. 3′. relinquit aream diametri 1. 2′.

1. 2′. } Diametri datæ.
1. 3′.

2. 5′. diametri datæ coniunctæ.

3 9 2 7 1 5 0 3 9 2 7 semiaugmentum areæ diam. 5′.
1 5 7 0 8 6 0 1 5 7 1 semiaugmentũ areæ diam. 2. 0″.

1′. 9″. 6‴. 3⁗. 5^{v}. 7^{vi}. 5^{vii}. 1^{viii}. 9^{ix}. 6^{x}. 3^{xi}. 7^{xii}. differẽtia arearũ diã. 1. 2′ & 1. 3′.

Quæritur itidem differentia arearum diametrorum poll. 108. 0′. & 108. 1′. quæ inuenitur poll: 16. 9′. 7″. 3‴. 1⁗. 4^{v}. 3^{vi}. 9^{vii}. &c.

							1	0	8.	0'.	diam. dat.
							1	0	8.	1'.	
							2	1	6	1'.	diam. compositæ.
	7	8	5	4	3	0	0	7	8	5	semi augmenta.
4	7	1	2	5	8	0	4	7	1	2	
7	8	5	4	3	0	0	7	8	5		
1 5	7	0	8	6	0	1	5	7	1		

$1\ 6.\ 9'.7''.3'''.1''''.4^{v}.3^{vi}.9^{vii}.9^{viii}.7^{ix}.4^{x}.0^{xi}.1^{xii}$. Differentia.

Differentiis ita inuentis, areas singularum diametrorum ordine inuestigabimus: addendo quamlibet differentiam areæ suæ minori: sic enim maiorem proximam eliciemus aream. Vt ad aream diametri $\frac{1}{10}$, nimirum $0'.0''.7'''.8''''.5^{v}.4^{vi}.3^{vii}.0^{viii}$.&c. addemus differentiam arearum diametrorum 1'. & 2'. scilicet $0'.2''.3'''.5''''.6^{v}.2^{vi}.9^{vii}.0^{viii}$.&c. & prodibit area diametri $\frac{2}{10}$, nimirum $0'.3''.1'''.4''''.1^{v}.7^{vi}.2^{vii}.0^{viii}$.&c. huic areæ inuentæ porro addemus differentiam arearum diametrorum 2' & 3'. scilicet $0'.3''.9'''.2''''.7^{v}.1^{vi}.5^{vii}.0^{viii}$.&c.& cõsurget area diametri $\frac{3}{10}$, nimirum $0'.7''.0'''.6''''.8^{v}.8^{vi}.7^{vii}.0^{viii}$.&c. Sicque deinceps pergendo, canon arearum cyclicarum quousque libuerit continuabitur.

$0'.0''.7'''.8''''.5^{v}.4^{vi}.3^{vii}.0^{viii}$.&c. Area 1'.
0. 2. 3. 5. 6. 2. 9. 0.&c. diff. arearum 1' & 2'.
0. 3. 1. 4. 1. 7. 2. 0.&c. area 2'.
0. 3. 9. 2. 7. 1. 5. 0.&c. diff. arearum 2' & 3'.
0. 7. 0. 6. 8. 8. 7. 0.&c. area 3'.

Est & aliud arearum inuentionis pulcerrimum compendium. Diameter enim, cuius area quæritur, quadranda est, hoc est, in seipsam multiplicãda: factusq; per aream diametri $\frac{1}{10}$, scilicet $0'.0''.7'''.8''''.5^{v}.4^{vi}.3^{vii}.0^{viii}.0^{ix}$.&c. multiplicanda: vnde area prodit datæ diametri. Tabella autem multiplicationis areæ minimæ, iam proxime inserta, multiplicationis fastidium aufert: ex ea enim facti singularum notarum quadratæ diametri, in abacum transferendi; ita tamen, vt singulorum notæ postremæ, diametri quadratæ notæ ceu factori, subiiciantur: tandem omnes facti addendi: & summa pro area quæsita retinenda.

Exempli

Exempli gratia, libet inquirere aream diametri 20.3'. Huius diametri quadratum est 41209. Facti ergo quatuor notarum, nimirum 9.2.1.& 4. e tabella mutuandi, & factoribus suis subscribendi, atque omnes postremo componendi. Sic enim area quæsita datæ diametri 20.3'. prodit, nimirum poll. $323.6'.6''.7'''.8^{iv}.8^{v}.1^{vi}.0^{vii}.5^{viii}$, &c.

Exemplum in abaco ita tractatur.

2 0. 3'.	Diametrus data.
2 0. 3'.	
6 0 9	
4 0 6	
4 1 2 0 9	Quad. diametri.
7 0 6 8 8 7 0 7 0 6 9	
1 5 7 0 8 6 0 1 5 7 0	
7 8 5 4 3 0 0 7 8 5	
3 1 4 1 7 2 0 3 1 4 1	
$323.6'.6''.7'''.8^{iv}.8^{v}.1^{vi}.0^{vii}.5^{viii}.9^{ix}.0^{x}.6^{xi}.9^{xii}$.	Area quæsita.

Aliud exemplum.

Quæritur area diametri 31.0'?

3 1. 0'.	Diam. data.
3 1. 0'.	
3 1 0 0	
9 3	
9 6 1 0 0	Quadratum.
7 8 5 4 3 0 0 7 8 5 0 0	
4 7 1 2 5 8 0 4 7 1 2	
7 0 6 8 8 7 0 7 0 6 9	
$754.7'.9''.8'''.3^{iv}.0^{v}.5^{vi}.4^{vii}.8^{viii}.0^{ix}.5^{x}.0^{xi}.0^{xii}$.	Area.

Aliud exemplum.

Quæritur area diametri poll. 123.4'?

1 2 3. 4'.	Diam. dat.
1 2 3. 4'.	
4 9 3 6	
3 7 0 2	
2 4 6 8	
1 2 3 4	S 3

```
                1 5 2 2 7 5 6.  Quad.
      4 7 1 2 5 8 0 4 7 1 2 7 6
    3 9 2 7 1 5 0 3 9 2 7 3 0
   5 4 9 8 0 1 0 5 4 9 8 2 2
  1 5 7 0 8 6 0 1 5 7 0 9 2
 1 5 7 0 8 6 0 1 5 7 0 9 2
3 9 2 7 1 5 0 3 9 2 7 3 0
7 8 5 4 3 0 0 7 8 5 4 6
```

$11960.1^{I}.8^{II}.3^{III}.6^{IIII}.4^{V}.6^{VI}.8^{VII}.6^{VIII}.3.9^{X}.2.7^{XII}.7.6^{XIIII}$. Area

Habes autem, Lector, tabellam hanc cyclicam ad opusc[…] huius finem.

CAPVT XVI.

De compendio inuentionis areæ magnorum circulorum, quorum diametri in tabella cyclica non exstant.

INuentionem areæ quorumlibet circulorum, proximum caput docuit: ipsas vero areas canon cyclicus dedit, ad diametri pollices 108. 0'. Quod si vero circulus offeratur, cuius diameter pollicibus 108. 0'. maior sit; & eius festina requiratur geodæsia: rationem heic aperiemus, qua maximi etiã circuli planities ex ipso cyclico canone sit eruenda. Estque talis. Diametrus data secatur in partes aliquot æquales, 108 pollicibus minores; duas videlicet, tres, quatuor, &c. Deinde vnius segmenti area e canone plani circularis in abacum refertur, & quadrato denominationis segmenti multiplicatur. Factus area est datæ illius magnæ diametri.

Compendium hoc inuentionis plani cyclici, cum posteriore proximi capitis idem est: sed generale magis, & paullo aliter propositum. Heic enim dimetiens in quotuis æquales partes, ibi eadem in meras vnitates secatur. Vtrobique autem vnius segmenti area, ẽ canone adsumta, per quadratum denominationis multiplicatur.

Ratio huius praxeos e prop. 2, lib. 12 Eucleidis deducitur. Circuli namque sunt vt a diametris quadrata. Ergo, vt quadratum segmenti vnius, seu diametri

diametri ſimplicis, ad quadratum ſegmentorum duorum, trium, quatuor, &c. ſeu diametri duplæ, triplæ, quadruplæ, &c. ita area diametri ſimplicis in canone reperta, ad aream diametri multiplicis quæſitam.

Exempli cauſſa. Si diameter proponatur poll. $120.\ 0'$. & circuli area quæratur: ſecetur diameter bifariam, nimirum in $60,0'$. & $60.0'$. Segmenti, ſeu $\frac{1}{2}$ diametri area in cyclica tabula reperitur poll. $2827.\ 5'.\ 4''.\ 8'''.\ 2''''.\ 8^{v}.\ 2^{vi}.\ 7^{vii}$. quæ, per 4, ſeu quadratum denominationis dicti ſegmenti $\frac{1}{2}$ multiplicata, exhibet aream poll. $11310.\ 1'.\ 9''.\ 3'''.\ 1''''.\ 3^{v}.\ 0^{vi}.\ 8^{vii}$. Vel, ſecetur eadē diameter in tres partes, videlicet in $40.0'.\ 40.\ 0'$, & $40.\ 0'$. Segmenti, ſeu $\frac{1}{3}$ diametri area in canone occurrit poll. $1256.\ 6'.\ 8''.\ 8'''.\ 1''''.\ 2^{v}.\ 5^{vi}.\ 6^{vii}$. quæ, per 9, ſeu quadratum denominationis multiplicata, facit areā poll. $11310.\ 1'.\ 9''.\ 3'''.\ 1''''.\ 3^{v}.\ 0^{vi}.\ 4^{vii}$.

Vel, eadem diameter ſecetur in quatuor partes; ſcilicet in $30.0'$, $30.0'$, $30.0'$. & $30.0'$. Segmenti, ſeu $\frac{1}{4}$ diametri aream canon monſtrat poll. $706.\ 8'.\ 8''.\ 7'''.\ 0''''.\ 7^{v}.\ 0^{vi}.\ 6^{vii}$: quæ, per 16, ſeu quadratum denominationis multiplicata, producit aream poll. $11310.\ 1'.\ 9''.\ 3'''.\ 1''''.\ 2^{v}.\ 9^{vi}.\ 6^{vii}$.

Vel in ſex partes diameter ſecetur; nimirum in $20.0'$, $20.0'$, $20.0'$, $20.0'$, $20.0'$, & $20.0'$. Segmenti, ſeu $\frac{1}{6}$ diametri area in canone exſtat poll. $314.\ 1'.\ 7''.\ 2'''.\ 0''''.\ 3^{v}.\ 1^{vi}.\ 4^{vii}$: quæ, per 36, ſeu quadratum denominationis multiplicata, facit aream poll. $11310.\ 1'.\ 9''.\ 3'''.\ 1''''.\ 3^{v}.\ 0^{vi}.\ 4^{vii}$.

Notandum: in exemplo propoſito, & aliis omnibus; arearum inuentarum diſcrimen aliquod in ſcrupulis eſſe: at perexiguum; nec hoc loco excedere vnum ſextum, & duo ſeptima. Cauſſa huius eſt diſcrepantiæ, quod canonis noſtri ſcrupula genuina non ſunt, neque accuratiſſima; ſed loco partium $\frac{1}{[illegible]}$ ſuppoſititia. Error tamen hinc ἀξιόλογος oboriri nequit.

Eadem diametrus poll. $120.\ 0'$. ſecari poteſt in vnitates mille ducentas, nimirum in ſcrupula decima prima. Et tunc ſegmenti, ſeu $\frac{1}{1200}$, vel vnius ſcrupuli diametri area in canone eſt $0'.\ 0''.\ 7'''.\ 8''''.\ 5^{v}.\ 4^{vi}.\ 3^{vii}.\ 0^{viii}.\ 0^{ix}.\ 7^{x}.\ 8^{xi}.\ 5^{xii}.\ 4^{xiii}.\ 6^{xiiii}$. (heic enim quia ſectio diametri minuta eſt, area etiam minimi ſegmenti præciſe adſumenda, nec in ſeptimis ſcrupulis acquieſcendum: ne multiplicatio ſequens diſcrepantiam notabilem efficiat) Hæc area vnius ſcrupuli, per 1440000, ſeu quadratum denominationis multiplicata, facit aream poll. $11310.\ 1'.\ 9''.\ 3'''.\ 1''''.\ 3^{v}.\ 1^{vi}.\ 0^{vii}.\ 6^{viii}.\ 2^{ix}.\ 4^{x}$.

Aliud exemplum.

Esto area quærenda circuli, cuius diameter poll. 215.7'? Bisectio datæ diametri habet poll. 107.8'.5''. Huius segmenti area in canone præcise non exstat: ideoque dimidium differentiæ arearum proxime minoris & maioris, ad minorem aream adiiciendum: vnde area prodit segmenti, sed vera nonnihil maior: quia medietas arithmetica, pro geometrica medietate, quæ perpetuo minor est illa, adsumta est: error tamen hic notatu dignus non est. Area igitur proxime minor e canone cyclico excerpitur, ad diametrum 107.8'. nim. poll. $9127.3'.5''.7'''.2''''.7^{v}.3^{vi}.2^{vii}$. & area proxime maior, ad diametrum 107.9'. poll. $9144.2'.9''.8'''.9'''':9^{v}.9^{vi}.9^{vii}$. Harum differentia est poll: $16.9'.4''.1'''.7''''.2^{v}.6^{vi}.7^{vii}$. cuius dimidium poll. $8.4'.7''.0'''.8''''.6^{v}.3^{vi}.5^{vii}$. additum minori areæ, facit aream quæsitam poll. $9135.8'.2''.8'''.1''''.3^{v}.6^{vi}.5^{vii}$. quæ per 4, seu quadratum denominationis dicti segmenti $\frac{1}{2}$ multiplicata, exhibet aream poll. $36543.3'.1''.2'''.5''''.4^{v}.6^{vi}.0^{vii}$.

Eadem diametrus in partes tres æquales secari potest, videlicet in poll. 71.9': 71.9': & 71.9'. Segmenti, seu $\frac{1}{3}$ diametri area in canone datur poll. $4060.3'.6''.7'''.1''''.8^{v}.7^{vi}.2^{vii}$. quæ per 9, seu quadratum denominationis multiplicata facit aream poll. $36543.3'.0''.4'''.6''''.8^{v}.4^{vi}.8^{vii}$. quæ prius inuenta area paullo minor est, & ad veram propius accedit: vera quippe (si diametrus 215.7', quadretur, & facti e tabella multiplicationis areæ minimæ componantur,) reperitur poll. $36543.3'.0''.4'''.6''''.9^{v}.5^{vi}.1^{vii}:6^{viii}.9^{ix}.6^{x}$. &c. Sed tanta præcisio in geodæsia neutiquam requiritur.

Capvt XVII.

De geodæsia Sphærici.

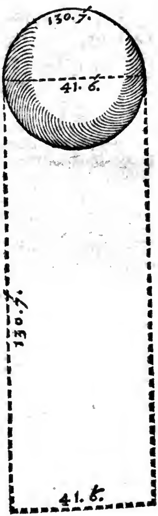
ITa plana superficiei est directio.

2. *Gibba superficies Sphærici est: cuius directio est diametrus, & maxima periphereia. Illa plani rectanguli æqualis latitudo est: ista longitudo.*

Gibbum est Sphæricum, aut Varium, vt cylindraceum, & conicum. Nos heic sphæricum saltem proponimus: quia in sphæræ stereometria, infra capi[illegible] Sphærici directionem desiderabimus. Ad cylindri vero & coni dire[illegible] cylindracea & conica plana inquirere, nihil est necessum.

Porro

Porro, quemadmodum circuli directio est radius & semicircumferentia: ita sphærici, diametrus & maxima periphereia. Proinde sphæricum plani maximæ suæ periphereiæ quadruplum est. Et hinc via compendiaria e cyclico canone sphærici area inuestigatur. Diameter etenim sphærici in canone dicto aream adiūctam habet maximæ dati sphærici peripheriæ: quæ area quater aucta, dati sphærici aream producit.



Exempli loco: esto sphæricum, cuius diameter 41.6: quæritur area?

Maxima dati sphærici periphereia in canone reperitur poll. 130. 6'. 9''. Periphereia hac per diametrum multiplicata, emergit planus sphærici dati poll. 543 . 7'.

1 3 0. 6'. 9''.	Periph.
4 1. 6'.	Diam.
7 8 4 1 4	
1 3 0 6 9	
5 2 2 7 6	
5 4 3 6. 7'. 0''. 4'''.	Area plana sphærici.

Vel datæ diametri 41. 6'. inquiritur area in canone eodem, nimirum 1 3 5 9. 2'. 3''. quæ postmodum quadruplicata, constituit 5436. 9'. aream sphærici propositi.

1 3 5 9. 2'. 3''.	Area diam. 41. 6'.
4	
5 4 3 6. 9'. 2''.	Area sphærici.

CAPVT XIIX.

De Pyramidis æqualiter fastigiatæ stereometria.

B*Asis solidi directio ita est. sequitur Altitudinis directio: quæ, inuenta basi rectangula, ad dati solidi altitudinem parallelepipedi rectanguli altitudinem æqualem constituit: sicq; tertium soliditatis latus exhibet.*

In omni solido, seu corpore, trina spectatur magnitudinis dimensio: e definit. 1. lib. 11. Eucl. quæ in solo parallelepipedo rectangulo distinctis lateribus monstrari potest. Datum igitur solidum non rectangulum, rectangulo permutandum. Primumque superficies dati solidi, quæ vel basis eius est, vel basios loco commode haberi potest, in superficiem rectangulam æqualem, (vt hactenus docuimus) mutanda: quo longitudinis ac latitudinis dimensiones exhibeantur. Deinde altitudo proportionalis inuestiganda, quæ cum basi prius inuenta solidum constituat rectangulum, dato solido non rectangulo æquale.

2. *Tribus ergo inuentis lateribus, comprehendentibus rectangulum parallelepipedum, dato solido æquale: soliditas dati solidi, per elem. 4, cap. 8 huius, laterum illorum dimensione, ac multiplicatione; & capacitas eiusdem per elem. 10, cap. 9. huius, cuborum ad mensuras reductione, nullo negotio inuenitur.*

Directione basis & altitudinis absoluta: proximum est, vt soliditas atq; capacitas dati vasis inquiratur. Ideoque posthac in directione altitudinis singulorum corporum, exempla opportune tum basis & altitudinis directionem, tum soliditatis & capacitatis inuestigationem simul habebunt: vt hinc integra oblati cuiusuis vasis stereometria eo reddatur facilior.

3. *Altitudinis directio est solidi Plani, & Gibbi.*

4. *Plani, Pyramidis æqualiter fastigiatæ: & Prismatis recti. Nam octaedrũ, eicosaedrum, & dodecaedrum, liquoribus capiendis raro excauantur: & stereometriam habent difficiliorem.*

5. *Pyramidis altitudinis directio est triens altitudinis.*

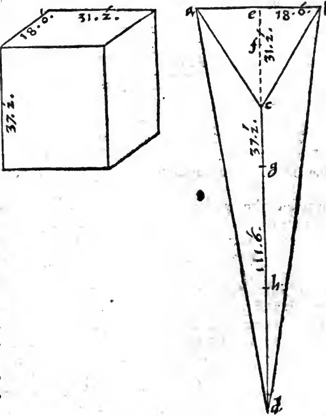
Altitudinis directio requirit ante se basis directionem. Pyramidis igitur datæ primum basis, siue triangula sit, siue triangulata, e supra traditis dirigenda: vt duo solidi rectanguli latera constent. Deinde, quia pyramidis altitudo,

titudo, seu perpendicularis a basi, maxima est ad verticem, minor ad reliquas fastigii partes; hæc etiam dirigenda: vt altitudo vniformis, seu tertium solidi rectanguli latus producatur. Directio autem altitudinis in pyramide, est tertia pars altitudinis a vertice ad basin: quia pyramis subtripla est prismatis basi & altitudine æqualis: e prop. 7. lib. 12. Eucl.

Exempla pyramidum.

Vas, cuius inuestiganda proponitur capacitas, tanquam plenum siue solidum consideratur: & eius primum longitudo, latitudo, atq; altitudo quęritur: singulæ illæ partibus regulæ stereometricæ numerantur; inuicem multiplicantur; soliditasq; producta ad mensuras reducitur.

Esto igitur pyramidis a b c d exquirenda capacitas. Primum basis triãgula a b c, per elem. 9. cap. 11. huius, dirigitur, hoc est, plani rectanguli æqualis longitudo & latitudo quæruntur. Lõgitudinẽ quidẽ subministrat trianguli dati altitudo, c e, maior exsistens dimidia basi; latitudinẽ, basis dimidium, e b. His duobus lateribus parallelogrammum rectangulum comprehẽditur dato triãgulo æquale.



Parallelepipedum rectangulum, data pyramidi æquale.

Deinde, pyramidis datæ altitudo f d dirigitur, hoc eſt, ſolidi rectanguli æqualis altitudo inquiritur: quæ tertia eſt datæ altitudinis pars, nim. f g. Tertio, latera parallelepipedi inuenta, regula cubimetrica examinantur, & inuicē multiplicātur, vt ſoliditas emergat. Longitudo c e, deprehenditur pollicum 31. 2': latitudo e b, poll. 18. 0': hinc planus pollic. quadratorum 561. 6'. Altitudo vniuerſa f d, poll. 111. 6': cuius tertia pars f g, poll. 37. 2': quæ plano baſis multiplicata, producit ſoliditatem pyramidis a b c d, pollic. cubicorum 20891. 5'.

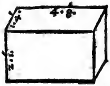
```
Long.      3 1. 2'.
latit.       1 8. 0'.
        ----------
        2 4 9 6 0
        3 1 2
plan.   5 6 1. 6.|0".
altit.      3 7. 2'|
   -----------------
      1 1 2 5 2
     3 9 3   2
   1 6 8 4 8
   -----------------
solid.  2 0 8 9 1. 5'. 2".
```

Poſtremo, capacitas indagatur, ſoliditatis cubos numero cuborum menſuræ competentium diuidendo. Cubi ergo 20891. 5', tribus periodis diſtinguuntur, hoc modo: 2|08|91. 5'. Prima periodus 2 ohmas habet: altera quinario diuiſa, vnum quartale: tertia cubos 591. 5'. qui e tabella reductionis cap. 10. huius faciunt menſuras 3, quadr. 0 ½.

Poculi pyramidalis, baſi octangula æquiangula, quæritur capacitas.

Longitudo eſt dimidium perimetri, nimirum 4. 8'. nam latus quodlibet continet poll. 1. 2'. Latitudo eſt perpendicularis a centro in latus, nimirum 1. 4'. In octangulo enim, ſi latus ſit 76537, perpendicularis eſt 92388: vt capite decimotertio huius docuimus: ergo, ſi latus ſit 1. 2'; perpendicularis erit 1. 4'. Hinc planus oritur poll. 6. 7'. 2". Altitudo tota eſt 6. 3': cuius tertia pars, nimirum 2. 1', altitudinis eſt directio. Hæc cum plano producit ſoliditatem 14. 1'. Quæ, cum in canone reductionis præciſe non inueniatur, proxime maior ſumitur, exhibens quadrant. 0 ½.

Longit-





Longit. 4. 8'.
Latit. 1. 4'.

1 9 2
4 8

plan. 6. 7'. 2''.
altit. 2. 1'.

6 7 2
1 3 4 4

solid. 1 4. 1'. 1''. 2'''.

Quæritur autem non incommode de his menſuræ partibus, quot eiuſmodi pocula menſuram conſtituant? Soluitur quæſtio hoc modo: Si cubi 14.1'. vni poculo ęquātur: ergo cubi 125.0', æquantur poculis 8.8'.— & proinde menſura 9 ferè pocula eiuſmodi continet.

9
1221
12500'
1412 (pocula 8,8'—
14
12288
111

Notandum in figura huius poculi sextuplo maiores pollices, quam supra, adsumtos esse: quod latera pollicis vnius, vel sesquipollicis, vix distincte ob exiguitatem pingi queant. Calculi tamen geodætici eadem manet ratio.

Capacitas etiam quæritur pyramidalis poculi, basi quinquangula, cuius latus vnumquodq; poll. 1.0'.

Latus est poll. 1.0'. Longitudo, seu dimidium perimetri, est poll. 2.5'. Latitudo, seu perpendicularis a centro in latus poll. 0.7'. Hinc planus poll. 1.7'.5''. Altitudo tota 5.7'; proportionata vero 1.9': quæ cum plano producit soliditatem 3.3'.

Long.	2. 5'.
latit.	0. 7'.
plan.	1. 7'. 5''
altit.	1. 9'.
	1 5 7 . 5
	1 7 5 .
solid.	3. 3'. 2''. 5'''.

Hæc soliditas minor est quã quæ in canone reductionis inueniatur. Vt ergo sciri queat capacitas, diuiduntur cubi vnius mensuræ, nim. 125.0'. per soliditatem iam inuentã: proditq; capacitas poculi propositi, Mens. 0 $\frac{1}{37}$ —— $\frac{1975}{3325}$ hoc est, pocula eiusmodi triginta septem cum dimidio fere constituũt vnam mensuram.

CAPVT XIX.

De Prismatis recti stereometria.

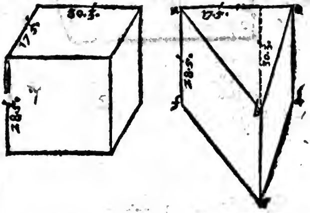
Prismatis recti altitudo, quia vniformis vndiquaq; est, directione opus non habet.

Rectum dicimus prisma, cuius altitudo ad bases oppositas recta est. Huius si quæritur capacitas; bases primo dirigendæ, vt longitudo & latitudo innotescãt. Altitudo vero prismatis recti per se directa est: quia duæ bases oppositæ sunt æquales, similes, & parallelæ. Ideoq; planus basios & altitudo soliditatem concludunt.

Extm-

Exempla.

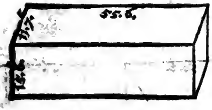
Quæritur priſmatis recti pentaedri a b c d e f capacitas. Baſis a b c, vel f e d, trigona, primum dirigenda. Eius longitudo eſt 30.5′. nimirum perpendicularis a vertice trianguli ad baſin. Latitudo eſt 17.5′. nim. baſis dimidium. Hinc planus exſiſtit 530.2′.5″. Altitudo dati priſmatis a f, vel b e, vel c d, eſt 28.5′. quæ cum plano facit ſoliditatem 15112.1′ + hoc eſt, Ohmam 1. Quartalia 10. Menſ. Quadrant. 3½.



Long.		3 0. 5′
Latit.		1 7. 5′
		1 5 1 5
		2 1 2 1
		3 0 3
plan.		5 3 0. 2′. 5″
Altit.		2 8. 5′.
		2 6 5 1 2 5
		4 2 4 2 0 0
		1 0 6 0 5 0
solid.		1 5 1 1 2. 1′. 2″. 5‴.

Priſma pentaedrum cuneiforme.

Longitudo, ſeu perpendicularis trianguli eſt 55.6′. Latitudo, ſeu baſis dimidia 11.7′. Hinc planus 650.5′.2″. Altitudo eſt 15.6′. quæ cum plano facit ſoliditatem 10148.1′ + hoc eſt, Ohmam 1. Menſ. 1. Quadr. 0½.





Longit.			5	5.	6'.			
Lat.				1	1.	7'.		
				3	8	9	2	
				5	5	6		
			5	5	6			
plan.		6	5	0.	5'.	2''.		
Altit.				1	5.	6'.		
		3	9	0	3	1	2	
	3	2	5	2	6	0		
	6	5	0	5	2			
solid. 1	0	1	4	8.	1'.	1''.	2'''.	

Prisma parallelepipedum rectangulum, cubicum & oblongum.

Huius & basis & altitudo directæ per se sunt: eiusque geodæsia capite octauo huius tradita est. *Exempli caussa*, queritur capacitas cubi, cuius latus 40 pollicum. Longitudo 40, cum latitudine 40, facit planitiem 1600. Altitudo 40, per planum 1600, producit soliditatem 64000. hoc est, Ohmas 6. seu Vehem 1. & Quartal. 8.

Long.

Long. 40.
Lat. 40.
Plan. 1600.
Altit. 40.
Solid. 64000.

Capacitas item quæritur dati solidi oblongi rectanguli: cuius longitudo 52.0'. latitudo 36.3'. altitudo 38.0'. Planus longitudinis & latitudinis emergit 1887.6'. soliditas vero 71728.8'. hoc est, Veches 1. Ohma 1. Quart. 3. Mens. 1. Quartr. 3 $\frac{1}{4}$.

Long. 36.3'.
Lat. 52.
726.
1815
Plan. 1887.6'.
Altit. 38.
15100.8.
56628
Solid. 71728.8'.

Aliud exemplum. Quæritur capacitas cubi, cuius latus poll. 22.4'. 8''. quæ quantitas vlnam Francofurtensem pene adæquat.

Long. 2 2. 4'. 8''.
Lat. 2 2. 4'. 8''.
1 7 9 8 4
8 9 9 2
4 4 9 6
4 4 9 6
Plan. 5 0 5. 3'. 5''. 0'''. 4''''.
altitudo. 2 2. 4'. 8''.
4 0 4 2 8 0 3 2
2 0 2 1 4 0 1 6
1 0 1 0 7 0 0 8
1 0 1 0 7 0 0 8
solid. 1 1 3 6 0. 2'. 7''. 6'''. 9''''. 9v. 2vi.

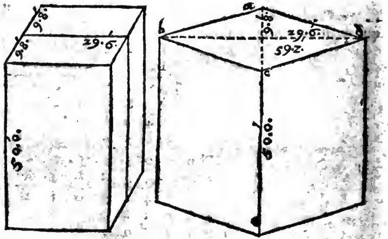
Capacitas inuenitur, Ohmæ 1. Quartalium 2. Mensurarum 2. Quadrantum 3 1/2.

Exemplum aliud Regula stereometrica, vasi pleno immittenda, basios suæ longitudine o. 5': latitudine eiusdem o. 3': altitudine immergenda 40. 5'. Quantum e vase illo pleno liquoris effundet? Inuenitur vigesima mensuræ pars: & quid amplius.

```
                         4 3 7 2
                       3 5 6 2 5 5
Cubi vnius mensuræ 1 2 5 0 0 0 0 0   (20.5'.7".
                     6.0.7.5.5 5 5
                       6 0 7 7 7
                         6 0 0
                           6
                 ---------------
                 1 2 1 5 0 7 5 5
                     3 0 3.5 2
                       4 2
```

Long.	o. 5'.
latit.	o. 3'.
plan.	1'. 5".
altit.	4 0. 5'.
solid.	6. 0'. 7". 5'".

Prisma parallelepipedum basi obliquangula.



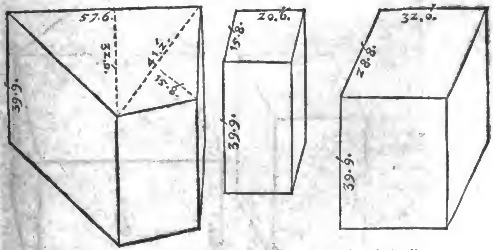
In parallelepipedo, cuius bases duæ oppositæ sint rhōbi, bases diriguntur, e capite 1 huius: diuidendo rhōbum a b c d, in duo triangula, b a d, & b c d: tum vtrique per altitudinem suam & basis dimidium

midium æquale parallelogrammum rectangulum conſtituendo. Altitudo trigoni eſt 9. 8'. baſis dimidium 29. 6'. Vnde planities emergit 290. 0'. 8''. quæ duplicata, area eſt rhombi dati 580. 1'. 6''. Hæc per altitudinem parallelepipedi 50. 0'. exhibet ſoliditatem 29008. 0'. hoc eſt, Ohmas 2. Quart. 18. Menſ. 0. Quadr. 0¼.

Long. 2 9. 6'.
Lat. 9. 8'.
2 3 6 8
2 6 6 4
Plan. 2 9 0. 0'. 8''.
2
plan. dup. 5 8 0. 1'. 6''.
Altit. 5 0
ſolid. 2 9 0 0 8. 0'. 0''.

Similiter parallelepipedum, cuius baſes rhomboides ſunt, dirigitur: baſin in duo triangula diuidendo, &c.

Priſma, baſi trapezia.



Diuiditur baſis in trigona duo. Maioris longitudo 32.0'. per latitudinem ſeu dimidiam baſin, 28.8. facit planitiē 921.6'.0''. Minoris longitudo

20.6'.per latitudinem 15.8'.facit planitiem 325.4'.8". Coniunctæ planities sunt 1247.0'.8". Quæ per altitudinem 39.9'.faciunt soliditatem dati prismatis 49758.4'.9".hoc est, Ohmas 4.Quartalia 19.Mensl.2.Quad.0 $\frac{1}{4}$.

Long. 20.6'. Latit. 28.8'.
Lat. 15.8'. Long. 32.0'.

1648
1030
206
plan. 325.4'.8".

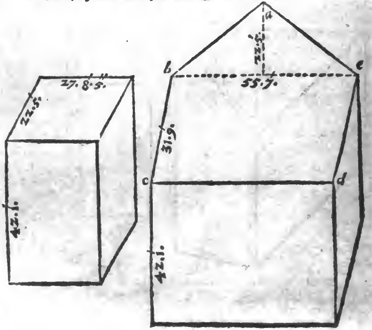
5760
864
plan. 921.6'.0".
plan. 325.4'.8".

Plan.gemin. 1247.0'.8".
Alt. 39.9'.

1122372
1122372
374124
Soliditas 49758.4'.9".2'''.

Prisma polyedrum, basi multangula inordinata.

Basis triãgulata, in sua triãgula resoluitur:& geodæsia, vt iã dictum est, peragit. Vt in adpicto prismate; basis quinquãgula a b c d e, diuiditur in

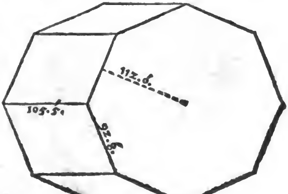


triangulum a b e,&in quadrangulum b c d e;quod cum ſit rectangulum,in trigona ſecari non debet. Longitudo trianguli eſt 27.8′.5″. latitudo 22.5′. hinc planus ſurgit 626.6′.2″.5‴. Porro longitudo quadranguli 55.7′. per eiuſdem latitudinem 31.9′. facit planitiem 1776.8′.3″. Coniunctæ planities ſunt 2403. 4′.5″.5‴. quæ per altitudinem 42. 1′. faciunt ſoliditatẽ 101185.4′.5″.5‴.5⁗. hoc eſt Vehem 1, Ohmas 4, Quart. 2. Menſ. , Quadrant. 1 7/8.

Long. 27.8′.5″.
latit. 22.5′
13925
5570
5570
plan. 626.6′.2″.5‴.

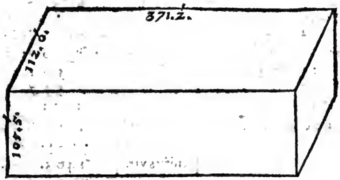
Long. 55.7′.
latit. 31.9.
5013
557
1671
plan. 1776.8′.3″.0‴
plan. 626.6′.2″.5‴.
planities vtraque 2403.4′.5″.5‴.
altit. 42.1′.
2403455
4806910
9613820
ſolid. 101185.4′.5″.5‴.5⁗.

Priſma polyedrum, baſi multangula ordinata.



Huius generis priſmata plurima occurrunt. Exempli gratia,eſto priſma baſi octangula, æqualium laterum & angulorum. Latuſque baſios eſto poll. 92.8′. Lõgitudo igitur baſios cõſtituendæ, videlicet dimidium perimetri, erunt poll. 371.2′. Latitudo, ſeu perpendicularis a centro in latus,

ita e cap. 13 huius elicitur: Si, latere octanguli exsistente 76537, perpendicularis est 92388: ergo, latere 92.8', exsistente perpendicularis est 112.0': quæ latitudo est construendæ basios. Hinc planus emergit 41574.4': qui per altitudinem prismatis 105.5', facit soliditatē poll. cubicor. 4386099.2': hoc est, Veh. 73, Ohm. 0, Quartal. 12, Mens. 0, Quadr. 3 $\frac{1}{4}$.



92.8'.	latus.	41574.4'.	planities.
4		105 5'.	altitudo.
371.2'	semiperim.	2078720	
112	perpendic.	2078720	
7424.		415744	
3712		4386099.2'.0".	soliditas.
3712		Veh. Ohm. Quartl. Mens. Quadr.	
41574.4'.	planities.	73. 0. 12. 0. 3 $\frac{1}{4}$	

Aliud prisma polyedrum, basi septangula: cuius latus 2.0'. Longitudo basios, nimirum perimetri dimidium 7.0'. per latitudinem, seu perpendicularem a centro in latus 2.1'. (si enim septanguli latus est 86784, perpendicularis est 90095: ergo, cum septanguli latus est 2.0', perpendicularis est 2.1'.) facit planitiem 14.7': quæ per altitudinem 30.1', exhibet soliditatem 442.5'—, hoc est, Mens. 3. quadr. 2 $\frac{1}{2}$. Notandum heic, vt etiam supra cap. 18 monuimus, in diagrammate huius poculi sextuplo maiores pollices esse adsumtos.

Latit.

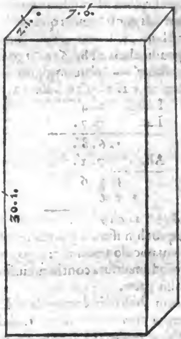
Latit. 2. 1'.
Longit. 7.

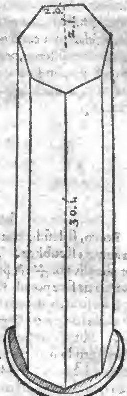
14. 7'.
altit. 30. 1'.

147
441

442. 4'. 7".

Aliud prisma polyedrum, basi duodecangula: cuius latus 0. 6'. Longitudo basis, nimirum perimetri dimidium, 3. 6'. per latitudinẽ, seu perpendicularẽ a centro in latus, 1. 1'. (si enim, cũ duodecanguli latus est 51763. perpendicularis est 96592: ergo cum duodecanguli latus est 0. 6'. perpendicularis est 1. 1'.) facit planitiem 3. 9'. 6". quæ per altitudinẽ 27. 1'. producit soliditatẽ 107. 3'. 1". 6"'. hoc est, Quadrantes mensuræ 3 $\frac{1}{2}$.





Long. 3. 6'
Lat. 1. 1'.

36
36

3. 9'. 6".
Alt. 27. 1'.

396
2772
792

solid. 107. 3'. 1". 6"'.

Poculum, forma prismatis, basi sexangula ordinata; cuius latus 0. 8'. al-

titudo 7. 2'. quantum capit liquoris? Dimidium perimetri, nimirum 2.4'. est longitudo basios rectanguli construendi: quæ per latitudinem, seu perpendicularem a centro in latus, videlicet 0.7'—(nam si sexanguli latere 100,000 exsistente, perpendicularis est 86,602. ergo sexanguli latere posito 0.8'. perpendicularis est 0.7'—.) planum gignit 1.6'.8''. qui per altitudinem 7. 2'. facit soliditatem 12. 0'. 9''. 6'''. seu 12. 1'— hoc est, Quadrant. 0 $\frac{1}{2}$.

Long.	2. 4'
Lat.	0. 7'.
	1. 6'. 8''.
Alt.	7. 2'.
	336
	1176
solid.	12. 0'. 9''. 6'''.

Porro, si desideretur, quot huiusmodi pocula mensuram constituant; ita agitur: si cubi 12. 1', vni poculo æquantur: ergo cubi 125. 0', æquantur poculis 10. $\frac{41}{121}$: & proinde mensura continet eiusmodi pocula decem, cum tertia fere poculi vnius parte.

Esto fons, prismatis forma, basi quindecangula ordinata: cuius latus 41. 6': altitudo 200. 0'. Quæritur capacitas? Latere 41. 6', deciesquinquies aucto, prodit vniuersus ambitus 624. 0'. Huius dimidium, nimirum 312. 0'. est longitudo basis parallelepipedi efformandi. Perpendicularis a centro in latus, videlicet 97. 8'.—est latitudo dictæ basis; hoc modo eruenda: si, cum quindecanguli latus est 41582, perpendicularis est 97,815; ergo, cū quindecanguli latus est 41. 6', perpendicularis erit 97. 8': — Iam longitudo 312. 0', per latitudinem 97. 8; facit planitiem 30513. 6'. quæ per altitudinem 200. 0', producit soliditatem pollicum cubicorum 6102720. 0'. hoc est, Veches 101: Ohmas 4: Quartalia 5: Mens. 1: Quadrant. 3.

Long.	97. 8'.
Lat.	312.
	1956
	978
	2934
	30513. 6'.
Altit.	200.
	6102720. 0'.

CA-

Caput XX.

De stereometria Cylindri.

Sic altitudo solidi plani dirigitur. Sequitur gibbi directio: quæ est Cylindri, Coni, & Sphæræ.

2 *Cylindri altitudo, quia vniformis vndiquaque est, directione opus non habet.*

Basis cylindri e cap. 14 huius dirigenda est: vt longitudo atque latitudo constent. Altitudo vero cylindri per se directa est: quia duæ bases oppositæ sunt æquales, similes, & parallelæ. Ideoq; factus e plano basios & altitudine, soliditas est dati cylindri.

Exemplum.

Cylindrus datur, cuius basios diameter, poll. 43.0': altitudo, poll. 50.7': & huius quæritur capacitas? Heic longitudinem basios suppeditat circumferentia dimidiata, diametro 43.0'. in cyclico adiuncta, nimirum poll. 67. 5'. 4''. Latitudinis vicem gerit radius, poll. 21. 5'. Hinc planities constituitur, poll. 1452. 1'. quam idem quoque canon accuratius exhibet, pollic. 1452. 2'. 6''. Multiplicatis tandem basi & altitudine, prodit soliditas quæsita, cub. 73626. 5'. 4''. qui sunt Vehis 1. Ohma 1, Quartal. 7. Mens. 1.

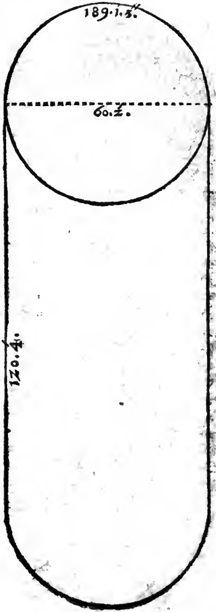
Planities	1452. 2'.
altitudo	50. 7.
	101654
	72610
solid.	73626. 5'. 4''

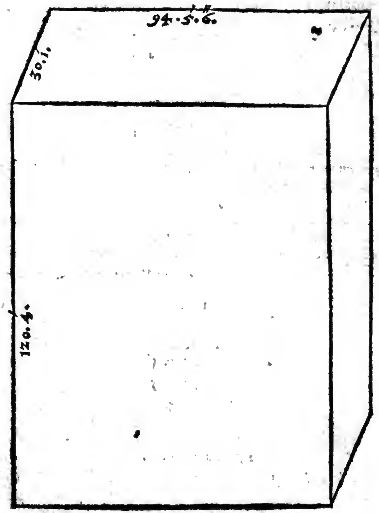
X

Exemplum aliud.

Quæritur capacitas putei, forma cylindracea: cuius basios diameter 60.2′: altitudo 120.4′. Heic basios longitudo, seu dimidium peripheriæ, e regione diametri 60.2′. in canone circulari est 94.5′.6″. Latitudo est radius 30.1′. Hinc planities in eodem canone datur 2846.4′. Quæ per altitudinem multiplicata, facit soliditatẽ 342706.5′. hoc est, Veh. 5, Ohm. 4, Quart. 5, Mens. 1, Quadrant. 2 $\frac{1}{2}$.

Plan.	2846.4′.
Altit.	120.4′.
	113856
	56928
	28464
solid.	342706.5′.6″.





Aliud exemplum.

Quæritur capacitas medimni, seu capsæ cylindraceæ, qua frumenta mensurantur, octalisque vulgo dicti quarta pars est: si eius basios diameter sit 14. 8′. altitudo 11. 5′. Diameter in cyclica tabella habet aream 172. 0′.

quæ cum altitudine producit soliditatem 1978.0′. hoc est Quartal. 3. Mēs. 3. Quadr. 3 $\frac{1}{4}$.

```
        172.0′.   Plan.
         11.5′.   altit.
       ---------
        8600
       172
      172
      ----------
      1978.0′.0″.   solid.
```

Aliud exemplum.

Quantum capit cylindrus, cuius basios diameter est poll. 123.0′; altitudo 234.5′? Quia diameter 123.0′. in cyclico canone non inuenitur: sumitur e cap. 14. huius, eius aliquota pars; verbi gratia, pars tertia, 41.0′. quæ in canone circulari planum habet 1320.3′. qui cum quadrato nominis adsumti trientis, nimirum cum nouenario, facit 11882.7′. planitiem basios, cuius diameter est 123.0′. Hæc per altitudinem 234.5′. producit soliditatem cylindri 2786493.1′.5″. hoc est, Veh. 46. Ohm. 2. Quart. 15. Mens. 0. Quadr. 1 $\frac{1}{4}$.

```
                  1320.3′
Quadrat. nom.          9
Plan.            11882.7′.
Alt.               234.5′
               ----------
                 594135
                475308
               356481
              237654
            -------------
            2786493.1′.5″.
```

Exemplum aliud. Regula stereometrica, figura cylindracea, vasi pleno immittenda, si diametrum habeat 0.4′.5″, & altitudinem immergendam 38.2′: quantum e vase liquoris effundet? Diameter 0.4′.5″, in canone cyclico non reperitur: ideoq; ex areis diametrorum proxime minoris & maioris pars proportionalis, datę diametro conueniens, (nimirum dimidia pars; nā 5 secunda, sunt dimidiatum primum scrupulum) inuestiganda; minori areę iungenda; & totū pro area quæsita retinendū. Scrupulose autē hęc agenda: quia

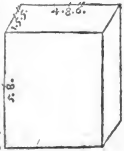
quia leuis [illegible] negligentia in ſoliditate exigua momentum habet. Area igit diametri minoris 0.4', eſt 0.1'.2".5‴.6⁗.6^{v}.8^{vi}.8^{vii}. & diametri maioris 0.5', area eſt 0.1'.9".6‴.3⁗.5^{v}.7^{vi}.5^{vii}. Differentia harum arearũ eſt 7".0‴.6⁗.[illegible].8.7^{vii}: cuius dimidium 3".5‴.3⁗.4^{v}.4^{vi}.3^{vii}, additum minori areæ, facit aream quęſitam 0.1'.6".1‴.0⁗.1^{v}.3^{vi}.1^{vii}. Hæc area per altitudinem 38.2', patefacit ſoliditatem, ſeu ſpatium liquoris effundendi, poll. 6.1'.5". quæ vigeſima circiter menſuræ pars exſiſtit.

Diametri 0.4'.5". area 1'. 6". 1‴.
altit. 3 8. 2'.

3 2 2
1 2 8 8
4 8 3
ſolid. 6. 1'. 5". 0‴. 2⁗.

Menſ. 1 2 5.0 0 0 (20.3'.
6 1 5 5 5
6 1 1
6

Aliud exemplum. Quæritur poculi cylindracei capacitas, cuius baſios diameter 3.1'. altitudo 5.8'. Longitudo baſios eſt ſemiperipheria: quæ ad diametrum 3.1'. in tabella cyclica reperitur 4.8'.6". Latitudo baſios eſt radius 1.5'.5". Hinc planities in eodem canone datur 7.5'.4".7‴.9⁗. quæ per altitudinem 5.8'. facit ſoliditatẽ 43.7'.7".&c. hoc eſt, quadr. $1\frac{1}{3}$. Quot huiuſmodi pocula menſuram æquant? Si cubi 43.7'.7" æquantur vni poculo: ergo





cubi 125.0' æquãtur poculis duob⁹, & octo decimis, ſeu quatuor quinctis partibus vnius poculi. Proinde menſura continet eiuſmodi pocula $2\frac{4}{5}$.

Diam. 3.1'. area: 7. 5'. 4". 7‴. 9⁗.
altit. 5. 8'.

6 0 3 8 3 2
3 7 7 3 9 5
ſolid. 4 3. 7'. 7". 7‴. 8⁗. 2^{v}.

2 4
3 7 4 6 4
Menſ. 1 2 5.0.0.0. (poc. 2.8'.
4 3 7 7 7
4 3 7
8 7 5 4 6
3 5 0 1
X 3

Aliud exemplum. Quæritur capacitas poculi cylindracei angusti, & satis longi: cuius basios diameter 1. 6′: altitudo 10.2′. Diametri planus in cyclica datur 2.0′.1″: qui per altitudinem 10.2′, facit soliditatem 20.5′: hoc est, quadr. $0\frac{5}{x}$.

Quot huiusmodi pocula mensurã constituunt? Si cubi 20.5′. æquantur vni poculo: ergo cubi 125.0′, æquantur poculis sex, & præterea vni decimæ parti fere vnius poculi. Proinde mensura continet eiusmodi pocula sex, cum decima fere vnius parte.

```
          2 1 5 5
Mens. 1 2 5 0 0 0
        2 0 5 5 5
          2 0 0    (poc. 6.0′.9.
            2
      -----------
      1 2 3 0 4 5
          1 8
```

```
Diam. 1.6′. area 2. 0′. 1″.
      altit.   1 · 0. 2′.
               ---------
                4 0 2
              2 0 1
      ---------------------
solid.  2 0. 5′. 0″. 2‴.
```

Aliud. Quæritur capacitas pixidulæ cylindraceæ: cuius basios diameter 0.6′: altitudo 0.9′. Diametri planus in cyclico canone reperitur satis præcise, 2′.8″.2‴.7⁗.5ᵛ.4ᵛⁱ.8ᵛⁱⁱ: qui per altitudinem 0.9′, facit soliditatem 2′.5″.4‴.5⁗. Quot vero pixidulis huiusmodi explendis mensura vna theriacæ satis erit? Si cubi 0. 2′. 5″. 4‴. 5⁗, æquantur vni pixidulæ: ergo cubi 125.0′, æquantur pixidulis 491—+—

```
              4 0
          3 2 9 5 5
Mens. 1 2 5 0 0 0 0     (pixidulæ 491—+—
        2 5 4 5 5 5
          2 5 4 4
            2 5
      ---------------
      1 0 1 8 0 5 5
        2 2 9 0 4
            2 5
```

Aliud. Capsulæ cylindraceæ, pro excipiendo cydoniorum succo inspissato, quæritur capacitas: cuius basios diameter 7. 2′. altitudo 0.8′. Diametri

metri 7.2'.area in cyclico canone inuenitur 40.7'.1".6"'.quæ cum altitudine 0.8'.facit soliditatem cuborũ pollicarium 32.5'.7".hoc est, quad.1.fere. Quot huiusmodi capsulæ mensura vna succi possunt adimpleri? Si cubi 32.5'.7".æquantur vni capsulæ: ergo cubi 125.0'.æquantur capsulis tribus, & octo decimis partibus vnius capsulæ.

```
          1   3
          7 2 9 4
Mens. 2 2 5 0 0 0 0
        3 2 5 7 7 7   (capf.3.8'.3".
          3 2 5 5
            3 2
        ---------
        9 7 7 1 6
        2 6 0 5
```

Diam.7.2'.area 40.7'.1".6"'.
8'.
solid. 32.5'.7".2"'.8"''.

CAPVT XXI.

De alia Cylindri stereometria, per regulam propriam cylindrimetricam: deq; regulæ huius fabrica e canone cyclico. Vbi simul (data quãtitate continua diametri vnius mẽsura, vel vnius decimæ) duplex traditur compendium inuentionis omnium diametrorum primam sequentium; tum e tabella radicum quadratarum; tum ex hypoteinusa trigoni rectanguli.

Ita cylindri geodæsia regulæ nostræ cubimetricæ ope absoluitur. Verum quia specialis cylindrimetricæ vsus passim percrebuit: huius etiam fabricam & vsum paucis expediemus.

2. Cylindrimetrica autem regula est instrumentum stereometricum, sectum dimensione cylindri monometri, tum simplicis, tum compositi æquealti cuiusuis: explorandæ cylindrorum capacitati accommodatum.

Regulam cubimetricam, vsus praxisq; amplitudine vniuersalem, ac vere regiam, hactenus docuimus. Sed vulgares cylindrimetricā, ad capacitatem cylindrorum explorandum, priuatim parant. Quæ (per se quoq; nobilissima, si recte paretur) nostra tamen illa multis nominibus inferior est. Vsus enim nostræ non ad cylindros tantum, sed ad omnium regularium corporum soliditatem facile extenditur. Accuratior etiam nostræ calculus est: quod minutarum & æqualium regulæ partium diligenti obseruatione vix quidquam præteriri soleat. Cylindrimetricæ autem regulæ partes, altitudinis quidem adeo exiguæ non sunt, si octonæ (vt fere fit) singulis mensuris dentur: si plures, tædiosa fit maioribus numeris supputatio. Basimetræ partes præterea inæquales sunt: inferius maiores, minores superius; imo regulæ iusta continuatione minimæ, si octonis mensuræ singulæ distinguantur: vnde lapsus facilem occasionem quiuis conijcere queat. Nihilominus, vt artis varietas polydędala eo fiat splendidior; cylindrimetricæ etiam naturam explanare proposuimus.

3. Fabrica eius est artificiosa regulæ sectio, in partes, singulas liquoris mēsuras cylindri forma comprehendentes.

4. Partes illæ duorum sunt generum, diuersis regulæ lateribus inscribendæ: Altimetræ, & Basimetræ.

5. Altimetræ, cylindri altitudinē spatiis mensuræ æqualibus, arbitrio geodætæ positis, metiuntur: ac porro in decem minores æquales subdiuidūtur.

Omnis magnitudo, quibus continetur, iisdem & secatur; per consectar. element. 5, lib. 1 Geomet. P. Rami. Hinc cylindrus, quoniam altitudine basiq; continetur, his ipsis secandus ac dimetiendus venit. Quamobrem cylindrimetricæ regulæ partes duæ statuantur necesse est: altitudinis vna, basios altera. Vtraq; autem pars, altimetra, & basimetra, e cylindro monometro primum sectionis suæ interuallum obtinet: quod postmodum, pro compositi cylindri mensuræ numero, artificiose continuandum: altitudinis quidem, in cylindris æqualium basium, paribus spatiis: basios vero, seu diametri, in æqualtis cylindris, spatiis inæqualibus.

Quantitas altitudinis cylindri vnam mensuram capientis, pro placito statui potest, pollicum regulæ stereometricæ vnius, duorum aut trium. Si vero altitudo maior ponatur: exigua futura est basios diameter: & proinde minus apta singularum diametri mensurarum, præsertim in superiori regulæ parte, subdiuisio. Nos ergo quamlibet partem altimetram, exempli loco vno pollice definiemus. Cete-

Ceterum altitudinis vnius mensuræ interuallum, pollicis vnius, in regula æquabiliter continuandum. Cylindri enim cuiusuis secundum altitudinem solam compositio; gemini videlicet, terni, quaterni, &c. totuplæ pariter altitudinis compositionem habet; geminæ, ternæ, quaternæ: vt, cylindrus duarum mensurarum, monometri altitudinem duplam: cylindrus trium mensurarum, triplam &c. habet: si bases omnibus æquales. Altitudines quippe cylindrorum basi æqualium, sunt vt ipsi cylindri: e prop. 14. lib. 12. Eucl. Quare, cum cylindri continentes mensuram vnam, duas, tres, quatuor, &c. de more proportionis arithmeticæ, differentiarum æqualitatem habeant; & posterior semper producatur e proxime priori, differentia æquali superaddita: cylindrorum quoq; istorum altitudines, & hinc regulæ partes altimetras differentiarum æqualitatem habere, necesse est.

Mẽsuræ altitudinis ita notatæ singulæ in denas minutias æquales rursus secandæ: & hæ animo in alias denas secundarias: nam vnum altitudinis scrupulum primum, ob exilitatem spatii, nec in decem, nec in quinque, sed in duo saltem segmẽta, vtrinq; scrupula quinq; secunda denotantia, manu commode diuidi potest. Licet vero spatia singula, tum altitudinis tum diametri, vulgo in quaternas, vel octonas partes secari soleant: nobis tamen denæ, quia numerationi expeditæ plurimum cõducunt, magis probantur.

Huius altimetræ regulæ sectionis rudimentum sub finem huius capitis exhibetur, literis α β signatum, & ibidem plenius explicatum. Delineatio quoque integra c. 3. compendii exstat.

6. Basimetrę, basios cylindri diametrum spatiis mensuræ inæqualibus, pro basium singulorum cylindrorum æquealtorum ratione descriptis, metiũtur: ac porro in denas minores inæquales, eademmet basium ratione subdiuiduntur.

7. Basimetræ partes, diametri etiam vocantur: quia basium dimensio vix aliter quam diametris institui potest. Et hæ diametri vel Quadratæ sunt, seu Cardinales, quarum mensuræ quadratus est numerus; vt 1.4.9.16.25.36.49.64.81.100.121.144.&c. aliæ Interiectæ quadratis; vt 2.3.5.6.7.8.10.11.12.&c.

Dimensio basios, periphereia, ceu termino suo, proprie fieri deberet. Sed quia rotundum regulæ directæ ἐφάρμοσιν non admittit; diameter adhibetur.

8. Quadratæ diametri, si adinuicem ordine conferantur, in ipsa regula

ſpatiorum interualla habent æqualia. Prima autem, ſeu monometra, Simplex eſt: reliquæ omnes Compoſitæ e ſimplici. Nam ſecunda quadrata diametrus, quatuor menſurarum, primam quadratam vnius menſuræ bis cō-tinet: tertia nouem menſurarum, ter: quarta, ſedecim menſurarum, quater: &c.

9. Ideoq; ſpatio inuento primæ quadratæ diametri: reliquarum ſpatia, ordine paribus interuallis continuata, inuenta ſunt.

10. Sectio ergo regulæ baſimetra, ad datam altitudinem monometram, baſes congruas, harumq; diametros inueſtigat, datorum quotlibet cylindrorum æqualtorum.

11. Inuentio hęc baſium & diametrorum duplex eſſe poteſt: nimirum e datorum cylindrorum vel Soliditate, vel Capacitate: quorum priorem Canon ſubminiſtrat cyclicus; poſteriorem Vas cylindraceum notæ capacitatis.

12. E ſoliditate baſes inueniuntur, diuiſione ſoliditatis propoſiti cuiuſlibet cylindri, per altitudinem datam monometram. Quotus enim aream exhibet quæſitæ baſios: cui diameter in cyclica tabella reſpondet; rariſſime exacte, ſed fere per partem proportionalem differentiæ tum arearum, tum diametrorum, proxime maiorum & minorum, eruenda.

Menſuræ omnes diametrorum regulæ cylindrimetricæ, ad menſuram altitudinis ſolitariæ referuntur. Quare altitudine ſolitaria, ſeu vnius menſuræ exigua exſiſtente, maior eſt baſis: magna vero altitudine ſuppoſita, baſis cylindri, æqualis ſoliditatis, neceſſario minor eſt.

Porro regulæ partes baſimetræ, ſeu diametrorum menſuræ, inæqualia habent ſpatiorum interualla: ſecus quam altimetræ partes. Si enim regula baſes areis ſuis metiretur: tum areas cylindrorum mēſuræ vnius, duarum, trium, quatuor, &c. itidem (vti altitudines) deprehenderet æqualibus differentiis diſtare. At quoniam baſium dimenſio non areis inſtituitur, ſed diametris: propterea baſimetræ partes inæquales ſunt. Sic cylindrus menſurarum duarum, altitud. poll. 1.0′, ſuę quidem baſios aream, poll. 250.0′, duplam habet areæ pollicum 125.0′. baſios cylindri monometri æqualti: at diametrum minime duplam habet, ſed in proportione radicum arearum inuētarum. Nam circulorum areæ ſunt vt quadrata diametrorum; e prop. 2 lib. 12. Eucl. itemque radices arearum, vt radices quadratorum a diametris. Proinde proportio radicum baſium cylindrorū æqualtorum, eſt proportio dia-

tio diametrorum earundem basium: & notis basium areis, in tabella cyclica diametri statim offeruntur, vel per μέσης ἀνάλογον eliciuntur.

Soliditas autem cylindri cuiuslibet dati innotescit, multiplicatione numeri mensurarum, eo ipso cylindro contentarum, per numerum pollicum cubicorum vnius mensuræ, nimirum poll. 125.0', e nostra hypothesi. *Exempli gratia*, soliditas cylindri vnius mẽsurę est poll. 125.0': soliditas cylindri duarum mẽsurarum, est poll. 250.0': trium, 375.0': decem, 1250.0': vigintiquatuor mensurarum soliditas, pol. 3000.0': & sic de reliquis. Hæc ipsa soliditas cylindracea, instar numeri facti, cõtinetur propria altitudine, & basi; ceu factoribus suis. Ideoq; notis facto, nimirum soliditate; & factorum alterutro, scilicet altitudine; reliqui factoris, nimirum basios, promta est inuentio, e facti per notum factorem, hoc est, e soliditatis per altitudinem diuisione.

Exempli gratia, inquirendæ sunto diametri basium cylindrorum æquealtorum, continentium mensuram vnam, duas, tres, &c. quotquot regulæ, sex pedes circiter longæ, inscribi possunt. Bases igitur eorundem cylindrorum, altitudini solitariæ vnius pollicis conuenientes, ordine ita exquiruntur. Primum cylindri vnius mensuræ soliditas est poll. 125.0': altitudo cõstituta poll. 1.0'. Ergo diuisis pollicibus 125.0': per 1.0', manet basis poll. 125.0': quia vnitas non diuidit. Hæc basis in cyclica quæritur, sub arearum titulo. Et quia præcise non reperitur; duæ proximæ bases, maior, minorq;, cum suis e regione diametris, transscribuntur: vt e trium basium differentiis, diametrus quæsita proportionalis concludatur, hoc modo:

Bas. maior 126.6'.8".2'''.0''''.	cuius diã. 12.7'.	bas. intermed. 125.0'.0".0'''.0''''.
minor 124.6'.9".4'''.8''''.	12.6'.	min. 124.6'.9".4'''.8''''.
diff. 1.9'.8".7'''.2''''.	diff. 1'.	diff. 3'.0".5'''.2''''.

Hinc aurea regula ita colligit: Differentia basium 1.9'.8".7'''.2'''', habet differẽtiam diametrorum 1': ergo differentia basium 3'.0".5'''.2'''', habebit differentiam diametrorum 1".5'''.3'''': quæ, minori diametro poll. 12.6'. addita, faciunt diametrum quæsitam basios cylindri monometri, poll. 12.6'.1".5'''.3''''.—+—

Diff. bas. 1.9'.8".7'''.2'''', habet diff. diam. 1': ergo diff. bas. 3'.0".5'''.2'''', habet diff. diam. 1".5'''.3''''.

```
              1   5
              7 1 2
          2 0 6 4 8 8 4
Diuidendus: 3 0 5 2 0 0 0^viii
          2 9 8 7 2 2 2'''' (diff.diã.1''.5'''.3''''.
            2 9 8 7 7
              2 9 8
          -------------
          2 9 8 7 2 0 6
            9 9 3 6 2
              8 9 6

                              3'.0''.5'''.2''''.
                                            1'.
                              ------------------
                          Dš. 3''.0'''.5''''.2^v.
```

Hæc quantitas poll. 12.6'.1''.5'''.3'''' +, regulæ diligenter imprimẽda, ad literam c diagrammatis: non tamen parce nimis, sed leuicule plenius, ob signum addendorum + adiectum.

Ipsum quoq; hoc spatium poll. 12.6'.1''.5'''.3'''' +, protinus in regula, quoties placet, verbi gratia, sexies, septies, vel octies, æquis interuallis continuandum: vt sic diametri quadratæ prodeant: nimirum secunda, quatuor mensurarum, ad literam d, habens pollices 25.2'.3''.0'''.6'''': tertia, nouem mensurarum, ad literam e, habens poll. 37. 8'.4''. 5'''. 9'''': quarta, sedecim mensurarum, ad literam b, habens pollices 50.4'.6''.1'''. 2'''': & sic deinceps.

Sed quoniam adminiculo spatii primæ quadratæ diametri, reliquarũ omnium diametrorum interualla compendio aliquo regulæ inscribi possint; (quemadmodum mox intelligetur) hoc ipsum spatium accuratione quanta fieri potest maxima definiendum. Norunt autem mechanici, spatii alicuius compositionem multiplicẽ semper in praxi minus accuratam esse, compositi eiusdem spatii diuisione. *Exempli gratia*: si longitudo pollicum 10 decies sit componenda; vel continua longitudo poll. 100. in decem æquales partes secanda: mechanicus decem segmenta continuæ lõgitudinis, circino diducto contractove, vniuersim aut particulatim, tamdiu perquiret, donec præcise inueniat: post vero, si vnum ex illis segmentis eadem circini apertura decies componere & continuare pergat; rarissime iunctorum segmentorum extremum datæ longitudini cõtinuæ ad amussim respõdere deprehẽdet. Quod si longitudini vnius segmẽti signum addendorum +,

vel

vel subtrahendorum ——. adhæreat: compositionis multiplicis aberratio eo grauior metuenda: nam segmenti simplicis error etiam leuis, sæpius iteratus intenditur.

Hac de causa rectius quantitas diametri quadratæ maximæ, quam regula fabricanda capere potest, primo omnium regulæ insculpitur: quæ postmodum partibus compositionis suę æquabiliter distincta, inferiorum quadratarum diametrorum omnium in regula basimetra situm ac interualla commonstrat. Pro exemplo, regulæ fabricandæ longitudo esto pedum sex, cum semisse. Quoniam ergo spatium monometrum inuentum est poll. 12. 6′. 1″. 5‴. 3⁗. —+—, applicatione regulæ cubimetricæ ad fabricandam regulam, experiundum, quoties inuentum spatium monometrum rudis adhuc regulæ spatio imprimi queat. Cumque sexies id fieri posse appareat: discreta quantitas primæ diametri, poll. 12. 6′. 1″. 5‴. 3⁗ —+—. senario multiplicanda: vnde quantitas sextæ diametri quadratarum prodit, poll. 75. 6′. 9″. 1‴. 8⁗ —+—. regulæ cubimetricæ. Quare spatium hoc fabricandæ regulæ infigendum: & in sex æquales partes diuidendum. Sic namque sex quadratarum diametrorum interualla reperta sunt: primæ, ad literam c diagrammatis: alterius, ad d: tertiæ, ad e: quartæ, ad b. &c.

Inuentis ita diametris quadratis: ad interiectas nunc accedendum, mensurarum videlicet duarum, trium, quinque, sex, &c. Cylindri ergo duarum mensurarum soliditas est pollicum cubicorum 250. 0′, & altitudo poll. 1. 0′. Vnde diuisis 250. 0′, per 1. 0′, basis manet poll. 250. 0′: cuius diameter cyclici ope sic elicitur.

Bas. maior	251. 6′. 5″. 9‴. 6⁗.	cuius diam.	17. 9′
min.	248. 8′. 5″. 5‴. 6⁗.		17. 8′.
diff.	2. 8′. 0″. 4‴. 0⁗.	diff.	1′.

Bas. intermedia	250. 0′. 0″. 0‴. 0⁗.
minor	248. 8′. 5″. 5‴. 6⁗.
diff.	1. 1′. 4″. 4‴. 4⁗.

Hinc diametrus basi intermediæ proportionata sic colligitur. Differentia basium 2. 8′. 0″. 4‴. 0⁗, habet differentiam diametrorum 1′: ergo differentia basium 1. 1′. 4″. 4‴. 4⁗, habebit differentiã diametrorum 4″. 0‴. 8⁗: quæ minori diametro addita, constituunt diametrum quæsitam basios cylindri duarum mensurarum, poll. 17. 8′. 4″. 0‴. 8⁗. —+— [*Hoc loco sciendum,*

non diametros, ſed harum quadrata baſibus proportione reſpondere: e prop. 2. li. 12. Eucl. ideoq; diametrum per μέσος ἐπιβάλλον inuentam, vera diametro nonnihil ſemper minorem eſſe: quod in baſibus valde diſtantibus manifeſtum eſt. Heic autem, ob exiguam baſium vicinarum differentiam, error notabilis in diametri baſios intermediæ inueſtigatione oboriri nequit.] Inuenta igitur quantitas poll. 17.8′.4″ —— pro duarum menſurarum diametro, ad literam f diagrammatis, regulæ inſerenda.

Diuidendus $1'.1''.4'''.4^{iv}.4^{v}.0^{vi}.0^{vii}$. (diff. diam. $4''.0'''.8^{iv}$.
diuiſor $\cdot 2.8'.0''.4'''$.

Simili artificio ſequentium quotlibet cylindrorum & baſes & diametros inueſtigare licet. Quod compendii 14 capite in tyronum gratiam ad ſextã quadratam diametrum præſtitimus; regulæ videlicet iuſtam longitudinẽ, ſex pedibus maiorem.

Verum minori labore diametri ſingulæ inueniuntur ope tabulæ cuiuſdam (vulgo notæ) radicum quadratarum, e numeris integris, ab vnitate naturali ſerie progredientibus, extractarum. Cuius ad inſtitutum noſtrum accommodatio ſequenti elemento comprehenditur.

13. Compendium vero hoc eſt inuentionis diametrorum, primam, ſeu monometram ſequentium: e duplicata ratione laterum homologorum in circulis. Latus enim quadratum capacitatis cuiuslibet cylindri numero integro expreſſæ atque in partes magni alicuius nominis quadrati reductæ; pro baſios illius diametro eſt. Continua autem partium illarum quantitas, e diametri monometræ ſpatio, latere quadrato ſuæ capacitatis diuiſo, innoteſcit: vnde poſtmodum reliquarum omnium diametrorum partes æſtimatæ, in regulam cylindrimetricam ordine transferuntur.

14 In hunc vſum apud Vulgares laterum quadratorum canon exſtat: qui radices menſurarum, ad partes millies milleſimas vel decima ſcrupula ſexti ordinis reductarum, complectitur.

Quadratis diametris regulæ inſcriptis; intermediæ compendio elici poſſunt; ſi capacitas cuiuslibet cylindri, ſeu numerus menſurarum contentarum (numerus enim ſoliditatis cubicæ maior, ideoque calculo incommodior eſt) reſoluatur in minutias magni alicuius nominis quadrati, & hinc radix quadrata extrahatur, ac pro baſios diametro adſeruetur. Nomen autem illud quadratum vnitate & circulis conſtare præſtat: quale nomen eſt partium millies milleſimarum vel decimorum ſexti ordinis ſcrupulorum.

Sic

Sic enim & reductio menſurarum ad eiuſmodi partes facillima eſt; & ſpatium quadratæ diametri monometræ ob radicem circulis quoq; conſtantem, expeditam magis ſectionem habet. Reductio quidem menſurarum ad partes millies milleſimas fit, ſex circulis menſuræ numero, ſeu capacitati, adpoſitis: & ſic 1 menſura æquatur partibus $\frac{1000000}{1000000}$: 2 menſuræ habẽt partes $\frac{2000000}{1000000}$: 37 menſuræ conſtituuntur $\frac{37000000}{1000000}$ partibus: &c. ſpatium vero diametri monometræ, ſeu radix quadrata de 1000000, nimirum 1000, nõ incõmode in partes æquas diuidi poteſt: nimirum in dénas, vicenas, quinquagenas, centenas, ducentenas, quingentenas: reſpectu numerorum aliorum quadratorum, ægre diuiſibilium, quales ſunt 654, item 987 itẽ 1331, &c. Compendium ergo hoc radicem capacitatis cuiuslibet cylindri æquealti, pro diametro baſios vſurpat. Cuius hæc eſt ratio. Baſes circulares ſunt vt quadrata diametrorum: e prop. 2. lib. 12. Eucl. nam plana ſimilia duplicatam habent rationem homologorum laterum: e prop. 20. lib. 6. prop. 11. & 18. lib. 8 Eucl. Et: cylindri æquealti, ſi capacitas, vel potentia eorum conſideretur, ſunt vt baſes: e prop. 11. lib. 12. Eucl. Ergo cylindri æquealti ſunt vt a baſium diametris quadrata. Quare cylindrorum æquealtorum ad inuicẽ ratio, eſt etiam ratio, tum baſium eorundem, tum quadratorum a diametris baſium. Nam triplices heic ſunt eiuſdem proportionis termini: nimirum, capacitates duorum quorumlibet proximorum eiuſdem altitudinis cylindrorum; verbi gratia, A, vnius menſuræ, ſeu partium $1.0'.0''.0'''.0^{iv}.0^{v}.0^{vi}$, & B, duarum menſurarum, ſeu partium $2.0'.0''.0'''.0^{iv}.0^{v}.0^{vi}$: deinde baſes eorundem cylindrorum A & B: tandem quadrata diametrorum dictarum baſium A & B. Latera enim e diuerſis hiſce terminis eiuſdem rationis extracta, parem adinuicem proportionem habent: ideoque radices vel capacitatis, vel baſium, vel quadratorum a diametris hoc loco pro diametris æque vſurpari & haberi poſſunt: ita tamen, vt termini rationis eiuſdem generis, in primo, ac reliquis omnibus cylindris, retineantur: id eſt, vt omnes radices, vel de ſolis capacitatibus cylindrorum extrahantur, vel de ſolis baſium areis, vel de ſolis diametrorum quadratis. Quoniam vero heic, ex hypotheſi noſtra, rationum termini non niſi in ipſis cylindris noti ſunt; ignoti autem in baſibus, & quadratis diametrorum: fit, vt latera aut vera, aut veris proxima, notæ capacitatis cylindrorum A & B, vicẽ gerant laterum ignotarum baſium A & B; atque ignotorum quadratorum a diametris baſium A & B. Euidentiã hanc praxis adſtruit; vt ſequitur. Capacitas cylindri A, vnius menſuræ, eſt partiũ $1.0'.0''.0'''.0^{iv}.0^{v}.0^{vi}$. & proin-

de B, duarum menſurarum, eſt partium 2.0′.0″.0‴.0⁗.0^{v}.0^{vi}. Latera hinc extracta 1.0′.0″.0‴, & 1.4′.1″.4‴, habent rationem ſuperpartientem 4′.1″.4‴. Iam baſis cylindri A ponatur partium 36: & B dupla, videlicet partium 72: vnde latera inueniuntur 6.0′.0″.0‴, & 8.4′.8″.5‴: quæ ſimiliter rationem habent ſuperpartientem 4′.1″.4‴. Tandem, quadratum diametri baſios A ſtatuatur partium 20: & B duplum, nempe partium 40: quorum radices 4.4′.7″.2‴, & 6.3′.2″.4‴, eandem prorſus cum ſuperioribus rationem habent; nimirum ſuperpartientem 4′.1″.1‴.

Notas igitur cylindrorum capacitates, ſigillatim quaſque ad partes millies milleſimas, ſeu ſexta decimorum ſcrupulorum, reducemus: & latera, ſecundum doctrinam cap. 3 huius, inde extracta, pro diametris baſium datorum cylindrorum adſeruabimus. Sic capacitas cylindri monometri partiũ erit 1.0′.0″.0‴.0⁗.0^{v}.0^{vi}: & huius numeri radix, ſcilicet 1.0′.0″.0‴, erit diameter vnius menſuræ, ſeu prima quadratarum. Capacitas cylindrorum menſurarum duarum, trium, decem, centum, &c. partium erit 2.0′.0″.0‴.0⁗.0^{v}.0^{vi}: 3.0′.0″.0‴.0⁗.0^{v}.0^{vi}: 10.0′.0″.0‴.0⁗.0^{v}.0^{vi}: 00.0′.0″.0‴.0⁗.0^{v}.0^{vi}. &c. harumque radices, nimirum 1.4′.1″.4‴: 1.7′.3″.2‴: 3.1′.6″.2‴: 10.0′.0″.0‴. &c. erunt diametri menſurarũ duarum, trium, decem, centum, &c. talium partium, qualium diameter monometra 1.0′.0″.0‴. obtinet

Verum in gratiam eorum, qui ἀναλύσεως quadratorum vel ignari ſunt, vel calculi tædium fugiunt, canonem addemus radicum ſingularum menſurarum, a ſolitaria, ad quadringenteſimam: propoſitum quoque a cupametris, maxime ab Erharto Helm, & Simone Iacobæo, mathematicis & ciuib. quõdam Reipubl. Francofurtenſis honoratis; atque a nobis auctum: e quo ſine negotio radices vniuſcuiuſque capacitatis, ſiue menſuræ, loco diametrorum exſcribi, ductuque ſectionis millenariæ (vel ſcrupulorum decimorum tertii ordinis) diametri monometræ, in regulam ordine transferri poſſunt.

Canon

Canon laterum quadratorum, integrorum, ordine ab vnitate se consequentium, in partibus millies millesimis; seu scrupulis decimis sexti ordinis.

Capacitas, in mensuris.	Radices capacitatis, seu, diametri.				Mensuræ.	Diametri.				Mensuræ.	Diametri.			
0	0	′	″	‴	0	0	′	″	‴	0	0	′	″	‴
1	1	0	0	0	24	4	8	9	8	47	6	8	5	5
2	1	4	1	4	25	5	0	0	0	48	6	9	2	8
3	1	7	3	2	26	5	0	9	9	49	7	0	0	0
4	2	0	0	0	27	5	1	9	6	50	7	0	7	1
5	2	2	3	6	28	5	2	9	1	51	7	1	4	1
6	2	4	4	9	29	5	3	8	5	52	7	2	1	1
7	2	6	4	5	30	5	4	7	7	53	7	2	8	0
8	2	8	2	8	31	5	5	6	7	54	7	3	4	8
9	3	0	0	0	32	5	6	5	7	55	7	4	1	5
10		1	6	2	33	5	7	4	4	56	7	4	8	2
11	3	3	1	6	34	5	8	3	1	57	7	5	4	9
12	3	4	6	4	35	5	9	1	6	58	7	6	1	6
13	3	6	0	5	36	6	0	0	0	59	7	6	8	1
14	3	7	4	1	37	6	0	8	2	60	7	7	4	6
15	3	8	7	3	38	6	1	6	4	61	7	8	1	0
16	4	0	0	0	39	6	2	4	4	62	7	8	7	4
17	4	1	2	3	40	6	3	2	4	63	7	9	3	7
18	4	2	4	2	41	6	4	0	3	64	8	0	0	0
19	4	3	5	9	42	6	4	8	0	65	8	0	6	2
20	4	4	7	2	43	6	5	5	7	66	8	1	2	4
21	4	5	8	2	44	6	6	3	3	67	8	1	8	5
22	4	6	9	0	45	6	7	0	8	68	8	2	4	6
23	4	7	9	6	46	6	7	8	2	69	8	3	0	7

Mes.	Diametri.				Mes.	Diametri.				Mes.	Diametri.			
0	0	′	″	‴	0	0	′	″	‴	0	0	′	″	‴
70	8	3	6	6	98	9	8	9	9	126	11	2	2	4
71	8	4	2	6	99	9	9	4	9	127	11	2	6	9
72	8	4	8	5	100	10	0	0	0	128	11	3	1	3
73	8	5	4	4	101	10	0	4	9	129	11	3	5	7
74	8	6	0	2	102	10	0	9	9	130	11	4	0	1
75	8	6	6	0	103	10	1	4	8	131	11	4	4	5
76	8	7	1	8	104	10	1	9	8	132	11	4	8	9
77	8	7	7	5	105	10	2	4	6	133	11	5	3	2
78	8	8	3	1	106	10	2	9	5	134	11	5	7	5
79	8	8	8	8	107	10	3	4	4	135	11	6	1	8
80	8	9	4	4	108	10	3	9	2	136	11	6	6	1
81	9	0	0	0	109	10	4	4	0	137	11	7	0	4
82	9	0	5	5	110	10	4	8	8	138	11	7	4	7
83	9	1	1	0	111	10	5	3	5	139	11	7	8	9
84	9	1	6	5	112	10	5	8	3	140	11	8	3	2
85	9	2	1	9	113	10	6	3	0	141	11	8	7	4
86	9	2	7	3	114	10	6	7	7	142	11	9	1	6
87	9	3	2	7	115	10	7	2	3	143	11	9	5	8
88	9	3	8	0	116	10	7	7	0	144	12	0	0	0
89	9	4	3	3	117	10	8	1	6	145	12	0	4	1
90	9	4	8	7	118	10	8	6	3	146	12	0	8	3
91	9	5	3	9	119	10	9	0	8	147	12	1	2	4
92	9	5	9	2	120	10	9	5	4	148	12	1	6	5
93	9	6	4	3	121	11	0	0	0	49	12	2	0	6
94	9	6	9	5	122	11	0	4	5	150	12	2	4	7
95	9	7	4	6	123	11	0	9	0	151	12	2	8	8
96	9	7	9	8	124	11	1	3	5	152	12	3	2	8
97	9	8	4	9	125	11	1	8	0	153	12	3	6	9

Mes.	Diametri.				Mes.	Diametri.				Mes.	Diametri.			
o	o	'	''	'''	o	o	'	''	'''	o	o	'	''	'''
154	12	4	0	9	181	13	4	5	3	208	14	4	2	3
155	12	4	4	9	182	13	4	8	9	209	14	4	5	6
156	12	4	8	9	183	13	5	2	6	210	14	4	[illegible]	1
157	12	5	2	9	184	13	5	6	3	211	14	5	2	5
158	12	5	6	9	185	13	6	0	1	212	14	5	6	0
159	12	6	0	9	186	13	6	3	8	213	14	5	9	4
160	12	6	4	9	187	13	6	7	4	214	14	6	2	8
161	12	6	8	8	188	13	7	1	1	215	14	6	6	2
162	12	7	2	9	189	13	7	4	7	216	14	6	9	6
163	12	7	6	7	190	13	7	8	[illegible]	217	14	7	3	0
164	12	8	0	6	191	13	8	2	0	218	14	7	6	4
165	12	8	4	6	192	13	8	5	7	219	14	7	9	8
166	12	8	8	4	193	13	8	9	2	220	14	8	3	2
167	12	9	2	2	194	13	9	2	8	211	14	8	6	6
168	12	9	6	1	195	13	9	6	4	222	14	8	9	9
169	13	0	0	0	196	14	0	0	0	223	14	9	3	3
170	13	0	3	8	197	14	0	3	6	224	14	9	6	6
171	13	0	7	6	198	14	0	7	2	225	15	0	0	0
172	13	1	1	4	199	14	1	0	8	226	15	0	3	3
173	13	1	5	2	200	14	1	4	2	227	15	0	6	6
174	13	1	9	0	201	14	1	7	7	228	15	0	9	9
175	13	2	2	8	202	14	2	1	2	229	15	1	3	2
176	13	2	6	6	203	14	2	4	7	230	15	1	6	5
177	13	3	0	4	204	14	2	8	2	231	15	1	9	8
178	13	3	4	1	205	14	3	1	[illegible]	232	15	2	3	1
179	13	3	7	9	206	14	3	5	[illegible]	233	15	2	6	4
180	13	4	1	6	207	14	3	8	7	234	15	2	9	7

Menſ.	Diametri.				Mēſ.	Diametri.				Mēſ.	Diametri.			
235°	15°	3′	2″	9‴	264°	16°	2′	4″	8‴	293°	17°	1′	1″	7‴
236	15	3	6	2	265	16	2	7	9	294	17	1	4	6
237	15	3	9	4	266	16	3	1	0	295	17	1	7	5
238	15	4	2	7	267	16	3	4	1	296	17	2	0	4
239	15	4	5	9	268	16	3	7	1	297	17	2	3	3
240	15	4	9	2	269	16	4	0	1	298	17	2	6	2
241	15	5	2	4	270	16	4	3	1	299	17	2	9	1
242	15	5	5	6	271	16	4	6	2	300	17	3	2	0
243	15	5	8	8	272	16	4	9	3	301	17	3	4	9
244	15	6	2	0	273	16	5	2	3	302	17	3	7	8
245	15	6	5	2	274	16	5	5	3	303	17	4	0	7
246	15	6	8	4	275	16	5	8	3	304	17	4	3	6
247	15	7	1	6	276	16	6	1	3	305	17	4	6	5
248	15	7	4	8	277	16	6	4	3	306	17	4	9	4
249	15	7	7	9	378	16	6	7	3	307	17	5	2	3
250	15	8	1	1	2 9	16	7	0	3	308	17	5	5	1
251	15	8	4	3	280	16	7	3	3	309	17	5	7	9
252	15	8	7	4	281	16	7	6	3	310	17	6	0	7
253	15	9	0	5	282	16	7	9	3	311	17	6	3	6
254	15	9	3	7	283	16	8	2	3	312	17	6	6	4
255	15	9	6	9	284	16	8	5	2	313	17	6	9	2
256	16	0	0	0	285	16	8	8	2	314	17	7	2	0
257	16	0	3	1	286	16	9	1	1	315	17	7	4	8
258	16	0	6	2	287	16	9	4	1	316	17	7	7	6
259	16	0	9	3	288	16	9	7	0	317	17	8	0	4
260	16	1	2	4	289	17	0	0	0	318	17	8	3	2
261	16	1	5	5	290	17	0	2	9	319	17	8	6	0
262	16	1	8	6	291	17	0	5	9	320	17	8	8	8
263	16	2	1	7	292	17	0	8	8	321	17	9	1	6

Meſ.	Diametri.				Meſ.	Diametri.				Meſ.	Diametri.			
0	0	′	″	‴	0	0	′	″	‴	0	0	′	″	‴
322	17	9	4	4	349	18	6	8	2	376	19	3	9	1
323	17	9	7	2	350	18	7	0	8	377	19	4	1	7
324	18	0	0	0	351	18	7	3	5	378	19	4	4	3
325	18	0	2	8	352	18	7	6	2	379	19	4	6	8
326	18	0	5	6	353	18	7	8	9	380	19	4	9	3
327	18	0	8	4	354	18	8	1	6	381	19	5	1	9
328	18	1	1	1	355	18	8	4	3	382	19	5	4	5
329	18	1	3	8	356	18	8	7	0	383	19	5	7	1
330	18	1	6	5	357	18	8	9	6	384	19	5	9	7
331	18	1	9	3	358	18	9	2	2	385	19	6	2	3
332	18	2	2	1	359	18	9	4	8	386	19	6	4	8
333	18	2	4	9	360	18	9	7	4	387	19	6	7	3
334	18	2	7	7	361	19	0	0	0	388	19	6	9	8
335	18	3	0	4	362	19	0	2	6	389	19	7	2	3
336	18	3	3	1	363	19	0	5	2	390	19	7	4	8
337	18	3	5	8	364	19	0	7	8	391	9	7	7	4
338	18	3	8	5	365	19	1	0	4	392	19	8	0	0
339	18	4	1	2	366	19	1	3	0	393	19	8	2	5
340	18	4	3	9	367	19	1	5	6	394	19	8	5	0
341	18	4	6	6	368	19	1	8	2	395	19	8	7	5
342	18	4	9	3	369	19	2	0	9	396	19	9	0	0
343	18	5	2	0	370	19	2	3	5	397	19	9	2	5
344	18	5	4	7	371	19	2	6	1	398	19	9	5	0
345	18	5	7	4	372	19	2	8	7	399	19	9	7	5
346	18	6	0	1	373	19	3	1	3	400	20	0	0	0
347	18	6	2	8	374	19	3	3	9					
348	18	6	5	5	375	19	3	6	5					

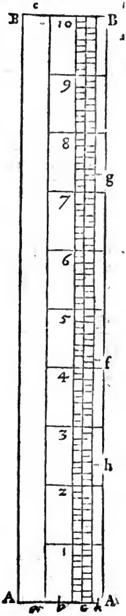
Canonis huius vsus.

Canon hic radices continet numerorum sub mensurarum titulo positorum. Quorum alii vere quadrati sunt, vt 1, 4, 9, 16, 25, &c. ac propterea radix eorum integro numero explicabilis est, nec vllas minutias adiunctas habet: alii vere quadrati non sunt, vt 2, 3, 5, 6, 7, 8, 10, 11; &c. quorum radix surda est, & scrupula integris adnexa gerit. Licet autem surdæ radices scrupulis in infinitum extendi possint: canon tamen contentus est tertiis, ad regulæ fabricam sufficientibus.

Ceterum canonis numeri quadrati, vel quasi, 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. capacitatem exprimunt cylindrorum æquealtorum: radices vero canonis, diametros repræsentant basium eorundem cylindrorum, seu potius proportionem diametrorum ad inuicem: adsignata primæ diametro certa aliqua discreta quantitate, quam reliquæ omnes diametri postmodum iusta sua & conueniente proportione sequuntur. Vnde, si diametro vnius mensuræ adscribatur integrum, triplici scrupulorum decimorum ordine secandum, seu 1. 0′. 0″. 0‴, quod est vnitatis latus: tum diameter mensurarum duarum necessario constabit integro, eiusdem cum priore illo quantitatis; & præterea scrupulis 4 primis, 1 secundo, 4 tertiis; seu 1. 4′. 1″. 4‴, —+— quia binarii latus vero propinquum est 1. 4′. 1″. 4‴, —+— Diameter autem trium mensurarum, integrum habebit, & amplius 7′. 3″. 2‴; —+— nam ternarii latus est 1. 7′. 3″. 2‴ —+—. Quatuor mensurarum diameter duobus integris absoluetur: quoniam quaternarii latus est binarius. &c.

Sed canon quantitatem saltem discretam exhibet diametrorum; quadratarum quidem, numeris integris; reliquarum, integris, & præterea scrupulis vnius integri primis, secundis, atque tertiis. Continuam vero quantitatem integri, & scrupulorum, monometræ diametri spatium definit; quod regulæ cubimetricæ pollicibus 12. 6′. 1″. 5‴. 3⁗. constare, (si vnius pollicis quantitas parti altimetræ tribuatur) paullo ante deprehendimus, & cylindrimetricæ inscripsimus.

Hoc longitudinis spatium, quod literis A B notauimus, seorsim in densam aliquam chartam transferendum, latitudine fere pollicari A A, & BB. Tum dupliciter diuidendum: latitudine, & longitudine. Latitudo A A, & B B, in quatuor columnas secanda: a, b, c, k: quæ numeris tabulæ laterum quadratorum respondeant: prima videlicet columna a, integris diametris: altera, b, scrupulis primis: tertia, c, secundis: quarta, k, tertiis. Longitudo A B, ad primam columnam a, non diuidenda est: habet enim quantitatem integræ diametri cardinalis primæ: quæ longitudo, dum in regulam transferuntur diametri, toties ingeminanda, quoties integer radicis numerus in prima tabulæ columna præscribit. Secundæ columnæ b longitudo, in decem æquales partes distinguenda: quæ prima sunt scrupula totius diametri. Tertiæ columnæ c longitudo, centum partibus distinguenda: primo quidem decem segmentis; deinde horum quodlibet aliis decem; quæ secunda scrupula totius diametri exsistunt. Postremæ columnæ k longitudo, in mille partes secanda esset: primum in decem; deinde singulæ hæ in alias decem; tandemque & harum quælibet in alias decem; quæ totius scrupula tertia essent. Verum ob interualli exiguitatem millenaria sectio institui nequit: ac proinde scrupula tertia ex vicino secundorum spatio accurata oculi æstimatione iudicanda.



Vt autem diametrorum in regulam translatio quæ canonis fit ope, rectius intelligatur; exempla addemus. Duarum mensurarum diameter in canone reperitur 1. 4'. 1". 5'''. Quibus numeris innuitur, quantitatem diametri propositæ, esse longitudinem diametri monometræ vnius, seu simpli-

Regulam cubimetricam, vsus praxisq; amplitudine vniuersalem, ac vere regiam, hactenus docuimus. Sed vulgares cylindrimetricā, ad capacitatem cylindrorum explorandum, priuatim parant. Quæ (per se quoq; nobilissima, si recte paretur) nostra tamen illa multis nominibus inferior est. Vsus enim nostræ non ad cylindros tantum, sed ad omnium regularium corporum soliditatem facile extenditur. Accuratior etiam nostræ calculus est: quod minutarum & æqualium regulæ partium diligenti obseruatione vix quidquam præteriri soleat. Cylindrimetricæ autem regulæ partes, altitudinis quidem adeo exiguæ non sunt, si octonæ (vt fere fit) singulis mensuris dentur: si plures, tædiosa fit maioribus numeris supputatio. Basimetræ partes præterea inæquales sunt: inferius maiores, minores superius; imo regulæ iusta continuatione minimæ, si octonis mensuræ singulæ distinguantur: vnde lapsus facilem occasionem quiuis coniicere queat. Nihilominus, vt artis varietas polydędala eo fiat splendidior; cylindrimetricæ etiam naturam explanare proposuimus.

3. Fabrica eius est artificiosa regulæ sectio, in partes, singulas liquoris mēsuras cylindri forma comprehendentes.

4. Partes illæ duorum sunt generum, diuersis regulæ lateribus inscribendæ: Altimetræ, & Basimetræ.

5. Altimetræ, cylindri altitudinē spatiis mensuræ æqualibus, arbitrio geodætæ positis, metiuntur: ac porro in decem minores æquales subdiuidūtur.

Omnis magnitudo, quibus continetur, iisdem & secatur: per consectar. element. 5, lib. 1 Geomet. P. Rami. Hinc cylindrus, quoniam altitudine basiq; continetur, his ipsis secandus ac dimetiendus venit. Quamobrem cylindrimetricæ regulæ partes duæ statuantur necesse est: altitudinis vna, basios altera. Vtraq; autem pars, altimetra, & basimetra, e cylindro monometro primum sectionis suæ interuallum obtinet: quod postmodum, pro compositi cylindri mensuræ numero, artificiose continuandum: altitudinis quidem, in cylindris æqualium basium, paribus spatiis: basios vero, seu diametri, in æquealtis cylindris, spatiis inæqualibus.

Quantitas altitudinis cylindri vnam mensuram capientis, pro placito statui potest, pollicum regulæ stereometricæ vnius, duorum aut trium. Si vero altitudo maior ponatur: exigua futura est basios diameter: & proinde minus apta singularum diametri mensurarum, præsertim in superiori regulæ parte, subdiuisio. Nos ergo quamlibet partem altimetram, exempli loco vno pollice definiemus. Cete-

Ceterum altitudinis vnius mensuræ interuallum, pollicis vnius, in regula æquabiliter continuandum. Cylindri enim cuiusuis secundum altitudinem solam compositio; gemini videlicet, terni, quaterni, &c. totuplæ pariter altitudinis compositionem habet; geminæ, ternæ, quaternæ: vt, cylindrus duarum mensurarum, monometri altitudinem duplam: cylindrus trium mensurarum, triplam &c. habet: si bases omnibus æquales. Altitudines quippe cylindrorum basi æqualium, sunt vt ipsi cylindri: e prop. 14. lib. 12. Eucl. Quare, cum cylindri continentes mensuram vnam, duas, tres, quatuor, &c. de more proportionis arithmeticæ, differentiarum æqualitatem habeant; & posterior semper producatur e proxime priori, differentia æquali superaddita: cylindrorum quoq; istorum altitudines, & hinc regulæ partes altimetras differentiarum æqualitatem habere, necesse est.

Mẽsuræ altitudinis ita notatæ singulæ in denas minutias æquales rursus secandæ: & hæ animo in alias denas secundarias: nam vnum altitudinis scrupulum primum, ob exilitatem spatii, nec in decem, nec in quinque, sed in duo saltem segmẽta, vtrinq; scrupula quinq; secunda denotantia, manu commode diuidi potest. Licet vero spatia singula, tum altitudinis tum diametri, vulgo in quaternas, vel octonas partes secari soleant: nobis tamen denæ, quia numerationi expeditæ plurimum cõducunt, magis probantur.

Huius altimetræ regulæ sectionis rudimentum sub finem huius capitis exhibetur, literis *a b* signatum, & ibidem plenius explicatum. Delineatio quoque integra c. 3. compendii exstat.

6. Basimetræ, basios cylindri diametrum spatiis mensuræ inæqualibus, pro basium singulorum cylindrorum æquealtorum ratione descriptis, metiũtur: ac porro in denas minores inæquales, eademmet basium ratione subdiuiduntur.

7. Basimetræ partes, diametri etiam vocantur: quia basium dimensio vix aliter quam diametris institui potest. Et hæ diametri vel Quadratæ sunt, seu Cardinales, quarum mensuræ quadratus est numerus; vt 1.4.9.16.25.36.49.64.81.100.121.144. &c. aliæ Interiectæ quadratis; vt 2.3.5.6.7.8.10.11.12. &c.

Dimensio basios, periphereia, ceu termino suo, proprie fieri deberet. Sed quia rotundum regulæ directæ ἐφάρμοσιν non admittit; diameter adhibetur.

8. Quadratæ diametri, si adinuicem ordine conferantur, in ipsa regula

ſpatiorum interualla habent æqualia. Prima autem, ſeu monometra, Simplex eſt: reliquæ omnes Compoſitæ e ſimplici. Nam ſecunda quadrata diametrus, quatuor menſurarum, primam quadratam vnius menſuræ bis cõtinet: tertia nouem menſurarum, ter: quarta, ſedecim menſurarum, quater: &c.

9. Ideoq; ſpatio inuento primæ quadratæ diametri: reliquarum ſpatia, ordine paribus interuallis continuata, inuenta ſunt.

10. Sectio ergo regulæ baſimetra, ad datam altitudinem monometram, baſes congruas, harumq; diametros inueſtigat, datorum quotlibet cylindrorum æquealtorum.

11. Inuentio hęc baſium & diametrorum duplex eſſe poteſt: nimirum e datorum cylindrorum vel Soliditate, vel Capacitate: quorum priorem Canon ſubminiſtrat cyclicus; poſteriorem Vas cylindraceum notæ capacitatis.

12. E ſoliditate baſes inueniuntur, diuiſione ſoliditatis propoſiti cuiuſlibet cylindri, per altitudinem datam monometram. Quotus enim aream exhibet quæſitæ baſios: cui diameter in cyclica tabella reſpondet; rariſſime exacte, ſed fere per partem proportionalem differentiæ tum arearum, tum diametrorum, proxime maiorum & minorum, eruenda.

Menſuræ omnes diametrorum regulæ cylindrimetricæ, ad menſuram altitudinis ſolitariæ referuntur. Quare altitudine ſolitaria, ſeu vnius menſuræ exigua exſiſtente, maior eſt baſis: magna vero altitudine ſuppoſita, baſis cylindri, æqualis ſoliditatis, neceſſario minor eſt.

Porro regulæ partes baſimetræ, ſeu diametrorum menſuræ, inæqualia habent ſpatiorum interualla: ſecus quam altimetræ partes. Si enim regula baſes areis ſuis metiretur: tum areas cylindrorum mẽſuræ vnius, duarum, trium, quatuor, &c. itidem (vti altitudines) deprehenderet æqualibus differentiis diſtare. At quoniam baſium dimenſio non areis inſtituitur, ſed diametris: propterea baſimetræ partes inæquales ſunt. Sic cylindrus menſurarum duarum, altitud. poll. 1.0′, ſuę quidem baſios aream, poll. 250.0′, duplam habet areæ pollicum 125.0′. baſios cylindri monometri æquealti: at diametrum minime duplam habet, ſed in proportione radicum arearum inuẽtarum. Nam circulorum areæ ſunt vt quadrata diametrorum; e prop. 2 lib. 12. Eucl. itemque radices arearum, vt radices quadratorum a diametris. Proinde proportio radicum baſium cylindrorũ æquealtorum, eſt propor-

tio dia-

tio diametrorum earundem basium: & notis basium areis, in tabella cyclica diametri statim offeruntur, vel per μέσης ἀνάλογον eliciuntur.

Soliditas autem cylindri cuiuslibet dati innotescit, multiplicatione numeri mensurarum, eo ipso cylindro contentarum, per numerum pollicum cubicorum vnius mensuræ, nimirum poll. 125.0′, e nostra hypothesi. *Exempli gratia*, soliditas cylindri vnius mẽsuræ est poll. 125.0′: soliditas cylindri duarum mẽsurarum, est poll. 250.0′: trium, 375.0′: decem, 1250.0′: vigintiquatuor mensurarum soliditas, pol. 3000.0′: & sic de reliquis. Hæc ipsa soliditas cylindracea, instar numeri facti, cõtinetur propria altitudine, & basi; ceu factoribus suis. Ideoq; notis facto, nimirum soliditate; & factorum alterutro, scilicet altitudine; reliqui factoris, nimirum basios, promta est inuentio, e facti per notum factorem, hoc est, e soliditatis per altitudinem diuisione.

Exempli gratia, inquirendæ sunto diametri basium cylindrorum æqualtorum, continentium mensuram vnam, duas, tres, &c. quotquot regulæ, sex pedes circiter longæ, inscribi possunt. Bases igitur eorundem cylindrorum, altitudini solitariæ vnius pollicis conuenientes, ordine ita exquiruntur. Primum cylindri vnius mensuræ soliditas est poll. 125.0′: altitudo cõstituta poll. 1.0′. Ergo diuisis pollicibus 125.0′: per 1.0′, manet basis poll. 125.0′: quia vnitas non diuidit. Hæc basis in cyclica quæritur, sub arearum titulo. Et quia præcise non reperitur, duæ proximæ bases, maior, minorq;, cum suis e regione diametris, transscribuntur: vt e trium basium differentiis, diametrus quæsita proportionalis concludatur, hoc modo:

Baſ. maior 126.6′.8″.2‴.0⁗.	cuius diã. 12.7′.	baſ. intermed. 125.0′.0″.0‴.0⁗.
minor 124.6′.9″.4‴.8⁗.	12.6′.	min. 124.6′.9″.4‴.8⁗.
diff. 1.9′.8″.7‴.2⁗.	diff. 1′.	diff. 3′.0″.5‴.2⁗.

Hinc aurea regula ita colligit: Differentia basium 1.9′.8″.7‴.2⁗, habet differẽtiam diametrorum 1′: ergo differentia basium 3′.0″.5‴.2⁗, habebit differentiam diametrorum 1″.5‴.3⁗: quæ, minori diametro poll. 12.6′. addita, faciunt diametrum quæsitam basios cylindri monometri, poll. 12.6′.1″.5‴.3⁗. —+—

Diff. baſ. 1.9′.8″.7‴.2⁗, habet diff. diam. 1′: ergo diff. baſ. 3′.0″.5‴.2⁗, habet diff. diam. 1″.5‴.3⁗.

1 5
7 1 2
1 0 6 4 8 8 4
Diuidendus:: 3 0 5 2 0 0 0$^{v'''}$
1 9 8 7 2 2 2'''' (diff.diã. 1''.5'''.3''''.
1 9 8 7 7
1 9 8
1 9 8 7 2 0 6
9 9 3 6 1
5 9 6

3'.0''.5'''.2''''.
1'.
Ds. 3''.0'''.5''''.2^{v}.

Hæc quantitas poll. 12.6'.1''.5'''.3''''—+—, regulæ diligenter imprimẽda, ad literam c diagrammatis: non tamen parce nimis, sed leuicule plenius, ob signum addendorum—+—adiectum.

Ipsum quoq; hoc spatium poll. 12.6'.1''.5'''.3''''—+—, protinus in regula, quoties placet, verbi gratia, sexies, septies, vel octies, æquis interuallis continuandum: vt sic diametri quadratæ prodeant: nimirum secunda, quatuor mensurarum, ad literam d, habens pollices 25.2'.3''.0'''.6'''': tertia, nouem mensurarum, ad literam e, habens poll. 37. 8'.4''. 5'''. 9'''': quarta, sedecim mensurarum, ad literam b, habens pollices 50.4'.6''.1'''. 2'''': & sic deinceps.

Sed quoniam adminiculo spatii primæ quadratæ diametri, reliquarũ omnium diametrorum interualla compendio aliquo regulæ inscribi possunt; (quemadmodum mox intelligetur) hoc ipsum spatium accuratione quanta fieri potest maxima definiendum. Norunt autem mechanici, spatii alicuius compositionem multiplicẽ semper in praxi minus accuratam esse, compositi eiusdem spatii diuisione. *Exempli gratia*: si longitudo pollicum 10 decies sit componenda; vel continua longitudo poll. 100. in decem æquales partes secanda: mechanicus decem segmenta continuæ lõgitudinis, circino diducto contractove, vniuersim aut particulatim, tamdiu perquiret, donec præcise inueniat: post vero, si vnum ex illis segmentis eadem circini apertura decies componere & continuare pergat; rarissime iunctorum segmentorum extremum datæ longitudini cõtinuæ ad amussim respõdere deprehẽdet. Quod si longitudini vnius segmẽti signum addendorum—+—, vel.

vel subtrahendorum ——, adhæreat: compositionis multiplicis aberratio eo grauior metuenda: nam segmenti simplicis error etiam leuis, sæpius iteratus intenditur.

Hac de causa rectius quantitas diametri quadratæ maximæ, quam regula fabricanda capere potest, primo omnium regulæ insculpitur: quæ postmodum partibus compositionis suę æquabiliter distincta, inferiorum quadratarum diametrorum omnium in regula basimetra situm ac interualla commonstrat. Pro exemplo, regulæ fabricandæ longitudo esto pedum sex, cum semisse. Quoniam ergo spatium monometrum inuentum est poll. 12. 6′. 1″. 5‴. 3⁗. —+—, applicatione regulæ cubimetricæ ad fabricandam regulam, experiundum, quoties inuentum spatium monometrum rudis adhuc regulæ spatio imprimi queat. Cumque sexies id fieri posse appareat: discreta quantitas primæ diametri, poll. 12. 6′. 1″. 5‴. 3⁗ —+—. senario multiplicanda: vnde quantitas sextæ diametri quadratarum prodit, poll. 75. 6′. 9″. 1‴. 8⁗ —+—. regulæ cubimetricæ. Quare spatium hoc fabricandæ regulæ infigendum: & in sex æquales partes diuidendum. Sic namque sex quadratarum diametrorum interualla reperta sunt: primæ, ad literam c diagrammatis: alterius, ad d: tertiæ, ad e: quartæ, ad b. &c.

Inuentis ita diametris quadratis: ad interiectas nunc accedendum, mensurarum videlicet duarum, trium, quinque, sex, &c. Cylindri ergo duarum mensurarum soliditas est pollicum cubicorum 250. 0′, & altitudo poll. 1. 0′. Vnde diuisis 250. 0′, per 1. 0′, basis manet poll. 250. 0′: cuius diameter cyclici ope sic elicitur.

Bas. maior	251. 6′. 5″. 9‴. 6⁗.	cuius diam.	17. 9′
min.	248. 8′. 5″. 5‴. 6⁗.		17. 8′.
diff.	2. 8′. 0″. 4‴. 0⁗.		diff. 1′.

Bas. intermedia	250. 0′. 0″. 0‴. 0⁗.
minor	248. 8′. 5″. 5‴. 6⁗.
diff.	1. 1′. 4″. 4‴. 4⁗.

Hinc diametrus basi intermediæ proportionata sic colligitur. Differentia basium 2. 8′. 0″. 4‴. 0⁗, habet differentiam diametrorum 1′: ergo differentia basium 1. 1′. 4″. 4‴. 4⁗, habebit differentiã diametrorum 4″. 0‴. 8⁗: quæ minori diametro addita, constituunt diametrum quæsitam basios cylindri duarum mensurarum, poll. 17. 8′. 4″. 0‴. 8⁗. —+— [*Hoc loco sciendum,*

non diametros, ſed harum quadrata baſibus proportione reſpondere: e prop. 2. li. 12. Eucl. ideoq; diametrum per μέρος ἐπιβάλλον inuentam, vera diametro nonnihil ſemper minorem eſſe: quod in baſibus valde diſtantibus manifeſtum eſt. Heic autem, ob exiguam baſium vicinarum differentiam, error notabilis in diametri baſios intermediæ inueſtigatione oboriri nequit.] Inuenta igitur quantitas poll. $17.8'.4''$ —— pro duarum menſurarum diametro, ad literam f diagrammatis, regulæ inſerenda.

Diuidendus $1'.1''.4'''.4^{iv}.4^{v}.0^{vi}.0^{vii}$. (diff. diam. $4''.0'''.8^{iv}$.
diuiſor $2.8'.0''.4'''$.

Simili artificio ſequentium quotlibet cylindrorum & baſes & diametros inueſtigare licet. Quod compendii 14 capite in tyronum gratiam ad ſextã quadratam diametrum præſtitimus; regulæ videlicet iuſtam longitudinẽ, ſex pedibus maiorem.

Verum minori labore diametri ſingulæ inueniuntur ope tabulæ cuiuſdam (vulgo notæ) radicum quadratarum, e numeris integris, ab vnitate naturali ſerie progredientibus, extractarum. Cuius ad inſtitutum noſtrum accommodatio ſequenti elemento comprehenditur.

13. Compendium vero hoc eſt inuentionis diametrorum, primam, ſeu monometram ſequentium: e duplicata ratione laterum homologorum in circulis. Latus enim quadratum capacitatis cuiuslibet cylindri numero integro expreſſæ atque in partes magni alicuius nominis quadrati reductæ; pro baſios illius diametro eſt. Continua autem partium illarum quantitas, e diametri monometræ ſpatio, latere quadrato ſuæ capacitatis diuiſo, innoteſcit: vnde poſtmodum reliquarum omnium diametrorum partes æſtimatæ, in regulam cylindrimetricam ordine transferuntur.

14 In hunc vſum apud Vulgares laterum quadratorum canon exſtat: qui radices menſurarum, ad partes millies milleſimas vel decima ſcrupula ſexti ordinis reductarum, complectitur.

Quadratis diametris regulæ inſcriptis; intermediæ compendio elici poſſunt; ſi capacitas cuiuslibet cylindri, ſeu numerus menſurarum contentarum (numerus enim ſoliditatis cubicæ maior, ideoque calculo incommodior eſt) reſoluatur in minutias magni alicuius nominis quadrati, & hinc radix quadrata extrahatur, ac pro baſios diametro adſeruetur. Nomen autem illud quadratum vnitate & circulis conſtare præſtat: quale nomen eſt partium millies milleſimarum vel decimorum ſexti ordinis ſcrupulorum.

Sic

Sic enim & reductio mensurarum ad eiusmodi partes facillima est; & spatium quadratæ diametri monometræ ob radicem circulis quoq; constantem, expeditam magis sectionem habet. Reductio quidem mensurarum ad partes millies millesimas fit, sex circulis mensuræ numero, seu capacitati, adpositis: & sic 1 mensura æquatur partibus $\frac{1000000}{1000000}$: 2 mensuræ habẽt partes $\frac{2000000}{1000000}$: 37 mensuræ constituuntur $\frac{37000000}{1000000}$ partibus: &c. spatium vero diametri monometræ, seu radix quadrata de 1000000, nimirum 1000, nõ incõmode in partes æquas diuidi potest: nimirum in denas, vicenas, quinquagenas, centenas, ducentenas, quingentenas: respectu numerorum aliorum quadratorum, ægre diuisibilium, quales sunt 654, item 987 itẽ 1331, &c. Compendium ergo hoc radicem capacitatis cuiuslibet cylindri æquealti, pro diametro basios vsurpat. Cuius hæc est ratio. Bases circulares sunt vt quadrata diametrorum: e prop. 2. lib. 12. Eucl. nam plana similia duplicatam habent rationem homologorum laterum: e prop. 20. lib. 6. prop. 11. & 18. lib. 8 Eucl. Et: cylindri æquealti, si capacitas, vel potentia eorum consideretur, sunt vt bases: e prop. 11. lib. 12. Eucl. Ergo cylindri æquealti sunt vt a basium diametris quadrata. Quare cylindrorum æquealtorum ad inuicẽ ratio, est etiam ratio, tum basium eorundem, tum quadratorum a diametris basium. Nam triplices heic sunt eiusdem proportionis termini: nimirum, capacitates duorum quorumlibet proximorum eiusdem altitudinis cylindrorum; verbi gratia, A, vnius mensuræ, seu partium 1. 0′. 0″. 0‴. 0⁗. 0ᵛ. 0ᵛᶦ, & B, duarum mensurarum, seu partium 2. 0′. 0″. 0‴. 0⁗. 0ᵛ. 0ᵛᶦ: deinde bases eorundem cylindrorum A & B: tandem quadrata diametrorum dictarum basium A & B. Latera enim e diuersis hisce terminis eiusdem rationis extracta, parem adinuicem proportionem habent: ideoque radices vel capacitatis, vel basium, vel quadratorum a diametris hoc loco pro diametris æque vsurpari & haberi possunt: ita tamen, vt termini rationis eiusdem generis, in primo, ac reliquis omnibus cylindris, retineantur: id est, vt omnes radices, vel de solis capacitatibus cylindrorum extrahantur, vel de solis basium areis, vel de solis diametrorum quadratis. Quoniam vero heic, ex hypothesi nostra, rationum termini nõn nisi in ipsis cylindris noti sunt; ignoti autem in basibus, & quadratis diametrorum: fit, vt latera aut vera, aut veris proxima, notæ capacitatis cylindrorum A & B, vicẽ gerant laterum ignotarum basium A & B; atque ignotorum quadratorum a diametris basium A & B. Euidentiã hanc praxis adstruit; vt sequitur. Capacitas cylindri A, vnius mensuræ, est partiũ 1. 0′. 0″. 0‴. 0⁗. 0ᵛ. 0ᵛᶦ. & proin-

de B, duarum menſurarum, eſt partium $2.0'.0''.0'''.0''''.0^{v}.0^{vi}$. Latera hinc extracta $1.0'.0''.0'''$, & $1.4'.1''.4'''$, habent rationem ſuperpartientem $4'.1''.4'''$. Iam baſis cylindri A ponatur partium 36: & B dupla, videlicet partium 72: vnde latera inueniuntur $6.0'.0''.0'''$, & $8.4'.8''.5'''$: quæ ſimiliter rationem habent ſuperpartientem $4'.1''.4'''$. Tandem, quadratum diametri baſios A ſtatuatur partium 20: & B duplum, nempe partium 40: quorum radices $4.4'.7''.2'''$, & $6.3'.2''.4'''$, eandem prorſus cum ſuperioribus rationem habent; nimirum ſuperpartientem $4'.1''.4'''$.

Notas igitur cylindrorum capacitates, ſigillatim quaſque ad partes millies milleſimas, ſeu ſexta decimorum ſcrupulorum, reducemus: & latera, ſecundum doctrinam cap. 3 huius, inde extracta, pro diametris baſium datorum cylindrorum adſeruabimus. Sic capacitas cylindri monometri partiũ erit $1.0'.0''.0'''.0''''.0^{v}.0^{vi}$: & huius numeri radix, ſcilicet $1.0'.0''.0'''$, erit diameter vnius menſuræ, ſeu prima quadratarum. Capacitas cylindrorum menſurarum duarum, trium, decem, centum, &c. partium erit $2.0'.0''.0'''.0''''.0^{v}.0^{vi}$: $3.0'.0''.0'''.0''''.0^{v}.0^{vi}$: $10.0'.0''.0'''.0''''.0^{v}.0^{vi}$: $00.0'.0''.0'''.0''''.0^{v}.0^{vi}$. &c. harumque radices, nimirum $1.4'.1''.4'''$: $1.7'.3''.2'''$: $3.1'.6''.2'''$: $10.0'.0''.0'''$. &c. erunt diametri menſurarũ duarum, trium, decem, centum, &c. talium partium, qualium diameter monometra $1.0'.0''.0'''$. obtinet

Verum in gratiam eorum, qui ἀναλύσεως quadratorum vel ignari ſunt, vel calculi tædium fugiunt, canonem addemus radicum ſingularum menſurarum, a ſolitaria, ad quadringenteſimam: propoſitum quoque a cupametris, maxime ab Erharto Helm, & Simone Iacobæo, mathematicis & ciuib. quõdam Reipubl. Francofurtenſis honoratis; atque a nobis auctum: e quo ſine negotio radices vniuſcuiuſque capacitatis, ſiue menſuræ, loco diametrorum exſcribi, ductuque ſectionis millenariæ (vel ſcrupulorum decimorum tertii ordinis) diametri monometræ, in regulam ordine transferri poſſunt.

Canon

Canon laterum quadratorum, integrorum, ordine ab vnitate se consequentium, in partibus millies millesimis; seu scrupulis decimis sexti ordinis.

Capacitas, in mesuris.	Radices capacitatis, seu, diametri.				Mensuræ.	Diametri.				Mensuræ.	Diametri.			
0	0	'	"	'''	0	0	'	"	'''	0	0	'	"	'''
1	1	0	0	0	24	4	8	9	8	47	6	8	5	5
2	1	4	1	4	25	5	0	0	0	48	6	9	2	8
3	1	7	3	2	26	5	0	9	9	49	7	0	0	0
4	2	0	0	0	27	5	1	9	6	50	7	0	7	1
5	2	2	3	6	28	5	2	9	1	51	7	1	4	1
6	2	4	4	9	29	5	3	8	5	52	7	2	1	1
7	2	6	4	5	30	5	4	7	7	53	7	2	8	0
8	2	8	2	8	31	5	5	6	7	54	7	3	4	8
9	3	0	0	0	32	5	6	5	7	55	7	4	1	5
10	3	1	6	2	33	5	7	4	4	56	7	4	8	2
11	3	3	1	6	34	5	8	3	1	57	7	5	4	9
12	3	4	6	4	35	5	9	1	6	58	7	6	1	6
13	3	6	0	5	36	6	0	0	0	59	7	6	8	1
14	3	7	4	1	37	6	0	8	2	60	7	7	4	6
15	3	8	7	3	38	6	1	6	4	61	7	8	1	0
16	4	0	0	0	39	6	2	4	4	62	7	8	7	4
17	4	1	2	3	40	6	3	2	4	63	7	9	3	7
18	4	2	4	2	41	6	4	0	3	64	8	0	0	0
19	4	3	5	9	42	6	4	8	0	65	8	0	6	[illegible]
20	4	4	7	2	43	6	5	5	7	66	8	1	2	[illegible]
21	4	5	8	2	44	6	6	3	3	67	8	1	8	[illegible]
22	4	6	9	0	45	6	7	0	8	68	8	2	4	[illegible]
23	4	7	9	6	46	6	7	8	2	69	8	3	0	[illegible]

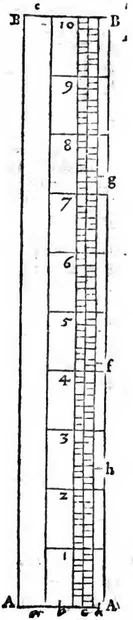
Mes.	Diametri.				Mes.	Diametri.				Mes.	Diametri.			
°	°	′	″	‴	°	°	′	″	‴	°	°	′	″	‴
70	8	3	6	6	98	9	8	9	9	126	11	2	2	4
71	8	4	2	6	99	9	9	4	9	127	11	2	6	9
72	8	4	8	5	100	10	0	0	0	128	11	3	1	3
73	8	5	4	4	101	10	0	4	9	129	11	3	5	7
74	8	6	0	2	102	10	0	9	9	130	11	4	0	1
75	8	6	6	0	103	10	1	4	8	131	11	4	4	5
76	8	7	1	8	104	10	1	9	8	132	11	4	8	9
77	8	7	7	5	105	10	2	4	6	133	11	5	3	2
78	8	8	3	1	106	10	2	9	5	134	11	5	7	5
79	8	8	8	8	107	10	3	4	4	135	11	6	1	8
80	8	9	4	4	108	10	3	9	2	136	11	6	6	1
81	9	0	0	0	109	10	4	4	0	137	11	7	0	4
82	9	0	5	5	110	10	4	8	8	138	11	7	4	7
83	9	1	1	0	111	10	5	3	5	139	11	7	8	9
84	9	1	6	5	112	10	5	8	3	140	11	8	3	2
85	9	2	1	9	113	10	6	3	0	141	11	8	7	4
86	9	2	7	3	114	10	6	7	7	142	11	9	1	6
87	9	3	2	7	115	10	7	2	3	143	11	9	5	8
88	9	3	8	0	116	10	7	7	0	144	12	0	0	0
89	9	4	3	3	117	10	8	1	6	145	12	0	4	1
90	9	4	8	7	118	10	8	6	3	146	12	0	8	3
91	9	5	3	9	119	10	9	0	8	147	12	1	2	4
92	9	5	9	2	120	10	9	5	4	148	12	1	6	5
93	9	6	4	3	121	11	0	0	0	49	12	2	0	6
94	9	6	9	5	122	11	0	4	5	150	12	2	4	7
95	9	7	4	6	123	11	0	9	0	151	12	2	8	8
96	9	7	9	8	124	11	1	3	5	152	12	3	2	8
97	9	8	4	9	125	11	1	8	0	153	12	3	6	9

Meſ.	Diametri.				Meſ.	Diametri.				Meſ.	Diametri.			
°	°	′	″	‴	°	°	′	″	‴	°	°	′	″	‴
154	12	4	0	9	181	13	4	5	3	208	14	4	2	3
155	12	4	4	9	182	13	4	8	9	209	14	4	5	6
156	12	4	8	9	183	13	5	2	6	210	14	4	[illegible]	1
157	12	5	2	9	184	13	5	6	3	211	14	5	2	5
158	12	5	6	9	185	13	6	0	1	212	14	5	6	0
159	12	6	0	9	186	13	6	3	8	213	14	5	9	4
160	12	6	4	9	187	13	6	7	4	214	14	6	2	8
161	12	6	8	8	188	13	7	1	1	215	14	6	6	2
162	12	7	2	9	189	13	7	4	7	216	14	6	9	6
163	12	7	6	7	190	13	7	8	3	217	14	7	3	0
164	12	8	0	6	191	13	8	2	0	218	14	7	6	4
165	12	8	4	6	192	13	8	5	7	219	14	7	9	8
166	12	8	8	4	193	13	8	9	2	220	14	8	3	2
167	12	9	2	2	194	13	9	2	8	221	14	8	6	6
168	12	9	6	1	195	13	9	6	4	222	14	8	9	9
169	13	0	0	0	196	14	0	0	0	223	14	9	3	3
170	13	0	3	8	197	14	0	3	6	224	14	9	6	6
171	13	0	7	6	198	14	0	7	2	225	15	0	0	0
172	13	1	1	4	199	14	1	0	8	226	15	0	3	3
173	13	1	5	2	200	14	1	4	2	227	15	0	6	6
174	13	1	9	0	201	14	1	7	7	228	15	0	9	9
175	13	2	2	8	202	14	2	1	2	229	15	1	3	2
176	13	2	6	6	203	14	2	4	7	230	15	1	6	5
177	13	3	0	4	204	14	2	8	2	231	15	1	9	8
178	13	3	4	1	205	14	3	1	7	232	15	2	3	1
179	13	3	7	9	206	14	3	5	[illegible]	233	15	2	6	4
180	13	4	1	6	207	14	3	8	7	234	15	2	9	7

Menſ.	Diametri.				Mẽſ.	Diametri.				Mẽſ.	Diametri.			
235°	15°	3′	2″	9‴	264°	16°	2′	4″	8‴	293°	17°	1′	1″	7‴
236	15	3	6	2	265	16	2	7	9	294	17	1	4	6
237	15	3	9	4	266	16	3	1	0	295	17	1	7	5
238	15	4	2	7	267	16	3	4	1	296	17	2	0	4
239	15	4	5	9	268	16	3	7	1	297	17	2	3	3
240	15	4	9	2	269	16	4	0	1	298	17	2	6	2
241	15	5	2	4	270	16	4	3	1	299	17	2	9	1
242	15	5	5	6	271	16	4	6	2	300	17	3	2	0
243	15	5	8	8	272	16	4	9	3	301	17	3	4	9
244	15	6	2	0	273	16	5	2	3	302	17	3	7	8
245	15	6	5	2	274	16	5	5	3	303	17	4	0	7
246	15	6	8	4	275	16	5	8	3	304	17	4	3	6
247	15	7	1	6	276	16	6	1	3	305	17	4	6	5
248	15	7	4	8	277	16	6	4	3	306	17	4	9	4
249	15	7	7	9	378	16	6	7	3	307	17	5	2	3
250	15	8	1	1	2 9	16	7	0	3	308	17	5	5	1
251	15	8	4	3	280	16	7	3	3	309	17	5	7	9
252	15	8	7	4	281	16	7	6	3	310	17	6	0	7
253	15	9	0	5	282	16	7	9	3	311	17	6	3	6
254	15	9	3	7	283	16	8	2	3	312	17	6	6	4
255	15	9	6	9	284	16	8	5	2	313	17	6	9	2
256	16	0	0	0	285	16	8	8	2	314	17	7	2	0
257	16	0	3	1	286	16	9	1	1	315	17	7	4	8
258	16	0	6	2	287	16	9	4	1	316	17	7	7	6
259	16	0	9	3	288	16	9	7	0	317	17	8	0	4
260	16	1	2	4	289	17	0	0	0	318	17	8	3	2
261	16	1	5	5	290	17	0	2	9	319	17	8	6	0
262	16	1	8	6	291	17	0	5	9	320	17	8	8	8
263	16	2	1	7	292	17	0	8	8	321	17	9	1	6

Mes.	Diametri.				Mes.	Diametri.				Mes.	Diametri.			
0	0	′	″	‴	0	0	′	″	‴	0	0	′	″	‴
322	17	9	4	4	349	18	6	8	2	376	19	3	9	1
323	17	9	7	2	350	18	7	0	8	377	19	4	1	7
324	18	0	0	0	351	18	7	3	5	378	19	4	4	3
325	18	0	2	8	352	18	7	6	2	379	19	4	6	8
326	18	0	5	6	353	18	7	8	9	380	19	4	9	3
327	18	0	8	4	354	18	8	1	6	381	19	5	1	9
328	18	1	1	1	355	18	8	4	3	382	19	5	4	5
329	18	1	3	8	356	18	8	7	0	383	19	5	7	1
330	18	1	6	5	357	18	8	9	0	384	19	5	9	7
331	18	1	9	3	358	18	9	2	2	385	19	6	2	3
332	18	2	2	1	359	18	9	4	8	386	19	6	4	8
333	18	2	4	9	360	18	9	7	4	387	19	6	7	3
334	18	2	7	7	361	19	0	0	0	388	19	6	9	8
335	18	3	0	4	362	19	0	2	6	389	19	7	2	3
336	18	3	3	1	363	19	0	5	2	390	19	7	4	8
337	18	3	5	8	364	19	0	7	8	391	9	7	7	4
338	18	3	8	5	365	19	1	0	4	392	19	8	0	0
339	18	4	1	2	366	19	1	3	0	393	19	8	2	5
340	18	4	3	9	367	19	1	5	6	394	19	8	5	0
341	18	4	6	6	368	19	1	8	2	395	19	8	7	5
342	18	4	9	3	369	19	2	0	9	396	19	9	0	0
343	18	5	2	0	370	19	2	3	5	397	19	9	2	5
344	18	5	4	7	371	19	2	6	1	398	19	9	5	0
345	18	5	7	4	372	19	2	8	7	399	19	9	7	5
346	18	6	0	1	373	19	3	1	3	400	20	0	0	0
347	18	6	2	8	374	19	3	3	9					
348	18	6	5	5	375	19	3	6	5					

Hoc longitudinis ſpatium, quod literis A B notauimus, ſeorſim in denſam aliquam chartam transferendum, latitudine fere pollicari A A, & B B. Tum dupliciter diuidendum: latitudine, & longitudine. Latitudo A A, & B B, in quatuor columnas ſecanda: a, b, c, k: quæ numeris tabulæ laterum quadratorum reſpondeant: prima videlicet columna a, integris diametris: altera, b, ſcrupulis primis: tertia, c, ſecundis: quarta, k, tertiis. Longitudo A B, ad primam columnam a, non diuidenda eſt: habet enim quantitatem integræ diametri cardinalis primæ: quæ longitudo, dum in regulam transferuntur diametri, toties ingeminanda, quoties integer radicis numerus in prima tabulæ columna praſcribit. Secundæ columnæ b longitudo, in decem æquales partes diſtinguenda: quæ prima ſunt ſcrupula totius diametri. Tertiæ columnæ c longitudo, centum partibus diſtinguenda: primo quidem decem ſegmentis; deinde horum quodlibet aliis decem; quæ ſecunda ſcrupula totius diametri exſiſtunt. Poſtremæ columnæ k longitudo, in mille partes ſecanda eſſet: primum in decem; deinde ſingulæ hæ in alias decem; tandemque & harum quælibet in alias decem; quæ totius ſcrupula tertia eſſent. Verum ob interualli exiguitatem millenaria ſectio inſtitui nequit: ac proinde ſcrupula tertia ex vicino ſecundorum ſpatio accurata oculi æſtimatione iudicanda.



Vt autem diametrorum in regulam tranſlatio quæ canonis fit ope, rectius intelligatur; exempla addemus. Duarum menſurarum diameter in canone reperitur 1. 4′. 1″. 4‴. Quibus numeris innuitur, quantitatem diametri propoſitæ, eſſe longitudinem diametri monometræ vnius, ſeu ſimpli-

cis, a c: & præterea ſcrupulorum 4'. 1". 4'''. Cum ergo diameter monometra iam ante regulæ ſit impreſſa, in c; vt & reliquæ omnes quadratæ, in d, e, b, &c. ſcrupula modo eidem ſuperaddenda ſunt. Quo fine charta ſupra memorata, habens diametrum ſcrupulis ſectam A B, ſecundæ cardinali diametro c d applicatur: ita vt inferior chartæ pars A, contigua fiat ſecundæ diametri initio c: & ſuperior chartæ pars B, eiuſdem ſecundæ diametri finem d tangat. [*Secunda diametrus quadrata proprie & vere eſt ſpatium a d. Hoc tamen ſpatio c d id nominis indulgemus: quia, neglecta inferiori parte a c, circa ſuperioris tantum c d ſectionem occupamur.*] In hac charta ita regulæ aptata, ſcrupula integris adiacentia numeranda ſunt: minora maiori ſuo & veluti auctori ſubordinando. Quatuor igitur prima ſcrupula numerantur in columna b: & vnum ſecundum, in columna c; non indifferenter vbiuis loci, ſed ad intercapedinem quinti ſcrupuli primorum: tandem quatuor tertia, in columna k, ad interuallum ſecundi ſcrupuli ſecundorum, cis eius medium: quia enim tertii ordinis decimæ actu expreſſæ non ſunt; conſideratione ſpatii vnius ſecundi ſcrupuli, quatuor tertiorum interuallum æſtimandum. Quare prope medium ſecundi ſcrupuli ſecundorum terminus diametri duarum menſurarum figitur, ad f literam diagrammatis. Notandum autem diametrorum tranſlationem in regulam, charta hac rectius fieri, quam circino: crurum enim diuaricatorum obliquo ſitu, apicumue adactione paullum leniore vel aſperiore, veſtigia regulæ imprimenda facillime deprauantur.

Trium menſurarum diametrum canon ſuppeditat 1. 7'. 3". 2''': quæ eſt quantitas monometra vna a c, iam in regula notata: & præterea 7'. 3". 2''' ſcrupula, in columnis b, c, k, ſuis quæque locis numeranda. Vnde diametri trium menſurarum terminus paullo vltra tertium ſecundorum ad g literam diagrammatis conſtituendus.

Quatuor menſurarum diameter, quia quadrata eſt, 2. 0'. 0". 0''', iam ante regulæ ad d literam inſcripta eſt. Ideoque ſecunda cardinali diametro ſic interiectis ſuis diametris diſtincta, charta ſequenti interuallo d e applicanda.

Quinque menſurarum diameter in canone exſtat 2. 2'. 3". 6''': quæ eſt

est quantitas monometra gemina, a d, iam signata in regula: & amplius 2'. 3''. 6''', scrupula, in columnis b, e, k, numeranda. Vnde diameter quinque mensurarum paullum vltra medium quarti secundorum, ad h, literam diagrammatis terminanda.

Sicque deinceps quousque libet pergendum.

De diametris primorum scrupulorum singularum mensurarum.

Diametris mensurarum in regula signatis, partes quoque singularum mensurarum consideranda; harumque diametri ad datam altitudinem poll. 1. 0' inuestigandæ. Partes hæ plerisque quadrantes sunt: nobis vero (quod & prius monuimus) decimæ. Inueniuntur autem decimarum diametri, (vt supra quoque mensurarum integrarum) diuisione soliditatis propositi cuiuslibet cylindri in decimis, per altitudinem datam monometram, poll. 1. 0': vnde area quæsitæ basios emergit: cui respondens diameter in cyclica per partem proportionalem inquirenda.

Loco exempli: soliditas cylindri partem mensuræ decimam capientis, est poll. 12. 5': altitudo poll. 1. 0'. Ergo diuisis pollicibus 12. 5' per 1. 0', area basios manet pollicum 12. 5': quæ in cyclica diametrum proportionalem habet poll. 3. 9'. 8''. 9'''. 2'''', regulæ ad m, inscribendam. Et quoniam prima est cardinalium seu quadratarum in decimis: ideo paribus interuallis continuanda. Vnde altera huius ordinis quadrata diametrus, 4 primorum mensuræ, terminanda ad n: tertia, nouem primorum, ad o: quarta, sedecim primorum, seu potius vnius mensuræ & sex primorum, ad p: quincta, 25 primorum, seu duarum mensurarum & quinque primorum, ad q. Sicque deinceps. Diametri quoque quadratis interiectæ, similiter e circulari canone omnes ordine peti queunt.

Minori autem labore radices capacitatis cylindrorum in decimis, pro diametris vsurpari possunt decimarum mensuræ partium: quemadmodum supra capacitatis integrorum radices, pro diametris integrarum mensurarum adhibitæ fuerunt. Has igitur decimarum

primi ordinis radices peculiari tabella damus: in trigintasex mensuris, sextaue quadrata diametro, desinentes: quia diametrus 36 mensurarum, (si altitudo monometra pollice vno sit definita) vltra sextum longitudinis regulæ pedem excurrit: quo rarissime maior esse regula solet: &, si maior placeat, æquabilis mensuræ in dena scrupula prima sectio, intra tabulæ subsidium, recte initur. In canonis vero huius constructione, decimas mensuræ reduximus ad sexta scrupula, seu partes 1,000,000: indeque latera vere quadratis propinqua inuestigauimus. *Exempli caussa*, $\frac{1}{10}$, multiplicata per $\frac{1000000}{1}$, facit $\frac{1000000}{10}$, seu 100,000: cuius radix e præscripto cap. 3 huius inuenitur 3'.1''.6'''.

SEQVITVR

Canon laterum quadratorum, scrupulorum decimorum primi ordinis: ab vno ad consequentia facto progressu: in partibus millies millesimis.

Mensu-

Mensuræ.		Diametri.				Mensuræ.		Diametri.				Mensuræ.		Diametri.			
•	1	•	3′	1′	6‴	°	1	1°	7′	6″	1‴	°	1	2°	4′	6″	9‴
—	2	—	4	4	7	—	2	1	7	8	8	—	2	2	4	8	9
—	3	—	5	4	8	—	3	1	8	1	6	—	3	2	5	0	9
—	4	—	6	3	2	—	4	1	8	4	4	—	4	2	5	2	9
—	5	—	7	0	7	—	5	1	8	7	1	—	5	2	5	4	9
—	6	—	7	7	5	—	6	1	8	9	7	—	6	2	5	6	9
—	7	—	8	3	7	—	7	1	9	2	3	—	7	2	5	8	8
—	8	—	8	9	4	—	8	1	9	4	9	—	8	2	6	0	7
—	9	—	9	4	9	—	9	1	9	7	5	—	9	2	6	2	6
1	0	1	0	0	0	4	0	2	0	0	0	7	0	2	6	4	5
—	1	1	0	4	9	—	1	2	0	2	5	—	1	2	6	6	4
—	2	1	0	9	5	—	2	2	0	4	9	—	2	2	6	8	3
—	3	1	1	4	0	—	3	2	0	7	3	—	3	2	7	0	2
—	4	1	1	8	3	—	4	2	0	9	7	—	4	2	7	2	0
—	5	1	2	2	5	—	5	2	1	2	1	—	5	2	7	3	8
—	6	1	2	6	5	—	6	2	1	4	5	—	6	2	7	5	6
—	7	1	3	0	4	—	7	2	1	6	8	—	7	2	7	7	4
—	8	1	3	4	2	—	8	2	1	9	1	—	8	2	7	9	2
—	9	1	3	7	8	—	9	2	2	1	4	—	9	2	8	1	0
2	0	1	4	1	4	5	0	2	2	3	6	8	0	2	8	2	8
—	1	1	4	4	9	—	1	2	2	5	8	—	1	2	8	4	6
—	2	1	4	8	3	—	2	2	2	8	0	—	2	2	8	6	4
—	3	1	5	1	7	—	3	2	3	0	2	—	3	2	8	8	1
—	4	1	5	4	9	—	4	2	3	2	4	—	4	2	8	9	8
—	5	1	5	8	1	—	5	2	3	4	5	—	5	2	9	1	5
—	6	1	6	1	2	—	6	2	3	6	6	—	6	2	9	3	2
—	7	1	6	4	3	—	7	2	3	8	7	—	7	2	9	4	9
—	8	1	6	7	3	—	8	2	4	0	8	—	8	2	9	6	6
—	9	1	7	0	3	—	9	2	4	2	9	—	9	2	9	8	3
3	0	1	7	3	2	6	0	2	4	4	9	9	0	3	0	0	0

Mens.		Diametri.				Mens.		Diametri.				Mens.		Diametri.			
°	′	°	′	″	‴	°	′	°	′	″	‴	°	′	°	′	″	‴
—	1	3	0	1	6	—	1	3	4	7	9	—	1	3	8	8	6
—	2	3	0	3	3	—	2	3	4	9	3	—	2	3	8	9	9
—	3	3	0	4	9	—	3	3	5	0	7	—	3	3	9	1	2
—	4	3	0	6	6	—	4	3	5	2	1	—	4	3	9	2	5
—	5	3	0	8	2	—	5	3	5	3	5	—	5	3	9	3	8
—	6	3	0	9	8	—	6	3	5	4	9	—	6	3	9	5	1
—	7	3	1	1	4	—	7	3	5	6	3	—	7	3	9	6	4
—	8	3	1	3	0	—	8	3	5	7	7	—	8	3	9	7	6
—	9	3	1	4	6	—	9	3	5	9	1	—	9	3	9	8	8
10	0	3	1	6	2	13	0	3	6	0	5	16	0	4	0	0	0
—	1	3	1	7	8	—	1	3	6	1	5	—	1	4	0	1	3
—	2	3	1	9	4	—	2	3	6	3	3	—	2	4	0	2	6
—	3	3	2	1	0	—	3	3	6	4	7	—	3	4	0	3	9
—	4	3	2	2	6	—	4	3	6	6	1	—	4	4	0	5	1
—	5	3	2	4	1	—	5	3	6	7	5	—	5	4	0	6	3
—	6	3	2	5	6	—	6	3	6	8	9	—	6	4	0	7	5
—	7	3	2	7		—	7	3	7	0	2	—	7	4	0	8	7
—	8	3	2	8	6	—	8	3	7	1	5	—	8	4	0	9	9
—	9	3	3	0	1	—	9	3	7	2	8	—	9	4	1	1	1
11	0	3	3	1	6	14	0	3	7	4	1	17	0	4	1	2	3
—	1	3	3	3	1	—	1	3	7	5	5	—	1	4	1	3	5
—	2	3	3	4	6	—	2	3	7	6	9	—	2	4	1	4	7
—	3	3	3	6	1	—	3	3	7	8	2	—	3	4	1	5	9
—	4	3	3	7	6	—	4	3	7	9	5	—	4	4	1	7	1
—	5	3	3	9	1	—	5	3	8	0	8	—	5	4	1	8	3
—	6	3	4	0	6	—	6	3	8	2	1	—	6	4	1	9	5
—	7	3	4	2	1	—	7	3	8	3	4	—	7	4	2	0	7
—	8	3	4	3	6	—	8	3	8	4	7	—	8	4	2	1	9
—	9	3	4	5	1	—	9	3	8	6		—	9	4	2	3	1
12	0	3	4	6	4	15	0	3	8	7	3	18	0	4	2	4	2

Mensuræ

Mensuræ.		Diametri.				Mensuræ.		Diametri.				Mensuræ.		Diametri.			
°	1′	4	2′	5″	4‴	°	1′	4°	5′	9″	3‴	°	1′	4°	9′	0″	9‴
	2	4	2	6	6		2	4	6	0	4		2	4	9	2	0
	3	4	2	7	8		3	4	6	1	5		3	4	9	3	0
	4	4	2	9	0		4	4	6	2	6		4	4	9	4	0
	5	4	3	0	2		5	4	6	3	7		5	4	9	5	0
	6	4	3	1	4		6	4	6	4	8		6	4	9	6	0
	7	4	3	2	6		7	4	6	5	9		7	4	9	7	0
	8	4	3	3	7		8	4	6	7	0		8	4	9	8	0
	9	4	3	4	8		9	4	6	8	0		9	4	9	9	0
19	0	4	3	5	9	22	0	4	6	9	0	25	0	5	0	0	0
	1	4	3	7	1		1	4	7	0	1		1	5	0	1	0
	2	4	3	8	3		2	4	7	1	2		2	5	0	2	0
	3	4	3	9	5		3	4	7	2	3		3	5	0	3	0
	4	4	4	0	6		4	4	7	3	4		4	5	0	4	0
	5	4	4	1	7		5	4	7	4	5		5	5	0	5	0
	6	4	4	2	8		6	4	7	5	6		6	5	0	6	0
	7	4	4	3	9		7	4	7	6	6		7	5	0	7	0
	8	4	4	5	0		8	4	7	7	6		8	5	0	8	0
	9	4	4	6	1		9	4	7	8	6		9	5	0	9	0
20	0	4	4	7	2	23	0	4	7	9	6	26	0	5	0	9	9
	1	4	4	8	3		1	4	8	0	7		1	5	1	0	9
	2	4	4	9	4		2	4	8	1	8		2	5	1	1	9
	3	4	5	0	5		3	4	8	2	8		3	5	1	2	9
	4	4	5	1	6		4	4	8	3	8		4	5	1	3	9
	5	4	5	2	7		5	4	8	4	8		5	5	1	4	9
	6	4	5	3	8		6	4	8	5	8		6	5	1	5	9
	7	4	5	4	9		7	4	8	6	8		7	5	1	9	9
	8	4	5	6	0		8	4	8	7	8		8	5	1	7	8
	9	4	5	7	1		9	4	8	8	8		9	5	1	8	7
21	0	4	5	8	2	24	0	4	8	9	8	27	0	5	1	6	6

Mēſ.		Diametri.				Mēſ		Diametri.				Mēſ		Diametri.			
°	′	°	′	″	‴	°	′	°	′	″	‴	°	′	°	′	″	‴
—	1	5	2	0	6	—	1	5	4	8	6	—	1	5	7	5	3
—	2	5	2	1	6	—	2	5	4	9	5	—	2	5	7	6	2
—	3	5	2	2	6	—	3	5	5	0	4	—	3	5	7	7	1
—	4	5	2	3	6	—	4	5	5	1	3	—	4	5	7	8	0
—	5	5	2	4	6	—	5	5	5	2	2	—	5	5	7	8	9
—	6	5	2	5	5	—	6	5	5	3	1	—	6	5	7	9	8
—	7	5	2	6	4	—	7	5	5	4	0	—	7	5	8	0	7
—	8	5	2	7	3	—	8	5	5	4	9	—	8	5	8	1	5
—	9	5	2	8	2	—	9	5	5	5	8	—	9	5	8	2	3
28	0	5	2	9	1	31	0	5	5	6	7	34	0	5	8	3	1
—	1	5	3	0	1	—	1	5	5	7	6	—	1	5	8	4	0
—	2	5	3	1	1	—	2	5	5	8	5	—	2	5	8	4	9
—	3	5	3	2	1	—	3	5	5	9	4	—	3	5	8	5	8
—	4	5	3	3	1	—	4	5	6	0	3	—	4	5	8	6	7
—	5	5	3	4	0	—	5	5	6	1	2	—	5	5	8	7	6
—	6	5	3	4	9	—	6	5	6	2	1	—	6	5	8	8	4
—	7	5	3	5	8	—	7	5	6	3	0	—	7	5	8	9	2
—	8	5	3	6	7	—	8	5	6	3	9	—	8	5	9	0	0
—	9	5	3	7	6	—	9	5	6	4	8	—	9	5	9	0	8
29	0	5	3	8	5	32	0	5	6	5	7	35	0	5	9	1	6
—	1	5	3	9	5	—	1	5	6	6	6	—	1	5	9	2	5
—	2	5	4	0	5	—	2	5	6	7	5	—	2	5	9	3	4
—	3	5	4	1	4	—	3	5	6	8	4	—	3	5	9	4	3
—	4	5	4	2	3	—	4	5	6	9	3	—	4	5	9	5	2
—	5	5	4	3	2	—	5	5	7	0	2	—	5	5	9	6	0
—	6	5	4	4	1	—	6	5	7	1	1	—	6	5	9	6	8
—	7	[illegible]	4	5	0	—	7	5	7	2	0	—	7	5	9	7	6
—	8	5	4	5	9	—	8	5	7	2	8	—	8	5	9	8	4
—	9	5	4	6	8	—	9	5	7	3	6	—	9	5	9	9	2
30	0	5	4	7	7	33	0	5	7	4	4	36	0	6	0	0	0

Dia-

Diametri scrupulorum, eadem prorsus ratione qua integrarum mensurarum, regulæ imprimuntur. Et quidem ad scrupula prima, seu decimas primi ordinis, præcedentem tabellam confecimus: vnde diametri desumtæ, adminiculo superioris chartæ, sectionem monometræ diametri A B habentis, in regulam transferuntur.

Exempla insertionis primorum scrupulorum.

Huius decimæ diameter (quam supra inuenimus constare pollicibus 3. 9'.8".9"'. regulæ cubimetricæ) in canone proprio primorum scrupulorum datur 3'.1".6"'. Quibus numeris significatur, quantitatem diametri propositæ esse longitudinem partium 316, seu scrupulorum 3'.1".6"': qualium diametrus monometra continet 1000, seu 1. 0'. 0". 0"'. Hæc quantitas regulæ cylindrimetricæ construendæ ita inseritur. Primum, diametrus chartacea A B, scrupulis primis, secundis, tertiisque secta, primæ cardinali diametro integrarum mensurarum, a c, quæ regulæ iam infixa est, applicatur. Deinde scrupula 3'.1".6"', in columnis chartaceæ diametri b, e k, suis quæque locis numerantur: videlicet, 3', in columna b: 1", in columna e: 6"', in columna k. Tandem diametri vnius decimæ terminus paullulum vltra medium secundi secundorum, ad m literam adpicti diagrammatis ponitur.

Duarum porro decimarum diameter scrupulis constat 4'.4".7"': vt canon monstrat. Quæ longitudo, in columnis chartaceæ diametri A B, cuius iam sæpe mentionem fecimus, numeratur: eiusque terminus ad literam r diagrammatis regulæ imprimitur.

Nec aliter trium decimarum diameter ad s figitur: numerando in columnis b, e, k, scrupula 5'.4".8"', quæ in tabella propria tribus decimis adsignantur.

Pariter quoque omnium sequentium scrupulorum primorum termini regulæ inscribuntur.

Vbi tamen notandum est: chartaceam diametrum A B, quando ad finē cardinalis alicuius diametri integrarum mensurarum ventum fuerit, proximum in locum promoueri, tumque reliquorum scrupulorum diametros, ratione iam monstrata cylindrimetricæ regulæ inscribi debere. Sic igitur post impressum decimi scrupuli primæ mensuræ terminum, quo prima diametrus quadrata clauditur; charta monometram sectionem habens lo-

co mouetur, atque terminis suis vtrinque sequentis quadratæ diametri terminis, in diagrammate literis c & d notatis, applicatur. Hinc, quãtitas scrupulorum primorum mensuræ secundæ, tertiæ, & quartæ, in columnis b, c, k diametri monometræ chartaceæ numeratur: & regulæ virgula incisa imprimitur. Partitione dictarum mensurarum absoluta: iterum chartacea diametrus A B in locum proximæ, nimirum tertiæ, quadratæ diametri transponitur: ita vt huius initium literam d diagrammatis, & finis e literam contingat. Tumq; mensurarum hac cardinali diametro contentarum, scilicet quinctæ, sextæ, septimæ, octauæ & nonę scrupula prima, terminis e canone adsumtis, & in chartæ columnis decenter numeratis, ordine regulæ insigũtur. Sic autem tandiu pergitur: donec segmenta decima primi ordinis, in regula notata, contuenti æqualia appareant: quod fere circa diametrum decem mensurarum, & sequentes, euenire solet; vbi differentię diametrorum millesimis, siue scrupulis tertiis definitæ, pene æquales deprehenduntur: ideoque tunc cuiuslibet mensuræ spatium in æquales partes decem diuiditur: quod etiam vltra duodecimam quadratam diametrum, ad mensuras circiter 160 sine difficultate præstari potest, vt mox intelligetur. Tantam vero regulæ longitudinem nemo geodætes optauerit.

Alia diametros primorum scrupulorum inserendi ratio: e canone laterum integrarum mensurarum.

Possunt etiam diametri primorum scrupulorum ope superioris canonis radicum integrarum mensurarum regulæ inscribi: si spatium primæ diametri quadratarum de primis scrupulis (notatum literis a m, in diagrammate, & constans pollicibus 3.9′.8″.9‴.—) in charta aliqua densa descriptum, in mille æquales partes diuidatur: & hinc reliquæ diametri numerentur, atque regulæ imprimantur. Sic ergo diameter duarum decimarum primæ mensuræ erit 1.4′.1″.4‴, talium partium, qualium prima quadratarum de primis habet 1.0′.0″.0‴. Et sic porro. Verum prior ratio commodior est: vna eademque monometræ diametri A B sectione contenta.

De

De diametris Secundorum ſcrupulorum ſingularum menſurarum.

Partes menſurarum centeſimæ, ſeu ſcrupula ſecunda, cyclici quoq; ope regulæ inſcribi poſſunt. Sed facilius latera capacitatis cylindrorum in ſcrupulis ſecundis, pro diametris adſumuntur ſecundorum menſuræ ſcrupulorum. Verbi gratia, capacitas cylindri vnius ſecundi menſuræ ſcrupuli, eſt vna centeſima pars menſuræ: quæ reducta ad partes millies milleſimas, ſeu ſcrupula ſexta, radicem habet 1′.0″.0‴. nam $\frac{1}{100}$ multiplicata per $\frac{1000000}{1}$, facit $\frac{1000000}{100}$, ſeu 10000, quorum radix eſt 100. Vel 1″ multiplicatum ſeu continuo auctum ad ſexta ſcrupula, facit 1″.0‴.0⁗.0ᵛ.0ᵛⁱ; quorum radix inuenitur 1′.0″.0‴: quæ diametrus eſt ſtatuenda vnius ſecundi menſuræ ſcrupuli. Pariter capacitas cylindri duorum ſecundorum, ſunt duæ centeſimæ partes menſuræ: quarum radix inuenitur 1′.4″.1‴. nam $\frac{2}{100}$ per $\frac{1000000}{1}$ faciunt $\frac{2000000}{100}$, ſeu 20000: quorum latus eſt 141. Vel 2″, reducta ad 0ᵛⁱ, faciunt 2″.0‴.0⁗.0ᵛ.0ᵛⁱ. quorum radix 1′.4″.1‴, diameter exſiſtit duorũ ſecundorum menſuræ ſcrupulorum. &c. Has ſecundorum diametros e tabella radicum integrarum menſurarum mutuari licet: ſola numerorum tabellæ denominatione variata, vnoque gradu minuta: ita vt pro 1.0′.0″.0‴, ſubſtituantur 1′.0″.0‴.0⁗: vel (omnino prætermiſſis ſcrupulis quartis, tãquam ſuperuacaneis hoc loco.) 1′.0″.0‴: & pro 1.4′.1″.4‴, ſcribantur 1′.4″.1‴,4⁗, vel 1′.4″.1‴. &c.

Inſertio autem harum diametrorum fit ope ſuperius paratæ diametri chartaceæ A B. Exempli cauſſa, vnius ſecundi menſuræ ſcrupuli diameter, nimirum 1′.0″.0‴, ita in regulam transfertur. Charta A B, primæ diametro quadratæ integrarum menſurarum a c applicatur: & ſcrupula 1′.0″.0‴, in columnis b, e, k, ſuis quæque locis numerantur, ac regulę imprimuntur. Similiter etiam ſcrupula ſequentium diametrorum ordine in chartæ A B, columnis numerantur: laborque inſertionis diametrorum e canone tandiu continuatur, donec ſegmenta decima ſecundi ordinis, regulæ inſculpta, æqualia videantur: quod fere circa diametrum octo primorum, & ſequentes, contingit: vbi poſtmodum cuiuſque primi ſcrupuli ſpatium in decem partes æquales ſecatur, ad diametrum vſque duarum menſurarum: hinc ſequentia interualla, ad diametrum octo menſurarum, quia magis magiſque exigua ſunt, ſingula in quinque ſaltem partes diuiduntur, binas

significantes: & reliqua deinceps omnia bisecantur; quæ bisegmenta, quina secundi ordinis scrupula repræsentant.

De diametris Tertiorum scrupulorum singularum mensurarum.

Latera capacitatis cylindrorum in scrupulis tertiis, pro diametris vsurpantur (quod e superioribus intelligi potest) tertiorum mensuræ scrupulorum: quæ latera e canone radicum primorum scrupulorum transsumi queunt; denominatione vno gradu minuta: ita vt pro 3'.1''.6''', substituantur 3''.1'''.6'''', vel 3''.2'''——: pro 4'.4''.7''', ponantur 4''.4'''.7'''', vel 4''.5'''.—— &c. Harum diametrorum insertio & ipsa perficitur ope chartaceę superioris diametri A B: quæ tamen vix vltra septem vel octo secunda scrupula primæ mensuræ, ob interualli exilitatem, continuari potest. Sequentium secundorum scrupulorum denaria sectio, ad mensuras circiter octo mentis oculique attentione peragitur. Reliquarum vero omnium mensurarum secunda scrupula, partitionem minutiorem difficulter admittunt: ideoq; secundis isthic scrupulis geodætes contentus est.

De diametris Quadrantum mensurarum.

Si quis mensuræ quadrantes malit, quam decimas: is spatia altimetra singula in quatuor æquales partes secabit: basimetri autem mensuræ cuiuslibet spatii primum quadrantem habebit in medio fere spatio, quod duobus & tribus primis scrupulis interiacet: alterum, præcise in quinq; primorum termino: tertium, in medio fere spatii, quod septem & octo primis interiectum est.

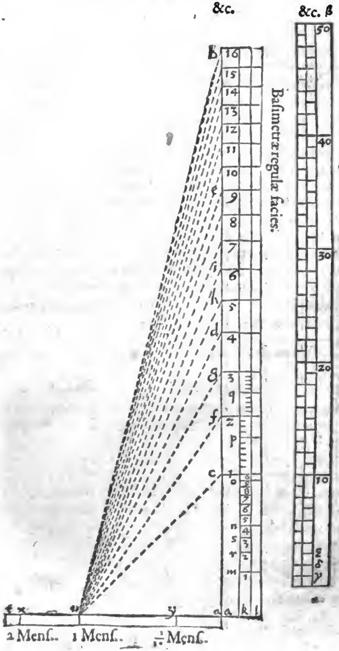
Inuentio omnium diametrorum, primam sequentium, ex hypoteinusa trianguli orthogonii, data quantitate continua diametri vnius mensuræ, vel vnius decimæ.

Diametrorum inuentionis mechanicum est artificium, e data solius primæ diametri quantitate continua. Diametro enim vnius mensuræ, æqualis linea ἐπ' ὀρθὰς insistens, crura trianguli rectanguli præbet, cuius hypoteinusa secundæ mensuræ diameter est. Hæc porro duarum mensurarum inuenta diameter, eidem monometræ diametro insistens, crura exhibet trianguli orthogonii, cuius hypotheinusa proxime sequentis mensuræ diameter est. Quę praxis eodem semper modo, quousque libet, continuari potest.

Exempli ergo caussa, in tabula plana & polita, pedes septem circiter longa,

longa,& duos lata,ad marginem inferiorem, & lateralem dextrum, rectæ perpendiculares describantur a b, quæ basimetra postmodum futura est regulæ pars: & a t, linea fabricæ administra. Deinde in vtramque hanc lineam e puncto sectionis vel concursus a, primæ diametri quantitas continua, iam supra inuenta,& circino accuratissime excepta, transferatur ab a, tum in c, tum in u. Hinc termini u & c, recta u c connectantur; vt triangulum prodeat rectangulum u c a, habens crus a c, vnius mensuræ; itidemque crus a u, vnius: & ob id τὴν ὑποτείνουσαν, seu latus angulo recto oppositum u c, duarum mensurarum. Interuallum porro u c, transponatur ad lineam basimetram, ex a, in f: vnde, connexis u f, terminis, trigonum prodit, cuius basis u f, diametrum suppeditat a g, trium mensurarum: quia crura a u, & a f, coniuncta tres mensuras habent. Sic triangulorum u g a, vel x f a, bases u g, vel x f, sunt diameter a d, quatuor mensurarum. Et bases u d, vel x g, sunt diameter a h, quinque mensurarum. Perpetuo namque basios potentia, crurum potentiæ respondet: per prop. 47, & 48, lib. 1 Eucleidis. Idem plane de mensurarum decimis statuendum. Primæ enim decimæ diameter a m, & a y, trigonum constituit, si y & m nectantur, cuius basis y m, diameter est a r, duarum decimarum; quia crus vtrumque vnius decimæ. Et basis y r, diameter est a s, trium decimarum. &c.

Schema declarans pleraq; iam allata.


&c.
&c. β
Basimetræ regulæ facies.
Altimetræ regulæ facies.
2 Mensf.
1 Mensf.
½ Mensf.

Hoc

Hoc diagrammate cylindrimetrica regula ob oculos ponitur. Cuius pars altimetra α β, altitudinis ſegmenta æqualia habet, pollic. 1.0′, ex hypotheſi noſtra: nimirum ſegmentum γ, vnius menſuræ: δ, duarum: ε, trium menſurarum, &c. Vt autem cylindrorum altitudo accurate numerari poſſit; quodlibet ſegmentum altimetrum in decem ęquas partes, ſiue ſcrupula prima diuiditur; & horum ſcrupulorum ſingula itidem in decem ſecunda dirimuntur: quæ tamen ſecunda, ob ſpatii exilitatem, actu imprimi regulæ nequeunt, ſed fida oculi acie potius æſtimanda.

Baſimetra regulæ pars a b, ad altitudinem monometram α γ, pollicis 1. 0′, conſtructa eſt. Vnde prima diametrus a c, vnius menſuræ, pollicum 12.6′.2″—, ad c terminatur. Hæc ipſa, interuallis paribus continuata, ad d, e, b, &c. diametros menſurarum cardinales, ſeu quadratas, profert: alteram a d, menſurarum quatuor: tertiam a e, menſurarum nouem: quartam a b, menſurarum ſedecim. &c.

Hinc diametri quadratis interiectæ, e laterum quadratorum canone inſertæ ſunt: nimirum duarum menſurarum ad f; quia ſpatium c f, partium eſt 4′. 1″. 4‴, qualium diametrus monometra a c, eſt 1.0′.0″.0‴. Sic diametrus trium menſurarum, impreſſa eſt regulæ ad g; quia ſpatium c g, partium eſt 7′. 3″. 2‴. Quatuor menſurarum diametrus iam conſtat. Quinque menſurarum, ad h terminatur; quia ſpatium d h, partium eſt 2′. 3″. 6‴. Menſurarum ſex diameter ad i literam finitur; quia ſpatium d i, partium eſt 4′. 4″. 9‴. &c.

Amplius in baſimetræ regulæ columna k, prima menſurarum ſcrupula notata ſunt, & per totam regulæ longitudinem notari poſſunt. In columna l, ſecunda ſcrupula deſcribi queunt: diagramma vero recipere hæc, ob ſpatii anguſtiam, non potuit.

Commoditas cylindrimetricæ regulæ, ad partem altimetram vnius pollicis constructæ.

Propoſita hactenus cylindrimetricæ ſectio, ad altitudinem poll. 1.0′. inſtituta, valde apta eſt, & opportuna: ideoque hanc vnicam, quoties cylindrimetrica vti placuerit, retinebimus. Primum enim, quia partes eius altimetræ, pollices ſunt regulæ noſtræ cubimetricæ: idem inſtrumentum vtramque regulam ſimul exhibet. Deinde, quoniam altitudo menſuræ exigua adſumitur, nimirum vnius ſaltem pollicis: fit, vt regulæ partes baſi-

metræ satis magnæ consurgant: quæ postea rectius in scrupula decima subdiuidi queunt. Continuata enim regulæ basimetræ sectione etiam ad duodecimam quadratam diametrum, quæ longitudinem pedum tredecim fere attingit: supremæ mensuræ interuallum, seu potius incrementum, proxime præcedenti mensuræ adiiciendum, (quod minimum est omnium inferiorum) particulas habet 4″. 1‴ spatii monetri: quæ maiores sunt, quam poll. 0. 5′. 1″. 7‴ regulæ nostræ cubimetricæ: ideoque interuallum dictum in decem scrupula prima non incommode diuidi potest. Præterea inferiorum mensurarum prima scrupula, in secunda aliquousque dirimere licet: quod fieri non nisi in paucissimis mensuris posset, si altimetræ partes magnæ statuerentur.

Quamuis autem cylindrimetrica sex septemue pedes raro excedere soleat: nihilominus, si altitudo mensuræ solitariæ pollice vno definiatur, basimetrę partes etiam ad vigesimam vsq; diametrum quadratam extendi, ac mensuris singulis dena sua scrupula prima distinctim adsignari possunt. Tum enim mensuræ extremæ seu quadringentesimæ spatium particularum est spatii monometri 2″. 5‴, superans quantitatem poll. 0. 3′. 1″. 5‴. regulæ cubimetricæ nostræ, & ob id in decem segmenta diuisibile.

CAPVT XXII.

De vulgari fabrica regulæ cylindrimetricæ: e canone radicum quadratarum; & vase cylindraceo, notæ capacitatis.

HActenus cylindrimetricæ fabrica, e tabella nostra cyclica. Proximum est, vt & fabricam e cylindro notæ capacitatis, vulgaribus vsitatam aperiamus.

2. Heic (vti & supra) mensurarum partes altimetræ arbitrariæ sunt, sed omnes æquales: basimetræ vero inæquales, e laterum quadratorum canone adsumendæ.

3. Quantitas autem partium basimetrarum cōtinua, modo a superiori nostro discrepante inuestigatur. Qui sic habet.

4. Primo dati cylindri, notæ capacitatis, pręcise dimetienda est tum altitudo, tum basios diameter, regula nostra cubimetrica; vel qualibet alia, partibus æqualibus & minutis distincta.

5. Hinc

5. Hinc capacitas inquirenda ſegmenti cylindri propoſiti, vna parte altimetra, baſiq; tota comprehenſi: multiplicando capacitatem totius cylindri, per datam vnius menſuræ altitudinem; factumque vniuerſa cylindri altitudine diuidendo.

6. Tum eiuſdem capacitatis dicti ſegmenti (ad particulas 1000000, vel 1.0′.0″.0‴.0⁗.0ᵛ.0ᵛⁱ, reductæ) inueſtiganda radix quadrata: baſioſq; diameter in tot æquales partes ſecanda, quot vnitates inuenta radix habuerit.

7. Verum, quia radix capacitatis ſegmenti, ob ſcrupula integris adhærentia, difficilem ſpatii diametri ſectionem præſtat: numerus alius adſumēdus, minutiis carens, facileque diuiſibilis, qualis vel maxime numerus eſt millenariis aliquot ſeu quadratis tabulæ diametris conſtans: & huic conueniēs ſpatium, diametro partibus homogeneum, inquirendum: multiplicando numerum adſumtum per diametrum baſios; factumque radice capacitatis ſegmenti diuidendo. Quotus enim ſpatium in regula dabit, ex adſumti numeri præſcripto æquabiliter in quadratas diametros ſecandum.

8. Tandem vnius quadratarum diametrorum ſpatio in 1000 particulas æquales ſecto: inuenta erit continua quantitas ſcrupulorum decimorum tertii ordinis: quibus omnia e canone transſumta menſurarum (imo & decimarum) latera æſtimari, & circino excepta regulæ baſimetræ imprimi debent.

Vulgares regulæ ſuæ cylindrimetricæ partes altimetras maiores vel minores, pro placito; ſed tamen æquales omnes, conſtituunt; ſingulaſq; in alias minores diuidunt. Pro baſimetris autem latera quadrata capacitatis ſingularum menſurarum, e canone proprio, quem præcedens habet caput, ſubſtituunt: nimirum pro diametro vnius menſuræ, 1000. particulas æquales, pro diametro duarum menſurarum 1414. &c. Quantitatem autem harum particularum continuam ope vaſis vinarii indagant. Ad quem vſum vas deſiderant (vt ipſi loquuntur) bene proportionatum: hoc eſt, quod baſes, ſeu diametros, mediam & extremas obtinet non plurimum diſſimiles. Et quidem vas vere cylindraceum iuſtæ capacitatis, dextreque fabricatū, hæc requirerent, ſi ſtereometricum negotium probe callerent. Tali vero deſtituti, baſes inæquales vaſis vinarii diametrorum iunctarū biſectione exæquant: poſtea reliquam vaſis geodæſiam cylindri modo pertexunt. Quæ, ſi hactenus a nobis allata probe teneantur, percipi omnia facillime poterunt.

Exempli gratiâ, esto hac vulgarium ratione fabricanda cylindrimetrica. Primum altimetris partibus certa sua quantitas libere adsignandæ: quam heic statuemus poll. 3. 0′. regulæ nostræ cubimetricæ. Hæque partes interuallis paribus continuandæ: & singulæ in denas minutias secandæ.

Deinde cylindrus aliquis esto (nam curticoni figuram ab hac fabrica prorsus excludimus, infra cap. 31.) notæ capacitatis, 300 vel 400 circiter mensurarum, regula nostra cubimetrica dimetiendus: quem hoc loco ponemus 353 mensurarum: eiusque altitudinem poll. 55.9′, & basios diametrum, poll. 31.7′.

Tertio, ad datam altitudinem vnius mensuræ, poll. 3.0′, cylindri propositi sectio instituenda, & segmenti sub altitudine trium pollicum capacitas quærenda. Totius ergo cylindri capacitas, mens. 353, multiplicata per altitudinem vnius mensuræ, poll. 3.0′, producit 1059.0′: quæ, cylindri altitudine poll. 55.9′ diuisa, capacitatem segmenti quæsitam ostendunt, mens. 18.9′.4″.4‴.5⁗.—+—

353.0′. capacitas dati cylindri.
3.0′. pars altimetra.

1059.0′.

232
52450
50089445
205900000
55999999
555555
5555

44721668
503339
2227.
22.

(mens. 18.9′.4″.4‴.5⁗.

Quarto, capacitatis mens. 18.9′.4″.4‴.5⁗. latus quadratum in particulis 1.0′.0″.0‴.0⁗.0^{v}.0^{vi} (quoniam & canon radicum quadratarum easdem habet) inuestigandum, e doctrina cap. 3. huius. Inuenitur que hoc latus 4.3′.5″.2‴.—+— Qui numerus indicat, spatium diametri, poll. 31.7′, in particulas æquales 4352 secandum esse: tumque spatiola hæc veram quantitatem continuam tertiorum canonis scrupulorum, seu partium millesimarum repræsentare.

Capa-

```
                                           2 4 5
                                       2 4 5 2 0 9 6
Capacitas segmenti, altit. 3.0'. mens. 1 8|9 4|4 5|0 0  (latus, 4.3'.5''.2'''.
                                       1 6 8 9 6 5 0 4
                                       2 4 8 2 7
                                        4 3 8 4
                                         1 7
```

Idem quoque latus ab ignaris analyseos, per partem proportionalem quæri potest, e canone radicum quadratarum: sed interdum paullo minus accurate. Veluti in nostro exemplo, radix mensurarum 18, in canone datur 4.2'.4''.2''', & 19. mensurarum, 4.3'.5''.9''': quarum differentia 1'.1''.7''', habet partem proportionalem 1'.1''.0''': quæ adiecta canonis radici proxime minori 4.2'.4''.2''', præbet radicem capacitatis segmenti quæsitam 4.3'.5''.2'''.

```
Mens. 19.     radix 4.3'.5''.9'''.    Mens. 1 8.  9'.4''.4'''.5''''.
      18.           4.2.4. 2.                 1 8.  0. 0. 0. 0.
Diff. mens. 1.  diff. rad. 1'.1''.7'''.   diff. mens. 9'.4''.4'''.5''''.
                                                      1'.1''.7'''.
                                              6  6  1  1  5
                                              9  4  4  5
                                           9  4  4  5
                                           1'. 1''.0'''.5''''.0v.6vi.5vii.
```

Regula aurea sic colligit: Si differentia mens. 1, habet differentiam rad. 1'.1''.7''': ergo differentia mens. 0.9'.4''.4'''.5'''', habebit differentiam rad. 1'.1''.0'''.

Quincto. Diuisurus spatium aliquod in multas minutasque particulas: primo spatium illud in maiores aliquot æquales circini adminiculo partitur: deinde harum quamlibet in alias minores: tum rursus hasce singulas in quotuis alias adhuc minores: ita gradatim ad minimos pergendo. Vnde perspicuum fit, spatium diametri poll. 31.7', in 4352 partes æquales nostro negotio idoneas diuidi non posse. Licet enim numerus 4352, bisectionem octies admittat, veluti in 2176, 1088, 544, 272, 136, 68, 34, 17,

videre est: vt datum ſpatium poll. 31.7′, non incommode primum in duas partes; hinc, ſingulis continuo dimidiatis, in 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, tandemque, poſtremarum qualibet deciesſepties æquabiliter ſecta, in 4352, diuidi poſſe videatur: attamen, quia ſpatium diuidendum poll. 31.7′, ſatis exiguum eſt; pars eius ducenteſima quinquageſimaſexta in alias ſeptendecim oculis diſcernendas ſecari nequit. Quare in hoc diametri ſegmento, partibus milleſimis 17 conſtante, acquieſcendum eſſet: indeque continua quantitas radicum quadratarum canonis æſtimanda, & regulæ inſerenda. Verum numeris eiuſmodi primis, denario maioribus, non niſi multo labore diametrorum fit impreſſio. Ideoque loco radicis inuentæ 4.3′.5″.2‴, alius numerus millenariis aliquot conſtans (nam maioris ſpatii ſectio errori minus opportuna eſt) pro libito adſumendus: & huic æquale ſpatium, in pollicibus, ſeu partibus diametro homogeneis, inquirēdum: quod poſtea ad numeri iſtius præſcriptum in quadratas diametros ſecandum. In hunc autem vſum ſeligemus numerum 8.0′.0″.0‴: qui baſios diametro 31.7′. multiplicatus, facit 253.6′: qui rurſus numerus ſegmenti radice 4.3′.5″.2‴. diuiſus, ſpatium exhibet poll. 58.2′.7″.2‴. Si enim 4.3′.5″.2‴, æquantur 31.7′: ergo 8.0′.0″.0‴, æquātur 58.2′.7″.2‴. Hoc ſpatium in regula quam accuratiſſime ſignandum, & circini ope in partes octo æquales diuidēdum: quia numerus adſumtus eſt octo integrarum diametrorum. His poſtmodum plures eiuſmodi partes, ſi opus videatur, eodem interuallo adiungi poſſunt. Hæ autem partes ſunt diametri cardinales, ſeu quadratæ, vel potius quadratarum menſurarum: prima videlicet vnius menſuræ; altera, quatuor menſurarum; tertia, nouem; quarta, ſedecim; octaua, ſexaginta quatuor; nona, octoginta vnius menſurarum; &c.

Baſios diameter	31.7′.
Radix adſumta	8.0′.0″.0‴.
	253.6′.0″.0‴.0⁗.

```
        3   8 2
      2 1 1 3 9 5
    3 6 0 8 4 6 6 6
  2 5 3.6 0 0 0 0 0
    4 3 5 2 2 2 2 2
      4 3 5 5 5 5
        4 3 3 3
          4 4
  -----------------
  2 1 7 6 0 6 4 4 4
    3 4 8 1 0 6 0
        8 7 4 7
        3 0 8
```

(poll. 58. 2'. 7''. 2'''. ſpatium octo diametrorum quadratarum; differens a ſpatio eodem ſuperiori capite inuento ſaltem 4'''.

Quod ſi radicem adſumamus ſex diametrorum quadratarum, nimirum 6.0'.0''.0'''. faciemus cum diametro 31.7' numerum 190.2': qui diuiſus ſegmenti radice 4.3'.5''.2''', ſpatium ſuppeditat ſex cardinalium diametrorum, ſeu triginta ſex menſurarum; nimirum poll. 43.7'.0''.4'''.

```
          1
      3 0 6 7 1
    1 6 1 2 4 6 9 2
  1 9 0 2 0 0 0 0 0
    4 3 5 2 2 2 2 2
      4 3 5 5 5 5
        4 3 3 3
          4 4
  -----------------
  1 7 4 0 8 6 4 0 8
    1 3 0 5 6 4
      3 0 4 7
          1
```

(poll. 43.7'.0''.4'''. ſpatium ſex quadratarum diametrorum.

Poſtremo, ſpatium vnius quadratæ diametri ſeorſim in chartam, vel lignum politum transferendum, & in mille æquales partes ſecandum: vt huius ſubſidio diametri tum menſurarum, tum decimarum partium, e ſuis canonibus notæ, regulæ inſerantur. Quæ omnia e capite ſuperiori proximo patent.

Alia cylindrimetricæ fabrica: parte altimetra exſiſtente poll. 2.0′.

I. Eſto altimetra pars poll. 2.0′.

II. Et cylindrus, 353 menſurarum capax, altitudinē habeat poll. 55.9′, baſiosq; diametrum poll. 31.7′.

III. Capacitas ſegmēti cylindri, ſub altitudine monometra poll. 2.0′, inuenitur menſurarum 12.6′.2″.9‴.6⁗, in ratione videlicet ſubſeſquialtera ad capacitatē ſegmenti altitudinis poll. 3.0′: nam cylindri æquales baſi, ſunt vt altitudines; e prop. 14 lib. 12. Eucl.

IIII. Latus capacitatis ſegmenti eſt 3.5′.5″.4‴.——

V. Quamobrem, ſi ſpatium 3.5′.5″.4‴, æquatur pollic. 31.7′: ſpatium 6.0′.0″.0‴, æquabitur poll. 53.5′.1″.7‴.1⁗. Quod ſpatium in 6 partes diuiſum, quantitatem exhibet ſex quadratarum diametrorum. Et harum vna, 1000 partibus æqualibus diſtincta; milleſimas canonis radicum quadratarum, cylindrimetricæ propoſitæ congruas, metitur.

CAPVT XXIII.

De Vſu cylindrimetricæ regulæ: deq; ſcrupulorum menſuræ decimorum ad quadrantes horumque octonas particulas reductione.

FAbrica cylindrimetricę talis eſt. Huius altimetra cylindri altitudo examinatur; & baſimetra baſios diameter; in menſuris, ac menſurarum decimis ſcrupulis, vel primis, vel etiam ſecundis atq; tertiis. Quibus inuicem multiplicatis, capacitas prodit cylindri, in menſuris, ac decimis: ad quartalia, ohmas & vehes reducenda.

Exempli gratia, quæritur capacitas cylindri, cuius baſios diameter, menſur. 3.7′: altitudo, menſur. 36.3′. Vtimur autem regula cylindrimetrica, cuius pars altimetra vni pollici ſtereometricæ noſtrę regulę eſt ęqualis. Multiplicatione igitur altitudinis & diametri, ſecundū doctrinam cap. 2 huius, elicitur capacitas dati cylindri menſurarum 134.3′.1″. quæ ſunt Ohma 1, Quartalia 13. Menſuræ 2, quadr. 0¼.——Decimæ autem menſurarum, facile quadrantibus & horum octonis permutari queunt, ope canonis, quem in rudiorum gratiam ſubiecimus.

Altitu-

Altitudo cylindri, menſ. 3 6.3′.
diameter baſios 3.7′.

	Menſ.	1(2 1 3 4(quart. 4 4	(1 3 (3(ohm. 1. 2 0
2 5 4 1			
1 0 8 9.			

capacitas, menſ. 1 3 4.3′.1″.

Tabella reductionis decimorum menſura ſcrupulorum, ad quadrantes, & quadrantum octonas partes.

Scrup. decima, ′	″	‴	⁗	v	Quadr.	Scrup. decima, ′	″	‴	⁗	v	Quad.
	3	1	2	5	$0\frac{1}{8}$	5	3	1	2	5	$2\frac{1}{8}$
	6	2	5	0	$0\frac{1}{4}$	5	6	2	5	0	$2\frac{1}{4}$
	9	3	7	5	$0\frac{3}{8}$	5	9	3	7	5	$2\frac{3}{8}$
1	2	5	0	0	$0\frac{1}{2}$	6	2	5	0	0	$2\frac{1}{2}$
1	5	6	2	5	$0\frac{5}{8}$	6	5	6	2	5	$2\frac{5}{8}$
1	8	7	5	0	$0\frac{3}{4}$	6	8	7	5	0	$2\frac{3}{4}$
2	1	8	7	5	$0\frac{7}{8}$	7	1	8	7	5	$2\frac{7}{8}$
2	5	0	0	0	1	7	5	0	0	0	3
2	8	1	2	5	$1\frac{1}{8}$	7	8	1	2	5	$3\frac{1}{8}$
3	1	2	5	0	$1\frac{1}{4}$	8	1	2	5	0	$3\frac{1}{4}$
3	4	3	7	5	$1\frac{3}{8}$	8	4	3	7	5	$3\frac{3}{8}$
3	7	5	0	0	$1\frac{1}{2}$	8	7	5	0	0	$3\frac{1}{2}$
4	0	6	2	5	$1\frac{5}{8}$	9	0	6	2	5	$3\frac{5}{8}$
4	3	7	5	0	$1\frac{3}{4}$	9	3	7	5	0	$3\frac{3}{4}$
4	6	8	7	5	$1\frac{7}{8}$	9	6	8	7	5	$3\frac{7}{8}$
5	0	0	0	0	2	10	0	0	0	0	4

Si numerus ſcrupulorum in tabella præciſe non inueniatur; numerus proxime minor vel maior ſumitur; qui dato videlicet minus eſt inæqualis.

Aliud exemplum.

Quæritur capacitas putei, cuius baſios diameter menſ. 17.5′.4″. altitudo, menſ. 117.2′. Multiplicatione altitudinis & diametri, prodeunt men-

ſuræ 1055.6′.8″.8‴.quæ ſunt Vehes 4, Ohma 1, Quartalia 13, Menſuræ 3, quadrant. 2¾ —

Altitudo 117.2′.
diam. 17.5′.4″.

4688
5860
8204
1172

Menſ. 2055.6′.8″.8‴.

213 2 (1
Menſ. 2055 5 (quart. 5 (1|1 (ohm. 25 (Veh. 4.
444 4 2 2|0 6

Aliud exemplum.

Quæritur capacitas cylindri, cuius baſios diameter menſ. 3.0′. 5″. altitudo menſ. 39.7′. Prodeunt menſ. 121.0′.8″.5‴. quæ ſunt Ohma 1, Quartalia 10, Menſ. 1, quadrant. 0½.

altit. 39.7′.
diam. 3.0′.5″.

1985
1191

121.0′.8″.5‴.

Exemplum aliud. Quæritur capacitas vaſculi ſtannei, quo theriaca adſeruanda, cuius baſios diameter menſ. 0.8′.5″.8‴. altitudo menſ. 13.4′. Heic notandum, tertia ſcrupula reapſe vix niſi in octo ſecundis primæ menſuræ baſimetrarum dari poſſe: attenta tamen oculi acie hæc quoque vbiuis (præſertim ſi baſios diameter exigua) numeranda eſſe, dum geodæſiæ præciſio requiritur. Multiplicatis porro 8.5″.8‴. per 13.4′. prodeunt menſ. 11.4′. 9″.7‴.2⁗. ſeu menſ. 11. quadrant. 2 —

Exemplum, vbi maior baſios diameter, quam regula ipſa.

In hiſce exemplis (vt e capite 16 huius patet) diametri longitudo regulæ altimetræ partibus, quæ interuallis paribus in infinitum continuari poſſunt, numeranda: inque partes aliquot æquales, regula baſimetra minores, diuidenda. Tum ſegmenti menſuræ, in baſimetra inuentæ, quadrato denominationis ſegmenti multiplicandæ: vnde propoſitæ magnæ diametri menſuræ prodeunt. Hæ tandem cum altitudine multiplicatæ, dati cylindri capacitatem definiunt.

Eſto

Esto igitur cylindrus, cuius altitudo mens. 216 4'. Basios autem diameter, maior regula basimetra, constare deprehendatur regulæ altimetræ mēsuris, seu pollicibus 124.2'.6". Huius diametri pars dimidia, nimirum poll. 62.1'.3". si basimetræ regulæ applicetur, monstrat mensuras 24.2'.5". quæ multiplicatæ quadrato denominationis vnius secundæ, videlicet quaternario, proferunt datæ diametri mensuras 97.0'. Tandem mensuræ 97, per altitudinem mens 216.4', multiplicatæ, faciunt dati cylindri capacitatem mens. 20990.8'. quæ sunt Vehes 43. Ohm. 4. Quart. 7. Mens. 2, Quadr. $3\frac{1}{4}$.

Altit. 216.4'.
diam. 97.

15148
19476

20990.8'.

Mens.

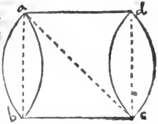
4132 24
20990.8'. (Oh. 262 (Veh. 43. Oh. 4. Q. 7.
888 — 66
4

CAPVT XXIV.

De speciali stereometria cylindri, æqualis cum basios diametro altitudinis, per regulam propriam, Triangularem vulgo dictam: deque huius fabrica e canone nostro cyclico: accedente tabulæ radicum cubicarum subsidio.

SI cylindri altitudo basios suæ diametro æqualis sit, vel non multum inæqualis; stereometria per triangularem regulam promtissime absoluitur.

Est autem regula triangularis instrumentum, sectum vnica soliditatis linea cylindri æqualis altitudinis cum basios diametro. Et vocatur triangularis regula; quia segmentum eius quodlibet latus est trianguli orthogonii ad cylindri dati altitudinem & basios diametrum constructi.



Ceterum regulæ huius sectio dupliciter institui potest: vel e crure alterutro, exēpli gratia b c, vel b a, dati orthogonii a c b: vel ex hypoteinusa eiusdem a c. Regula crurum segmenta habens, Perpendicularis nuncupatur: quia in vsu geodætico perpendiculariter cylindrorum vel basi a b, vel altitudini b c, aptatur. Diagonalis vocatur, quæ hypoteinusas solas metitur, a basi ad basin, per cylindri axin, oblique tendens, instar diagonii, a c.

Segmenta vtriusque triangularis regulæ alia Cardinalia sunt, quorum mensuræ numerus cubicus est: vt 1, 8, 27, 64, 125, 216, &c. alia Interiecta cardinalibus; vt 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, &c.

Trigona regula Perpendicularis.

Inuentio segmentorum perpendicularis regulæ cyclici adminiculo talis est. Primum soliditas cylindri propositi quæritur: multiplicando numerũ mensurarum eo ipso cylindro contentarum, per numerum cuborum vnius mensuræ, nimirum per $125.0'$. Exempli caussa: si quærendum sit octauum segmentum cardinale, quod est mensurarum 512: multiplicantur mensuræ 512, per cubos pollicares 125: vnde cylindri 512 mensurarum capacis prodit soliditas cub. 64000.

Secundo, quia hæc soliditas numerus quidam factus est, cuius factores sunt, cylindri dati altitudo, & basis, diametrum hoc loco habens altitudini æqualem: ob id in canone cyclico factores ambo quæruntur, (factus enim in eo non continetur) examinando hinc inde areas, seu bases, cum suis diametris, quæ heic altitudinem cylindri repræsentant; donec diameter inueniatur, quæ area sua multiplicata, dati cylindri soliditatem proxime constituat. Quoniam autem factores in canone præcise non exstant: proxime minores & maiores transscribũtur: ac soliditates, multiplicatione diametri atque areæ suæ, constituuntur. Vt in exemplo proposito: soliditas proxime maior inuenitur, $64206.1'.6''.3'''.0^{iv}.4^{v}.2^{vi}.5^{vii}.6^{viii}$, e basi $1479.4'.0''.4'''.6^{iv}.7^{v}.8^{vi}.4^{vii}$, & altitudine $43.4'$: itemque proxime minor soliditas $63763.3'.6''.3'''.4^{iv}.8^{v}.7^{vi}.0^{vii}.1^{viii}$, e basi $1472.5'.9''.4'''.9^{iv}.9^{v}.9^{vi}.7^{vii}$, & altitudine $43.3'$.

Bas.

Baſ. $14 79.4'.0''.4'''.6^{iv}.7^{v}.8^{vi}.4^{vii}$.

Altit. $43.4'$.

5917618 7136
.4438214 0352
59176187136

$64206.1'.6''.3'''.0^{iv}.4^{v}.2^{vi}.5^{vii}.6^{viii}$. ſoliditas.

Baſis $1472.5'.9''.4'''.9^{iv}.9^{v}.9^{vi}.7^{vii}$.

Altit. $43.3'$.

441778 4999 1
44177849991 .
58903799 9 88

$63763.3'.6''.3'''.4^{iv}.8^{v}.7^{vi}.0^{vii}.1^{viii}$.

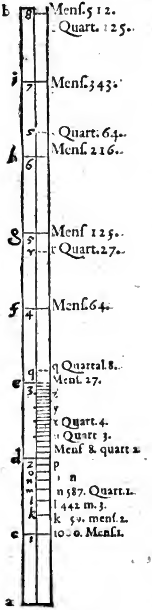
Poſtremo e trium ſoliditatum, maioris. minoris, datæque differentiis, altitudo propoſitæ ſoliditati congrua elicitur, hoc modo: Si differentia ſoliditatum $442.7'.9''.9'''.5^{iv}.5^{v}.5^{vi}.5^{vii}.5^{viii}$, habet differentiam altitudinis $1'$: ergo differentia ſoliditatum $236.6'.3''.6'''.5^{iv}.1^{v}.2^{vi}.9^{vii}.9^{viii}$, habet differentiam altitudinis $5''.3'''$—+—: quæ addita altitudini ſoliditatis proxime minoris $43.3'$, exhibet quæſitum ſegmentum cardinale octauum, cylindri, æqualis cum baſios diametro altitudinis, menſurarum 512 capacis; videlicet poll $43.3'.5''.3'''$—+—

$64206.1'.6''.3'''.0^{iv}.4^{v}.2^{vi}.5^{vii}.6^{viii}$	$64000.0'.0''.0'''.0^{iv}.0^{v}.0^{vi}.0^{vii}.0^{viii}$.
63763.3. 6. 3. 4. 8. 7. 0. 1.	63763.3. 6. 3. 4. 8. 7. 0. 1.
442.7. 9. 9. 5. 5. 5. 5. 5.	236.6. 3. 6. 5. 1. 2. 9. 9.

Diuid. $23663651299 00^{x}.(5''.3'''$.

Diuiſor 44279955555^{viii}.

Hoc ſpatium, pollicum $43.3'.5''.3'''$, in regula cubimetrica numeratum, & in octo partes æquas diuiſum (nam radix cubica numeri capacitatis 512, eſt 8.) ſegmentorum cardinalium interualla monſtrat, a quabiliter quouſque libet continuanda.



Sic in ſchemate adiecto ſpatium a b, conſtans pollicibus regulæ noſtræ 43. 3′. 5″. 3‴, —— in octo partes ſectum eſt: quarum prima, a c, pollicum 5. 4′. 1″. 8‴. 9⁗. —— diameter eſt baſios cylindri vnius menſuræ, ſi altitudo par ſit diametro: altera, a d, octo menſurarum: tertia, a e, 27 menſurarum: quarta, a f, 64 menſurarum: &c Cylindri enim ſimiles triplicatam habent rationem homologorum laterum: ex elem. 15. lib. 4. Geom. P. Rami. Vnde, ſi cylindrus cuius baſios diameter, itemque altitudo, ſunt poll. 5. 4′. 2″. —— capit mẽſurã 1: ſane cylindrus dimenſiones illas duplas habens, nim. poll. 10. 8′. 4″. —— capiet menſuras 8. Dupla enim ratione triplicata, ſeu rationis duplæ ter poſitis terminis, & inuicem multiplicatis, octupla ratio prodit: hoc modo:

$$\frac{2}{1}\text{—}\frac{2}{1}\text{—}\frac{2}{1}\ \text{faciunt}\ \frac{8}{1}$$

vel:

$$\frac{2}{1}\text{—}\frac{2}{1}\ \text{faciunt}\ \frac{4}{1}:\&\ \frac{4}{1}\text{—}\frac{2}{1}\ \text{faciunt}\ \frac{8}{1}$$

Impreſſis regulæ ſegmentis cardinalibus; intermedia ſimiliter e cyclico canone elici queunt. Verum expedita magis via eſt e tabella radicum cubicarum: quã ad menſuras 200 confectam ex Andrea Helmrico mutuati ſumus, & ad 240 ſiue menſuras, ſiue quartalia, continuauimus. Spatium ergo vnius cardinalis diametri, poll. 5. 4′. 2″——, ſeorſim in charta deſignatum, in 1000 partes æquales, ſeu o′. o″. o‴. ſcrupula diuiditur: hincq; ſingularum mẽſurarum diametri regulę inſeruntur: nimirum duarum menſurarum ad k, vbi ſcrupula 2′. 5″. 9‴ terminantur: trium, ad l, vbi ſcrupula 4′. 4″. 2‴: &c. Vſus regulæ huius perfacilis eſt. Dia-

metrus enim basios dati cylindri a b, regulæ partibus dimensa, capacitatem adscriptam protinus commonstrat.

Diagonalis trigona regula.

E trigono orthogonio constructa regula perpendicularis, quam modo proposuimus, in vsu esse, quod equidem sciam, non solet. Diagonalis vero a quibusdam vsurpatur. Cuius fabrica, noto perpendicularis regulæ segmẽto monometro, per propos. 47, lib. 1. Eucl. ita instituitur. Quadrata diametri basios, & altitudinis, inuicem adduntur: summæ radix est diagonius monometra regulæ diagonalis: qua notata, & in partes mille diuisa, reliquæ omnes diagonii e cubicorum laterum canone regulæ, eodem quo prius docuimus modo, imprimuntur. Veluti in exemplo nostro, vbi cylindri altitudo, basiosque diameter æquantur: quadratum diametri $5.4'.1''.8'''.9^{iv}$ ⟶, est $29.3'.6''.4'''.4^{iv}.7^{v}.7^{vi}.2^{vii}.1^{viii}$: idemque etiam est altitudinis quadratũ. Summa vtriusq; exsistit $58.7'.2''.8'''.9^{iv}.1^{v}.4^{vi}.4^{vii}.2^{viii}$. Huius latus $7.6'.6''.3'''.4^{iv}$ ⟶ diagonius prima est cardinalium regulæ diagonalis. Spatium ergo a c: pollicum regulæ cubimetricæ $7.6'.6''$ ⟶, in scrupula decima primi, secundi, tertiiq; ordinis distributum, quantitatem definit scrupulorum, canonis radicum cubicarum: quibus singularum mensurarum interualla numerata, ad duas ohmas, seu 160 mensuras, regulæ inscribuntur: vnius scilicet mẽsuræ ad c, vbi $1.0'.0''.0'''$. canonis terminantur: duarum mensurarũ, ad k, vbi $2'.5''.9'''$: trium, ad l, vbi $4'.4''.2'''$: quatuor seu vnius quartalis, ad m, vbi $5'.8''.7'''$: &c. Verum vltra duas ohmas adscendendo, mensurarum spatia nimis angusta euadunt: ob id superioribus regulæ partibus non mensuræ sed quartalia imprimuntur. Hoc fine spatium quatuor mensurarum, seu vnius quartalis a m, (quod prima est cardinalis διαγώνιος quartalium) paribus interuallis continuatur: vt altera exsistat diagonius, octo quartalium, ad literam q: tertia, viginti septem quartalium, ad r: quarta, sexaginta quatuor quartalium, ad s: quincta, centum vigintiquinq; quartalium, ad t: &c. Quo peracto, idem spatium vnius quartalis a m, in mille partes diuiditur: cuius sectionis ministerio quartalium diagonii, cardinalibus interiectæ, ex laterũ cubicorum tabella transsumtæ, ad duas vsq; vehes, seu 240 quartalia regulæ inseruntur: duorum videlicet quartalium, ad d, vbi finis est scrupulorum $2'.5''.9'''$, qualiũ διαγώνιος vnius quartalis a m habet $1.0'.0''.0'''$: triũ ad u, vbi $4'.4''.2'''$: quatuor, ad x: quinq;, ad y: sex, ad z. &c. In vsu geodætico regula hæc diagonalis cylindrũ interius oblique metitur, demissa ab vnius basios ora suprema a, ad alterius infimam c. Capacitatem vero regulę immersæ lõgitudo adscriptam exhibet.

Fabrica triangularis regulæ, ad quamlibet dimensionum cylindri proportionem.

Licet regula præcedens triangularis constructa sit ad proportionem æqualitatis dimensionum cylindri, altitudinis videlicet, basiosque diametri: similis tamen regula etiam ad quamvis dimensionum illarum proportionem inæqualitatis parari potest.

Exempli gratia: fabricanda esto regula triangularis ad proportionem diametri basios & altitudinis sesquisextam: quando videlicet diameter basios septem est partium, qualium altitudo sex.

1. *Soliditas cylindri mensurandi in 512, octo habens segmenta cardinalia, est cuborum 64000: ut supra paulo ante.*
2. *Area circularis in canone cyclico hincinde quæritur, quæ cum altitudine sua proportionali constituat soliditatem dati cylindri, nimirū cubos 64000. Et quia talis area præcise in cyclico non exstat: ex areis proxime maiori & minori, multiplicatis per altitudines suas proportionatas, soliditates proxime maior minorque constituuntur.*

Altitudo autem proportionalis diametro areæ, elicitur e terminis datæ rationis sesquisextæ: hoc modo: Diameter 7, altitudinem habet 6, ex hypothesi: ergo diameter areæ cyclicæ proxime maioris, poll. $45.7'$, altitudinem habet poll. $39.1'.7''.1'''$: quæ cum area sua $1640.3'.6''.2'''.8^{iv}.6^{v}.3^{vi}.9^{vii}$. facit soliditatem proxime maiorem $64254.6'.5''.3'''.7^{iv}.4^{v}.1^{vi}.8^{vii}.2^{viii}.6^{ix}.9^{x}$. Eademque ratione diametrus areæ proxime minoris poll. $45.6'$, altitudinem habet poll. $39.0'.8''.5'''$ —: quæ cum area sua $1633.1'.9''.1'''.8^{iv}.8^{v}.7^{vi}.4^{vii}$, facit soliditatem proxime minorem $63833.3'.0''.4'''.9^{iv}.1^{v}.9^{vi}.0^{vii}.2^{viii}.9^{ix}$.

3. *E trium soliditatum, maioris, minoris, dataq; differentiis, diametrus datæ soliditati congrua elicitur, hoc modo:*

Soliditas maior	$64254.6'.5''.3'''.7^{iv}.4^{v}.1^{vi}.8^{vii}.2^{viii}.6^{ix}.9^{x}$.
minor	63833.3.0.4.9.1.9.0.2.9.0.
diff.	421.3.4.8.8.2.2.7.9.7.9.
Soliditas data	$64000.0'.0''.0'''.0^{iv}.0^{v}.0^{vi}.0^{vii}.0^{viii}.0^{ix}$.
minor	63833.3.0.4.9.1.9.0.2.9.
diff.	166.6.9.5.0.8.0.9.7.1.

Si differentia soliditatum 421.3'.4''.8''', &c. habet differentiam diametrorum 1': ergo differentia soliditatum 166.6'.9'', &c. habet differentiam diametrorum 3''.9'''—+: quæ, addita diametro soliditatis proxime minoris 45.6', exhibet diametrum soliditatis propositæ cuborum 64000: videlicet, poll. 45.6'.3''.9'''—+

Diuidendus 16.6.6.9.5.0.8^{v}
Diuisor 421.3.4.8'''. (3''.9'''.—+

4. Altitudo autem diametro 45.6'.3''.9'''. proportionalis sic indagatur. Diameter 7, altitudinem habet 6: ergo diameter 45.6'.3''.9'''—+, altitudinem habet 39.1'.1''.9'''.—+

5. Tandem, quia diametrus & altitudo cylindri crura sint trianguli orthogonii; radix summæ vtriusque cruris quadrati, hypoteinusæ vices agit. Est autē diametri quadratum 2082.9'.1''.8'''.3''''.2^{v}.1^{vi}, & altitudinis quadratum 1530.2'.9''.6'''.1''''.6^{v}.1^{vi}: quæ addita, faciunt 3613.2'.1''.4'''.4''''.8^{v}.2^{vi}: cuius latus 60.1'.1''.0'''.—+ basis est quæsita trianguli rectanguli.

6. Hinc ergo triangularis regula triplex fingi potest: latere trianguli singulo in partes octo æquas diuiso; vnde cardinalia regulæ segmenta oriuntur: & horum vno in 1000 partes distincto; vnde intericcta segmenta ope cubicarum radicum canonis interseruntur. Prima regula est perpendicularis, ex altero crure trianguli, nimirum diametro basios cylindri, pollicum regulæ cubimetricæ 45.6'.3''.9''': cuius segmentum monometrum est poll. 5.7'.0''.4'''—+ Altera regula & ipsa est perpendicularis, e reliquo trigoni crure, scilicet altitudine cylindri, poll. 39.1'.1''.9''': cuius diametrus monometra poll. 4.8'.9''——

Tertia regula est diagonalis, e basi trianguli, poll. 60.1'.1''.0'''.—+: cuius *διαγώνιος* monometra poll. 7.5'.1''.3'''.—+

Prima harum regularum cylindri basios diametrum metitur: secunda, altitudinem eiusdem cylindri: tertia, diagonium. Stereometria vero eodem recidit, quacunque regula Geodætes vtatur: hactenus tamen diagonalis sola mechanicis nota fuit.

Alia triangularis regulæ fabrica: ad proportionem diametri basios & altitudinis sesquiseptimam: quando diametrus partium 8, est altitudo 7.

Si diameter 8, altitudinem habet 7: ergo diameter areæ proximæ

maioris, poll. 45.4′, altitudinem habet poll. 39.7′.2″.5‴—+—: quæ cum area ſua 1618.8′.9″.7‴.0^{iv}.6^{v}.0^{vi}.2^{vii}, facit ſoliditatem proxime maiorē 64310.6′.8″.5‴.7^{iv}.1^{v}.6^{vi}.4^{vii}.4^{viii}.5^{ix}. Pariter diameter areæ proxime minoris, poll. 45.3′, altitudinem habet poll. 39.6′.3″.7‴—+—: quę cum area ſua 1611.7′.7″.3‴.2^{iv}.0^{v}.9^{vi}.5^{vii}, facit ſoliditatem proxime minorem 63885.8′.5″.4‴.7^{iv}.0^{v}.4^{vi}.9^{vii}.5^{viii}.1^{ix}.5^{x}.

Hinc, ſi differētia ſoliditatum 424.8′.3″.1‴.0^{iv}.1^{v}.1^{vi}.4^{vii}.9^{viii}.3^{ix}.5^{x}, habet differentiam diametrorum 1′: ergo differentia ſoliditatum 114.1′.4″.5‴.2^{iv}.9^{v}.5^{vi}.0^{vii}.4^{viii}.8^{ix}.5^{x}, habet differētiam diametrorum 2″.6‴—+—: quæ addita diametro ſoliditatis proxime minoris 45.3′, offert diametrum propoſitæ ſoliditatis cuborū 64000, videlicet, poll. 45.3′.2″.6‴—+—: cuius octaua pars, poll. 5.6′.6″.5‴—+—, monometrum regulæ eſt ſegmentum.

Altitudo huic diametro proportionalis, eſt poll. 39.6′.6″.0‴—+—: cuius octaua pars, poll. 4.9′.5″.7‴—+—, monometra regulæ diametrus eſſe poteſt.

Quod ſi diametrus & altitudo inuentæ, crura ſtatuantur orthogonii trianguli: baſis eiuſdem erit poll. 60.2′.2″.7‴: cuius octaua pars, poll. 7.5′.2″.8‴, ſpatium eſt monometrum regulę diagonalis: nam diametri quadratum eſt 2054.4′.4″.6‴.2^{iv}.7^{v}.6^{vi}, & altitudinis quadratum 1572.9′.1″.5‴.6^{iv}: quæ iuncta, conſtituunt 3627.3′.6″.1‴.8^{iv}.7^{v}.6^{vi}, cuius latus eſt 60.2′.2″.7‴.—+—

Triangularis regulæ alia fabrica: ad proportionem diametri baſios & altitudinis ſeſquitertiam: quando diametrus partium quatuor eſt, altitudo trium.

Si diameter 4, altitudinem habet 3: ergo diameter areæ proxime maioris, poll. 47.8′, altitudinem habet poll. 35.8′.5″: quæ cum area ſua 1794.5′.8″.2‴.0^{iv}.6^{v}.0^{vi}.2^{vii}, facit ſoliditatē proxime maiorem 64335.7′.6″.6‴.8^{iv}.5^{v}.8^{vi}.1^{vii}.7^{viii}.

Ita diameter areæ proxime minoris, poll. 47.7′, altitudinem habet, poll. 35.7′.7″.5‴: quæ cum area ſua 1787.0′.8″.1‴.2^{iv}.0^{v}.3^{vi}, facit ſoliditatem proxime minorem 63932.8′.3″.0‴.0^{iv}.3^{v}.7^{vi}.3^{vii}.2^{viii}.5^{ix}.

Hinc, ſi differentia ſoliditatum 402.9′.3″.6‴.8^{iv}.2^{v}.0^{vi}.8^{vii}.4^{viii}.5^{ix}, habet differentiam diametrorum 1′: ergo differentia ſoliditatum 67.1′.6″.9‴.9^{iv}, 6^{v}.2^{vi}.6^{vii}.7^{viii}.5^{ix}, habet differētiam diametrorū 1″.6‴—+—: quæ addita dia-

dita diametro soliditatis proxime minoris, poll. 47.7', exhibet diametrum propositæ soliditatis cuborum 64000, nimirũ poll. 47.7'.1".6"'—+—: cuius octaua pars, poll. 5.9'.6".4"'—+—, monometrum regulæ est segmentum.

Altitudo huic diametro proportionalis, est poll. 35.7'.8".7"', —+— cuius pars octaua, poll. 4.4'.7".3"' —+—, monometra diametrus est regulæ.

Si tandem diametrus & altitudo inuentæ, crura ponantur trianguli rectanguli: basis huius erit 59.6'.4".4"'—+—: cuius octaua pars, poll. 7.4.5". 5"'—+—, spatium est monometrum regulæ diagonalis.

Notanda.

I. Regula quælibet triangularis, non nisi vni cylindrorum similium generi (quorum & axes, & basium diametri sunt proportionales: e defin. 24, lib. 11 Eucl.) potest adhiberi: ei videlicet, ad cuius dimensionum certam proportionem regula est constructa. Sic enim omnes cylindri, cuiuscunque magnitudinis, habentes diametri basios & altitudinis rationem, verbi gratia, sesquitertiam; vna eademq; regula triangulari, ad dictam rationẽ speciatim fabricata, recte examinantur. Cylindri vero, quibus alia dimensionum ratio, alias etiam regulas triangulares deposcunt. Caussa est: quoniam segmenta triangularis regulæ lineas soliditatem cylindrorum dimetientes non nisi homologas repræsentant.

II. Geodæsia triangularibus vix vnquam accurate satis absoluitur. Interualli enim segmentorum regulæ angustia, scrupulosam mensurarum confectionem non admittit: vnde in praxi minima particula neglecta, grandis erroris caussa esse potest. Nobis tamen & hanc regulam, artis stereometricæ varietatem vti ostenderemus, adiicere placuit.

Canon laterum cubicorum integrorum, ordine ab vnitate se consequentium, in partibus millecies millesimis; seu scrupulis decimis sexti ordinis.

Capacitas, in mensuris.	Radices capacitatis.				Mensuræ	Radices.				Mensuræ	Radices.			
	o	'	"	'''		o	'	"	'''		o	'	"	'''
1	1	0	0	0	24	2	8	8	4	47	3	6	0	8
2	1	2	5	9	25	2	9	2	4	48	3	6	3	4
3	1	4	4	2	26	2	9	6	2	49	3	6	5	9
4	1	5	8	7	27	3	0	0	0	50	3	6	8	3
5	1	7	0	9	28	3	0	3	6	51	3	7	0	8
6	1	8	1	7	29	3	0	7	2	52	3	7	3	2
7	1	9	1	2	30	3	1	0	7	53	3	7	5	6
8	2	0	0	0	31	3	1	4	1	54	3	7	7	9
9	2	0	8	0	32	3	1	7	4	55	3	8	0	2
10	2	1	5	4	33	3	2	0	7	56	3	8	2	5
11	2	2	2	3	34	3	2	3	9	57	3	8	4	8
12	2	2	8	9	35	3	2	7	1	58	3	8	7	0
13	2	3	5	1	36	3	3	0	1	59	3	8	9	2
14	2	4	1	0	37	3	3	3	2	60	3	9	1	4
15	2	4	6	6	38	3	3	6	1	61	3	9	3	6
16	2	5	1	9	39	3	3	9	1	62	3	9	5	7
17	2	5	7	1	40	3	4	1	9	63	3	9	7	9
18	2	6	2	0	41	3	4	4	8	64	4	0	0	0
19	2	6	6	8	42	3	4	7	6	65	4	0	2	0
20	2	7	1	4	43	3	5	0	3	66	4	0	4	1
21	2	7	5	8	44	3	5	3	0	67	4	0	6	1
22	2	8	0	2	45	3	5	5	6	68	4	0	8	1
23	2	8	4	3	46	3	5	8	3	69	4	1	0	1

Mēſ.	Radices. °	′	″	‴	Mēſ.	Radices. °	′	″	‴	Mēſ.	Radices. °	′	″	‴
70	4	1	2	1	98	4	6	1	0	126	5	0	1	3
71	4	1	4	0	99	4	6	2	6	127	5	0	2	6
72	4	1	6	0	100	4	6	4	2	128	5	0	3	9
73	4	1	7	9	101	4	6	5	7	129	5	0	5	2
74	4	1	9	8	102	4	6	7	2	130	5	0	6	5
75	4	2	1	7	103	4	6	8	7	131	5	0	7	8
76	4	2	3	5	104	4	7	0	2	132	5	0	9	1
77	4	2	5	4	105	4	7	1	7	133	5	1	0	4
78	4	2	7	2	106	4	7	3	2	134	5	1	1	7
79	4	2	9	0	107	4	7	4	7	135	5	1	2	9
80	4	3	0	8	108	4	7	6	2	136	5	1	4	2
81	4	3	2	6	109	4	7	7	6	137	5	1	5	5
82	4	3	4	4	110	4	7	9	1	138	5	1	6	7
83	4	3	6	2	111	4	8	0	5	139	5	1	8	0
84	4	3	7	9	112	4	8	2	0	140	5	1	9	2
85	4	3	9	6	113	4	8	3	4	141	5	2	0	4
86	4	4	1	3	114	4	8	4	7	142	5	2	1	7
87	4	4	3	0	115	4	8	6	2	143	5	2	2	5
88	4	4	4	7	116	4	8	7	7	144	5	2	4	1
89	4	4	6	4	117	4	8	9	0	145	5	2	5	[illegible]
90	4	4	8	1	118	4	9	0	4	146	5	2	6	[illegible]
91	4	4	9	7	119	4	9	1	8	147	5	2	7	[illegible]
92	4	5	1	4	120	4	9	3	1	148	5	2	8	[illegible]
93	4	5	3	0	121	4	9	4	6	149	5	3	0	[illegible]
94	4	5	4	6	122	4	9	5	9	150	5	3	1	[illegible]
95	4	5	6	2	123	4	9	7	3	151	5	3	2	[illegible]
96	4	5	7	8	124	4	9	8	6	152	5	3	3	[illegible]
97	4	5	9	4	125	5	0	0	0	153	5	3	4	[illegible]

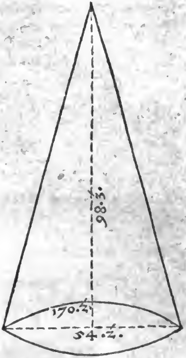
Mēſ	Diametri.				Mēſ	Diametri.				Mēſ	Diametri.			
154	5°	3'	5''	9'''	183	5	6	7''	8'''	212	5°	9	6''	2'''
155	5	3	7	1	184	5	6	8	8	213	5	9	7	2
156	5	3	8	3	185	5	6	9	8	214	5	9	8	2
157	5	3	9	4	186	5	7	0	8	215	5	9	9	1
158	5	4	0	6	187	5	7	1	8	216	6	0	0	0
159	5	4	1	8	188	5	7	2	8	217	6	0	0	9
160	5	4	2	8	189	5	7	3	8	218	6	0	1	8
161	5	4	3	9	190	5	7	4	8	219	6	0	2	7
162	5	4	5	1	191	5	7	5	8	220	6	0	3	6
163	5	4	6	2	192	5	7	6	8	221	6	0	4	6
164	5	4	7	3	193	5	7	7	8	222	6	0	5	5
165	5	4	8	4	194	5	7	8	8	223	6	0	6	4
166	5	4	9	5	195	5	7	9	8	224	6	0	7	3
167	5	5	0	6	196	5	8	0	8	225	6	0	8	2
168	5	5	1	7	197	5	8	1	8	226	6	0	9	1
169	5	5	2	8	198	5	8	2	8	227	6	1	0	0
170	5	5	3	9	199	5	8	3	8	228	6	1	0	9
171	5	5	5	0	200	5	8	4	8	229	6	1	1	8
172	5	5	6	1	201	5	8	5	7	230	6	1	2	6
173	5	5	7	2	202	5	8	6	7	231	6	1	3	5
174	5	5	8	3	203	5	8	7	7	232	6	1	4	4
175	5	5	9	3	204	5	8	8	7	233	6	1	5	3
176	5	6	0	4	205	5	8	9	6	234	6	1	6	2
177	5	6	1	4	206	5	9	0	6	235	6	1	7	1
178	5	6	2	5	207	5	9	1	5	236	6	1	8	0
179	5		3	5	208	5	9	2	5	237	6	1	8	8
180	5	6	4	6	209	5	9	3	4	238	6	1	9	7
181	5	6	5	6	210	5	9	4	3	239	6	2	0	6
182	5	6	6	7	211	5	9	5	3	240	6	2	1	4

C A.

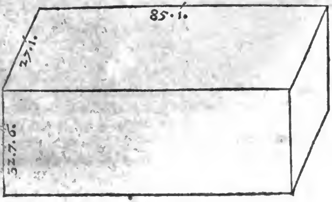
CAPVT XXV.

De Coni stereometria: deq; Conimetricæ regulæ fabrica. Coni altitudinis directio, est triens altitudinis.

Basis coni est planũ rotundũ: cuius longitudo, periphereiæ dimidium est; latitudo, radius. Altitudo coni directa, est tertia pars altitudinis a vertice ad basin. Factus igitũ a plano basios coni, & triente altitudinis, soliditas est: quia conus subtripl' est cylindri, basi & altitudine æqualis: e prop. 10, lib. 12 Eucl.



Exempli gratia, quæratur soliditas & capacitas coni, cuius basios diameter poll. 54.2': altitudo 98.3'. Lõgitudo basios, seu dimidiũ periphereiæ; e regione diametri 54.2', in canone plani circu-



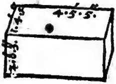
laris est 85.1′ — Latitudo est 27.1′. Hinc planities in eodem canone datur 2307.3′. Quæ per altitudinis trientem, 32.7′.6″.6‴ —, facit soliditatem cuborum 75600.9′.9″ —, hoc est, Vehem.1, Ohmam 1, Quartal. 11, Mens.0, quadr. 3¼.

Eadem producitur soliditas 75602, si basios 2307.3′ triens, nim. 769.1′. tota altitudine 98.3′ multiplicetur.

Planities, 2 3 0 7. 3′
Altitudo; 3 2. 7′. 6″. 6‴.

1 3 8 4 3 8
1 3 8 4 3 8
1 6 1 5 1 1
4 6 1 4 6
6 9 2 1 9

7 5 6 0 0. 9′. 9″. 1‴. 8⁗.





Aliud exemplum. Poculi conici, cuius basios diameter poll. 2.9′ altitudo 6.1′, quæritur soliditas. Diameter basios 2.9′, in cyclico exhibet aream planam 6.6′. — quæ per altitudinem directam, nimirum 2.0′.3″.3‴ — facit soliditatem 13.4′ — hoc est, quadr. 0⅛. Reperitur autem longitudo basios in cyclico, 4.5′.5″. Latitudo est radius, videlicet 1.4′.5″.

Altitudo 2. 0′. 3″. 3‴.
planities 6. 6′.

1 2 1 9 8
1 2 1 9 8

1 3. 4′. 1″. 7‴. 8⁗.

Quot huiusmodi pocula constituunt mensuram? Si cubi 13.4′, æquantur vni poculo: ergo cubi 125.0′, æquantur poculis 9.3′ — & proinde mensura continet eiusmodi pocula noue, cum tribus decimis vnius poculi.

```
        1
        3 1
      4 4 8 2
  1 2 5.0.0.9 (pocul. 9.3′.2″.—
    1 3 4 4 4
      1 3 3
        1
 ─────────────
  1 2 0.6 2 8
      4 0 6.
        2
```

Exemplum aliud.

Esto conus, cuius basios diameter 50.2′: altitudo 123.4′. Diameter basios in tabella circulari planitiem habet 1979.3′— quæ per altitudinem directam, nimirum 41.1′.3″.3‴— facit soliditatem 81414.5′— hoc est, Vehem 1, Ohmas 2, Quartal. 2, Mens. 3, quadrant. 1 $\frac{1}{4}$.

Exemplum aliud. Esto conus, cuius basios diameter poll. 162.8′. altitudo, poll. 324.6. Diameter basios in cyclica non exstat. Eius autem pars dimidia, poll. 81.4′. aream in canone habet 52⁓4.2′.2″.8‴.— quæ (vt cap. 16. huius docetur) quadrato denominationis segmenti, videlicet quaternario, multiplicata, planitiem datæ diametri 162.8′. promit, pollicum quadratorum 20816.9′.— Hæc per altitudinis trientem, nim. 108.2′. facit soliditatem, cub. 2252388.5′.8″.— hoc est, Vehes 37, Ohmas 3, Quartalia 4, Mens. 3, quadrant. o $\frac{1}{2}$.

```
Planities   2 0 8 1 6. 9′.
                1 0 8. 2′.
            ──────────────
              4 1 6 3 3 8
          1 6 6 5 3 5 2
      . 2 0 8 1 6. 9
      ────────────────────
      2 2 5 2 3 8 8. 5′. 8″
```

Speciatim quoq; conimetrica regula parari potest e regula cylindrimetrica: si, manentibus basimetris partibus, altimetræ singulæ trifariam æquabiliter secentur. Horum autem segmentorum quodlibet mensuram dabit altitudinis: denisq; scrupulis primis dirimetur. Quod si retinere altimetras partes placeat: basimetrarum numeri triplicari debent. Nam vnius men- *Conimetrica regulæ fabrica.*

ſuræ cylindrimetricę diameter, eſt trium menſurarum conimetricę diameter: duarum cylindrimetricæ, eſt ſex conimetricæ; & ſic deinceps quælibet diameter cylindrimetricæ, triplicis eſt potentiæ in conis metiendis. Quare 12 menſurarum diameter cylindrimetricæ, erit 36 menſurarum diameter conimetricæ. Proinde ſpatium illud diuiſum in ſex partes æquales, exhibebit ſex quadratas conimetricæ diametros: quæ porro continuari, & (prima ſeu monometra in 1000 partes diſtincta) interiectæ quoque diametri e canone laterum quadratorum inſeri poſſunt.

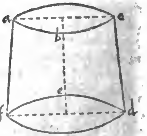
CAPVT XXVI.

De vera Coni curti ſtereometria. Vbi de cono curto abſoluendo.

Conus curtus a conico faſtigii experte, baſique gemina comprehenditur: vt in a b c d e f videre eſt.

2. Eius directio perfectionem geodæticam prius requirit: vt altitudo coni partibus ſuis abſoluti innoteſcat. Hæc directio excipit tum totius coni, tum adiectę faſtigiatæ partis: vt tandem faſtigii ſoliditate totius ſoliditati detracta, curtæ partis ſoliditas relinquatur.

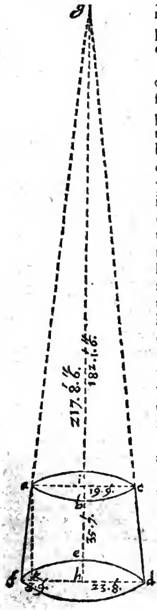
3. Perfectio coni geodætica in plano commodiſſime inſtituitur: latera curta ad mutuam interſectionem continuando.



Coni curti vtraq; baſis dirigi poteſt: ſed altitudo propter inordinationem curticoni nequaquam, niſi perficiatur conus Pars ergo faſtigiata deficiens curtæ parti adiungenda: vt altitudo totius pateat. Quoniam vero ſimplex altitudo heic quæritur: perfectionem coni in plano abſoluere ſatis eſt: pro cono curto a b c d e f, triangulum curtum a c d f adſumendo: diametros baſium a c, & f d, pro ipſis baſibus a b c, & f e d: gemina vtrinq; latera a f, & c d, pro vna conica ſuperficie a f b e c d. Hinc, lateribus f a, & d c, ad interſectionem in g protenſis, conicum triangulum f g d in plano abſolutum eſt.

4. Altitudo coni perfecti, eſt perpendicularis a vertice coni ad maioris baſios centrum: quæ in plano delineata, cum radio baſios maioris, & latere conico, duplex triangulum orthogonium æquale comprehendit.

5. Huius



5. Huius trianguli datur crus alterum, nimirũ radius basios maioris: datur etiam reliqui cruris pars, altitudo videlicet curta: quæritur autem crus hoc integrum, seu coni perfecti altitudo.

Vt in schemate: conus in plano perfectus, est f d g. Basis maior f d: minor, a c. Altitudo perfecta, h g: curta h i. Latera, f g, & d g. His duplex triangulum rectangulum æquale efformatur: f h g, & d h g. Datur vero radius maioris basios, f h, pollicum 23.8'. minoris basios radius a i, poll. 19.9'. altitudo curta, h i, poll. 35.7'. Quæritur altitudinis perfectæ h g quantitas, in partibus eiusdem mensuræ.

6. Inuentio autem perfectæ altitudinis est e triangulo alio minore, notorum crurum; dato triangulo & angulis æquali, & ob id homologis lateribus proportionali: quod construitur, demittendo perpendicularem ab extrema diametro minoris basios, ad basin maiorem: vt crura huius trianguli sint, perpendicularis demissa, curtæ altitudini æqualis; & segmentum, quo maior radius minorem excedit.

7. Notis ergo minoris huius trianguli cruribus: vt segmentum datum est ad perpendicularem datam; ita radius datus basios maioris, ad perfecti coni altitudinem quæsitam.

Altitudo coni absoluti h g, & radius basios amplioris f h, crura sunt trigoni rectanguli f h g. E dato autem radio f h, pollicum 23.8', & parte altitudinis h i, pollicum 35.7', inquirẽda est altitudinis perfectæ h g quantitas. Quod fit, constituendo e duabus hisce datis magnitudinibus

triangulum aliquod crurum notorum, & ad crura dati trianguli f h g proportionalium. Tale vero triangulum æqualium cum dato triangulo f h g sit angulorum necesse est: nam triangula proportionalia cruribus æqualis anguli, sunt æquiangula: e prop. 6. lib. 6. Eucl. Exstruitur porro hoc trigonum, a termino basios minoris a ad maiorem basin f d, perpendicularem a k ducendo. Hinc etenim triangulum f a k surgit, dato triangulo f g h angulis æquale. Recta namque a k, in triangulo f g h, quia parallela est basi h g; desecat triangulum f a k, æquiangulum toti f g h: per consectar. elementi 9. lib. 7. Geometriæ P. Rami. Quod inductione quoq; patet. Nam angulus a f h, æqualis est angulo g f h: quia numero idem est. Et angulus a k f, æqualis est angulo g h f: quia vterque rectus recticrurus: per consect. elem. 8. lib. 3. Geom. Rami. Angulus denique f a k, æqualis est angulo f g h: quia binis angulis duorum triangulorum æquatis, etiam reliqui æquantur: per πόρισμα elem. 3. lib. 7. Geom. Rami. Quare triangulũ f a k, angulis æquale est triangulo f g h. Verum & cruribus idem eidem est proportionale: quia ambo sunt æquiangula: per prop. 4. & 5. lib. 6. Eucl. Vt enim f k ad k a, ita f h ad h g. Et, vt f k ad f h, ita h i ad h g. Nota autem sunt crura minoris huius trianguli: alterum enim k a, curtæ altitudini h i æquale, pollicum est 35. 7'. reliquum, est excessus, quo maior radius f h poll. 23. 8'. minorem a i poll. 19. 9'. superat, nimirum f k, poll. 3. 9'. Quamobrem aurea proportionum regula, e crurum notorum trianguli recens constructi ratione, altitudinem quæsitam concludit, hoc modo: Vt 3. 9'. ad 35. 7'. ita 23. 8'. ad 217. 8'. 6''. —— Vel: vt 3. 9'. ad 23. 8'. ita 35. 7'. ad 217. 8'. 6''. —— Coni ergo perfecti altitudo est poll. 217. 8'. 6''. Generatim ita licet inferre: Vt differentia radii maioris & minoris ad curtam altitudinem; ita radius maior ad totam seu perfectam altitudinem: itemque permutatis terminis,

Vt 3. 9'. ad 23. 8'. ita 35. 7'. ad 217. 8'. 6''.

```
  23. 8'.
 -------
  2856
 1071
 714
 -------
 849.6'.6''.0'''.(217.8'.6''.
 3.9'.
```

1. Con-

8. *Cono ita perfecto, directio instituitur tum absoluti coni, tum fastigii additi, seorsim cuiuslibet, e plano basios, & triente altitudinis.*

9. *Postremo soliditas minoris coni, a soliditate maioris subducitur: & restat curti coni soliditas.*

Curti coni directio non nisi implicite seu oblique fieri potest, dirigendo conum geminum, quorum vnus minor est, vt in superiori diagrammate a c g, pars videlicet curtum conum absoluens: alter maior f d g, e minore curtoque conis compositus. Praxis stereometrica sic instituitur. Maior conus basios diametrum habet f d, pollicum 47.6': altitudinē h g, poll. 217.8'.6".—— cuius triens 72.6'.2". Diameter in cyclico canone dat planitiem 1779.5'.9". quæ per altitudinis trientem 72.6'.2". facit soliditatem 129233.8'.—— Minor conus basios diametrum habet a c, pollic. 39.8'. altitudinem i g, poll. 182.1'.6".(parte enim 35.7', detracta toti 217.8'.6", relinquitur pars 182.1'.6":) cuius triens 60.7'.2". Diameter in circulari tabella dat planitiem 1244.1'.5".—— quæ per altitudinis trientem 60.7'.2". facit soliditatem 75544.8'.—— Tandem soliditas minor a maiore subtracta, relinquit soliditatem coni curti 53689.0': quę sunt Ohmæ 5, Quartalia 7, Mens. 1. quadr. 2.

Constructio parallelepipedi, cono curto æqualis.

Dirigitur basis coni curti alterutra, maior, vel minor: vt semiperipherεia basios conicæ, sit lōgitudo basis parallelepipedi; & radius, latitudo eiusdē. Hinc soliditas coni curti diuiditur plano directæ suæ basios: & quotus altitudinem exhibet æqualis parallelepipedi. Vt, in exemplo proposito, basis curti coni maior, e regione diametri suæ 47.6'. in cyclico habet semiperipherεiam poll. 74.7'.7".—— quæ longitudo est basios parallelepipedi construendi. Eiusdem basios radius, poll. 23.8'. latitudo est. Ex his planus oritur maioris basios 1779.5'. in cyclica tabula: quo diuisa soliditas coni curti, nim. poll. 53689.0'. exhibet altitudinem parallelepipedi quæsitam poll. 30. 4'.7".—— Idem quoque minoris basios conicæ directione præstari potest. Hęc enim e regione diametri suæ 39.8'. in tabella circulari semiperipherεiam habet, poll. 62.5'.2".—— quæ longitudo est basios parallelepipedi Latitudo eiusdem est radius, poll. 19.9'. Hinc planus in cyclica inuenitur 1244.1': quo diuisa coni curti soliditas, nimirum 53689.0', altitudinem suppeditat quæsitam, poll. 43.1'.5".——

CAPVT XXVII.

De alio curt:coni stereometriæ modo, per Metamorphosin conocylindraceam.

CVrticoni modo tradita est geodæsia: quæ tamen aliter quoque. & facilius, citra coni perfectionem, cylindri instar, absolui potest. Nam curticoni transformatione coni cylindrica instituta: stereometria e plano basios & altitudine promta est.

2. *Transformatio hæc curticoni in cylindrum æquicapacem, manente curticoni altitudine, primo basium datarum areas sibi inuicem exæquat: deinde cylindraceum æquatæ basios excessum, conico decremento proportionali compensat, & corrigit.*

Ordinata figura est æquitermina, & æquiangula: elem. 7. lib. 4. Geom. P. Rami. Proinde curticonus vtroquenomine inordinatus est: cylindrus vero rectus, cui bases oppositæ sunt parallelę, & ad altitudinē perpendiculares, quia figuram non quidem æquiterminam, sed tamen æquiangulam habet; ob id non absolute ordinatus, verum coni respectu ordinatior, seu minus inordinatus vocari meretur. Inæquales enim curticoni bases, superficierum terminantium, gibbæ, & planarum, angulorumque, omnimodam inæqualitatem & inordinationem: cylindri autem bases æquales, superficierum terminantium & angulorum aliquam æqualitatem ac ordinationē faciunt. Cum igitur coni curti geodæsia, perfectionem coni molestam, geminique coni stereometriam, requirat: vitandi huius fastidii gratia, facile nō minus quam iucundum hoc transfigurationis coni atq; cylindri compendium perquisiuimus.

Transmutatio porro nostra coni, seu figuræ minus ordinatæ, in cylindrum, figuram ordinatiorem, circa id quod in data figura curticonica inordinatius est occupatur: nimirum circa solas bases; manente altitudine.

Huius mutationis basium partes duæ sunt: prior, Æquatio basium cylindracea: posterior, Correctio conica.

3. *Aequatio curticoni basium perfacilis est, e coniunctarum arearum bisectione.*

Exempli gratia: esto curticonus, cuius basios maioris diameter poll. 47.6′: minoris diameter poll. 39.8′. altitudo poll. 35.7′. Areæ diametri maioris 1779.5′.9″—, & minoris 1244.1′.5″—, coniunctæ, faciunt 3023.7′.4″: quarum dimidium 1511.8′.7″, est basis cylindraceę æquata.

Diametri basios maioris 47.6′. area, 1779.5′.9″. } add.
minoris. 39.8. area, 1244.1′.5″. }

3023.7′.4″. totum.
Area basios æquatæ; 1511.8′.7″. dimidium.

4. *Correctio conica basios æquatæ, basin altitudini curticonicæ proportionatam suppeditat: & instituitur ex area diametri æquatæ, seu circuli medii ipsius curticoni: differentiæ triente minori areæ addito; vel besse eiusdem maiori area detracto. Unde area prodit conocylindrica quæsita.*

Curticonus, basibus coniunctis, & rursum dimidiatis, æquatus, nondum tamen cylindri naturam omnino induit. Quemadmodum enim soliditas coni integri, duabus tertiis, seu besse, minor est soliditate cylindri basibus & altitudine æqualis; e prop. 10. lib. 12. Euclidis: ita etiam coni curti soliditas minor sit necesse est soliditate cylindri basibus & altitudine æqualis: quia curticonica figura, respectu cylindraceæ isoperimetræ, inordinatior, & proinde minor exsistit: per elem. 11, lib. 4, Geom. P. Rami. Hinc basin iunctarum dimidiam haud esse veram, sed conocylindrica maiorem, euidens est. Quo etiam fit, vt basis illa æquata, multiplicata cum altitudine curticoni, soliditatem iusta maiorē exhibeat. Vt in exemplo proposito: æquatæ basios area 1511.8′.7″, cum altitudine curticoni 35.7′. multiplicata, soliditatem facit 53973.7′: quæ vera dati curticoni soliditate 53689.0′, (e doctrina capitis proxime præcedentis inuenta,) maior est 284.7′.

Area basios æquatæ, 1511.8′.7″.
Altitudo, 35.7′.

10 5 8 3 0 9
7 5 5 9 3 5
4 5 3 5 6 1

Soliditas maior, 53973.7′.5″.9‴.
vera, 53689.0′.

Excessus, 284.7′.

Hic

Hic autem excessus soliditatis, caussam habet excessum areæ basios æquatæ: qui corrigendus est adminiculo areæ diametri æquatæ: deducendo aream hanc, ab area basios æquatæ: & tertiam partem differentiæ, ad aream diametri æquatæ adiiciendo. Areis enim æquatæ basios, & diametri æquatæ inuicem collatis: illa conocylindricam duplo eius excedere deprehenditur, quo ista conocylindrica eadem minor est. Quare excessus basios æquatæ, sunt duo trientes differentiæ arearum æquatæ basios, & æquatæ diametri: defectus autem areæ diametri æquatæ, est triens eiusdem differentiæ dictarum arearũ. Sic in exemplo nostro, diameter maior est poll. 47.6′, & minor 39.8′: compositarum dimidium, nempe poll. 43.7′, est æquata diameter.

Diameter maior, 47.6′.
minor, 39.8′.
composita, 87.4′.
æquata, 43.7′.

Huius æquatæ diametri area, in cyclico reperta, 1499.9′.2″, subtrahenda est ab area æquatæ basios 1511.8′.7″: & differentiæ 11.9′.5″, triens, nimirum 3.9′.8″, areæ diametri æquatæ 1499.9′.2″, addendus; vel bes, nimirum 7.9′.6″, ab æquatæ basios area 1511.8′.7″, detrahendus: sic enim pariter vtrobique area vera producitur basios conocylindricæ, 1503.9′: quæ multiplicata per altitudinem 35.7′, veram dati curticoni soliditatem 53689. constituit.

Area basios æquatæ 1511.8′.7″.
diametri æquatæ 1499.9′.2″.
Differentia 11.9′.5″. } add.
triens 3.9′.8″.
Area conocylindrica, 1503.9′.0″.

Vel:

Area æquatæ basios 1511.8′.7″.
diametri 1499.9′.2″.
differentia, 11.9′.5″. } subtrah.
bes 7.9′.6″.
Area conocylindrica, 1503.9′.1″.

Eadem quoq; basis elicitur, si soliditas curticonica 53689, altitudine curticoni 35.7′, diuidatur: hoc modo:

Soliditas, 53689.0′.0″.0‴. (basis: 1503.8.′9″.
altitudo, 35.7′,

Praxis hæc correctionis arearum planarum, e solidorum stereometria facilius intelligi potest. Nam soliditas cylindri, per aream basios æquatæ formati, vera curticoni soliditate maior; & soliditas cylindri, per aream diametri æquatæ constituti, eadem vera soliditate minor deprehenditur: ea proportione, vt excessus illius, ad istius defectum duplus semper exsistat. Ita soliditas dati curticoni vera, superius coni perfectione inuenta est 53689.0′: altera autem eiusdem soliditas, e basios æquatæ area, est 53973.7′, maior vera 284.7′: rursusque tertia eiusdem soliditas, ex area diametri æquatæ 1499.9′.2″, per altitudinem 35.7′, prodit 53547.1′, minor vera soliditate 141.9′. Vbi excessus duplus est ad defectum: nam bis 141.9′, faciunt 283.8′. [*Obiter heic notetur, leuiculam & nullius momenti esse differentiam 283.8′, & 284.7′. nimirum, nouem primorum scrupulorum: eamq; discrepantiam ortri e decimis cyclicæ tabellæ, verarum minutiarum ἐν πλάτει vicariis*] Ratio problematis est: quod area basios æquatæ 1511.8′.7″, cum altitudine curticoni 35.7′, complectitur soliditatem mistam, duplicis generis; nimirum & veram integramque curticoni soliditatem 53689.0′, & præterea abundantiam illam cylindraceam 284.7′, (qua cylindrus datum curticonum æqualium basium & altitudinis superat) ortam e multiplicatione cylindracea totius basios æquatæ, per totam altitudinem; loco multiplicationis conicæ, vel totius basios per altitudinem proportionatam, vel totius altitudinis per basin proportionatam. Area vero diametri æquatæ 1499.9′.2″, cum altitudine curticoni 35.7′, vnius saltem generis soliditatem producit, videlicet curticonicæ soliditatis partem 53547.1′, cui 141.9′ desunt ad totam curticonicam soliditatem complendum: qui defectus subduplus est, ad mistæ soliditatis excessum. Hinc tandem correctionis exstruitur artificium. De maiore enim cylindro, mistæ soliditatis conicæ, & excedentis cylindraceæ, 53973.7′, subtractus minor cylindrus, soliditatis simpliciter conicę, sed incõpletæ, 53547.1′, relinquit cylindrum mistæ soliditatis conicæ, & simul conicam excedentis cylindraceæ, 426.6′. Quoniam autem non nisi curticonica soliditas hoc loco quæritur; atq; cylindrus

lindrus quilibet coni æqualis basios & altitudinis triplus est, e prop. 10. lib. 12. Eucleidis: ob id cylindri postremo inuenti tertia pars 142.2', conica exsistens, soliditati homogeneæ 5 3 5 47. 1' adiicitur: vnde soliditas oritur curticonica perfecta 5 3 6 89. Vel, quod eodem recidit, duæ tertiæ dicti cylindri partes 284.4', excessum repræsentantes cylindraceum, a soliditate mista 5 3 9 7 3.7' subducuntur: vnde itidem vera soliditas curticonica relinquitur, 5 3 6 8 9.

Dicta autem hactenus de proportione cylindrorum æquealtorum, ex area basios æquatæ, & diametri æquatæ; eadem basibus quoque ipsorum conueniant, necesse est: quod videlicet area basios æquatæ maior sit conocylindrica vera; & area diametri æquatæ minor eadem; in dupla excessus ad defectum ratione. Bases enim æquealtorum cylindrorum, sunt vt ipsi cylindri: e prop. 11. lib. 12. Eucl. Quare basios æquatæ area, cum sit planities mista e tota conocylindrica, & abundantia cylindracea, qua cylindrus constituendus datum curticonum æqualis basios & altitudinis superat: area vero diametri æquatæ, sit pars planitiei conocylindricæ, defectum habens subduplum abundantiæ cylindraceæ: si hæc ab illa subtrahitur, pars scilicet conocylindrica, a toto conocylindrico, & abundantia cylindracea; necessario relinquitur tum pars conocylindricam planitiem (vt sic loquar) integrans; tum cylindracea illa exsuperantia, ad conicam planitiem integrantem dupla. Vnde, differentia arearum basios æquatæ, & diametri æquatæ, trifariam secta: hinc triente addito areæ basios æquatæ; vel besse demto areæ diametri æquatæ: prodit area conocylindrica vera. Exemplum vnum præcessit: plura mox sequentur.

5. Tandem area conocylindrica, cum data curticoni altitudine, cylindrum efformat dato curticono æqualem. Quod erat faciendum.

Cylindrus, comprehensus gemina basi conocylindrica, & data curticoni altitudine, æqualis est capacitatis cum dato curticono. Vt, basios conocylindricæ area in superiori exemplo est 1 5 0 3.9', altitudo 3 5.7': quibus inuicem multiplicatis, surgit cylindri soliditas 5 3 6 8 9. 2'.3": quæ facit Ohmas 5, Quartal. 7, Mens. 1, quadrant. 2.

Area conocylindrica 1 5 0 3. 9'.
Altitudo curticoni 3 5. 7'.

1 0 5 2 7 3
7 5 1 9 5
4 5 1 1 7

ſoliditas, 5 3 6 8 9. 2'. 3''.

Notandum (quod & alias monuimus) calculum hoc loco nonnihil variare a ſtereometria perfectionis conicæ, proxime præcedētis capitis 16: tum, quia decimæ vicariæ, minutiarum verarum ;;;;;;; accurationē haud adſequuntur; tum quia in coni abſolutione interdum altitudinis tantillum negligitur. Sed error hic tolerabilis eſt: neque geodæſiam deprauare poteſt.

Exempla.

Eſto curticonus, cuius baſios maioris diameter poll. 40.4': minoris, poll. 36.4': altitudo, poll. 30.1'. Quæritur capacitas?

Diametri maioris 40.4' area, 1 2 8 1. 9'. 4''.
minoris 36.4' area, 1 0 4 0. 6'. 6''.
76.8' 2 3 2 2. 6'. 0''. area baſios compoſ.
1 1 6 1. 3'. 0''. area baſios æquatæ.
æquatæ 38.4' area, 1 1 5 8. 1'. 6''. area diam. æq.
3. 1'. 4''. differentia.
1. 0'. 4''. 6'''. triens.
1 1 5 9. 2'. 0''. 6'''. area conocylindrica.
3 0. 1'. altitudo cupæ.

1 1 5 9 2 0 6
3 4 7 7 6 1 8
3 4 8 9 2. 1'. 0''. 0'''. 0''''. ſoliditas.

hoc eſt, Ohm. 3. Quartal. 9. Menſ. 3. Quadr. 0½.

Aliud exemplum curticoni, cuius altitudo 27.6'.

Diametri maioris 54.5' area, 2332.9'.2''.
minoris 50.3' area, 1987.2'.0''.
104.8' 4320.1'.2''. area baſios compoſitæ.
2160.0'.6''. area baſios æquatæ.

æquatæ

æquatæ 5 2.4′ area, 2 1 5 6. 6′. 0″ area diam. æq.
3. 4′. 6″. differentia.
1. 1′. 5″. 3‴. triens.
2 1 5 7. 7′. 5″. 3‴. area conocylindrica.
2 7. 6′. altitudo.
1 2 9 4 6 5 1 8
1 5 1 0 4 2 7 1
4 3 1 5 5 0 6
5 9 5 5 3. 9′. 8″. 2‴. 8⁗. soliditas.
Ohm. Quartal. Mensf. Quadr.
5. 19. 0. 1 1/4.

Exemplum aliud curticoni, cuius alt°. 3. 5′.
Diametri maioris 2.9′. area, 6. 6′. 0″.
minoris 1.4′. area, 1. 5′. 3″. } addend.
4.3′. 8. 1′. 3″. area basios compositæ.
4. 0′. 6″. 5‴. area basios æquatæ.
æquatæ 2.1′. 5″. area, 3. 6′. 3″. area diametri æquatæ.
4′. 3″. 5‴. differentia.
1′. 4″. 5‴. triens.
3. 7′. 7″. 5‴. area conocylindrica.
3. 5′. altitudo.
1 8 8 7 5
1 1 3 2 5
1 3. 2′. 1″. 2‴. 5⁗. soliditas.
h. e. Quadr. 0 1/2 —

Aliud exemplum curticoni, cuius alt°. poll. 9.0′.
Diametri maioris 1 1.0′ area, 95.0′.3″.
minoris 7.0′ area, 38.4′.8″.
18.0′ 133.5′.1″. area basios compositæ.
66.7′.5″.5‴. area basios æquatæ.
æquatæ 9.0′ area, 63.6′.1″.9‴. area diametri æquatæ.

3.1′.3″.6‴.differentia
1.0′.4″.5‴.—triens.

64.6′.6″.4‴.area conocylindrica.
9. 0′. altitudo.

581.9′.7″.6‴.soliditas.
Quartal. 1, Mens. 0, Quadr. 2$\frac{5}{8}$.

Appendicula: de Coni stereometria simili, per metamorphosin conocylindricam.

Curticoni stereometria iam tradita, cono etiam perfecto accommodari potest: licet magis expedita coni sit geodæsia, e basi, & altitudinis triente: vti capite 25 docuimus. Sed praxeos curticonum metiendi certitudo hinc plenius confirmari, & elucescere poterit. Stereometria autem hæc talis est. Dati coni bases æquari debent. Quoniam vero vnica cono basis est; hæc bifariam secta, pro æquata basi sumitur. Ab hac, area radii basios, seu æquatæ diametri, mediiue circuli ipsius coni, detrahitur. Residui tandem pars tertia radii areæ adiicitur: proditq; basis conocylindracea; (quæ semper triens est areæ basios dati coni) cum data altitudine veram coni soliditatem comprehendens.

Exempli gratia; quæritur soliditas coni, cuius basios diameter poll. 56.0′: altitudo 90.6′.

Diametri maioris 56.0′. area, 2 4 6 3. 1′.
minoris 0.0′. area, 0. 0′.

56.0′. 2 4 6 3. 1′. 0″. area basios comp.
1 2 3 1. 5′. 5″. area basios æquatæ.
æquatæ 28.0′. area, 6 1 5. 7′. 7″. area diamet. æquatæ.

6 1 5. 7′. 8″. differentia.
2 0 5. 2′. 6″. triens.

8 2 1. 0′. 3″. area conocylindrica.
9 0. 6′. altitudo.

4 9 2 6 1 8
7 3 8 9 2 7

7 4 3 8 5. 3′. 1″. 8‴. soliditas.

Veh. Oh. Quart. Mens. Quadr.
1. 1. 8. 3. 0$\frac{1}{8}$.

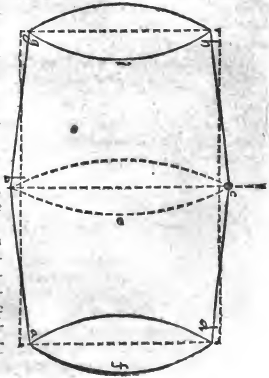
C

CAPVT XXIIX.

De vulgata Curticoni vinarii, tam simplicis, (vernacula lingua Bütten) *quam geminati* (Faß) *transformatione pseudocylindracea, per æquatæ diametri artam instituta. Deque stereometria illius pseudocylindri, defectu peccante. Vbi errores quorundam ἀγεωμετρήτων deteguntur.*

COni curti æmula sunt vasa vinaria nobis vsitata, quæ πίθοι, dolia & cupæ dicuntur.

2. Cupa enim ad conum curtum proxime accedit: quia conico fastigii experte, basiq; gemina cõprehenditur. Differunt tamẽ nonnihil: quod conicum cupæ secundum altitudinem a basi ampliore ad angustiorem tendens, non (vt curticoni) prorsus rectum, sed leuiter fere arcuatum est.



3. Cupa alia Simplex est: alia Geminata.

4. Simplex, duabus basibus inæqualibus constat: maiore & minore.

5. Geminata, vas vinarium est vulgaris vsus, media parte amplius: conos curtos repræsentans geminos æquales, basi communi maiore continuos; & extremis iisque similibus basibus arctiores.

Cupa simplex est a b c d: cuius superficies externa conica curta est, & fastigio destituta: vnde bases geminæ inæquales, b e c, & a f d. Verum superficies conica a c e b, a d f a, interdum non omnino recta est, sed paullulum plærumque incuruata. Quia tamen hæc obliquitas vix est sensibilis, a stereometra citra errorem negligi potest. Geminata cupa est a b g h c d: constans duabus cupis simplicibus, a b c d, & g h c b, continuatis maiore basi communi b e c: quarum extremæ strictiores bases similes, a f d, & g i h.

6. Cupæ eiusmodi genuina directio & stereometria e capitibus 26, & 27 huius, curticoni modo, instituenda: simplex simplicis; geminatæ gemina.

Geminatæ cupæ dimidium dirigitur, si probe fabricata, hoc est, vtrinque æqualis sit cupa, & basibus, & altitudine. Tum absoluta dimidii stereometria, soliditas inuenta bis componitur, vt geminatæ cupæ surgat soliditas. Veluti cupæ a b c d, talis est stereometria, e coni perfectione: positis maioris basios diametro, poll. 42.8′. minoris, poll. 36.2′. & altitudine, poll. 31.2′.

Diam. basios mai. 42.8′	radius 21.4′.	area 1438.7′.8″.
min. 36.2′	radius 18.1′.	1029.2′.5″.
diff.	3.3′.	

Sicuti ergo differentia radiorum 3.3′, ad altitudinem curtam 31.2′: ita radius maior 21.4′, ad altitudinem coni perfecti, nimirum ad 202.3′.2″: cuius triens est 67.4′.4″.

Curta altitudo 31.2′, subducta ab altitudine perfecta 202.3′.2″, relinquit altitudinem conici fastigii deficientis, videlicet 171.1′.2″: cuius triens est 57.0′.4″.

Perfecti, seu maioris coni basis, 1438.7′.8″, per trientem suæ altitudinis, facit 97031.3′. Minoris autem, seu deficientis coni basis, 1029.2′.5″, per tertiam altitudinis propriæ partem, facit 58708.4′.

Minore soliditate a maiore deducta, relinquitur cupæ simplicis a b c d soliditas 38322.9′: quæ bis addita, geminatæ cupæ a b g h c d est soliditas, nimirum 76645.8′: h.e. Veh. 1. Oh. 1, Quartal. 13. Mens. 1. quad. 0½.

Eiusdem vero cupæ conocylindrica geodæsia, e cap. 2 huius absoluitur, si æquata & correcta basis per cupæ altitudinem multiplicetur. Vt in exẽplo proposito; vbi altitudo simplicis cupę est poll. 31.2′: geminatę 62.4′.

Diame-

Diametri maioris 42.8'. area, 1438.7'.8".
minoris 36.2'. area, 1029.2'.5".
79.0'. 2468.0'.3".0"'. area basios compositæ.
1234.0'.1".5"'. area basios æquatæ.
æquatæ 39.5' area, 1225.4'.6".7"'. area diam. æquatæ.
8.5'.4".8"'. differentia.
2.8'.4".9"'. triens.
1228.3'.1".6"'. area conocylindrica.
62.4'. altitudo cupæ
4913264
2456632
7369896
76646.9'.1".8"'.4"". soliditas cupæ gemin.
V. O. Quart. Menf. quadr.
1. 1. 13. 1. $0\frac{5}{8}$

7. Sed Pithometræ vulgares, geodæsiam vasorum vinariorum festinam & extemporaneam desiderantes, pro basibus curticoni inæqualibus, medii circuli, seu æquatæ diametri area vtuntur: & stereometriæ reliquum cylindri instar expeditissime absoluunt.

In omni quidem vasorum genere stereometriæ prompta facilitas exoptāda: cupa vero præcipue tum facilitatem, tum accurationem deposcere videtur. Facilitatem: nam quotidianus & frequentissimus cuparum vsus in vino excipiendo, adseruando, transportandoque, moram calculi difficilioris minime fert. Certitudinem vero magnopere heic œnopolæ requirunt: ne cōmissus error, in liquore nobili ac pretioso, emtori aut venditori grauis accidat atque damnosus.

Quoniam igitur geodæsia curticoni legitima, siue perfectione coni, e cap. 26, siue conocylindrica transformatione, e cap. 27, instituatur, difficultatis non nihil habet: (illa enim altitudinis curtæ integrationem, stereometriā coni gemini, minorisque de maiore subductionem: ista triplicis areæ collationem, requirit.) ideo mechanici, vasis vinarii capacitatem exploraturi, facili sane methodo, figuram dati vasis curticonicam cylindracea æquecapaci permutare student: aream circuli medii, seu diametri æquatæ

ipſius dati curticoni, pro vera baſi concylindrica adſumendo. Hacque baſi cum altitudine data, cylindrum curticono æquecapacem conſtitutum eſſe, arbitrantur. Ex horum ergo præſcripto, ſi cupa dimetienda offeratur, primo baſium inæqualium diametri coniunctæ biſecandæ; vt diameter æquata eliciatur: deinde huius æquatæ diametri area, e cyclico canone tranſſumta, per altitudinē datam multiplicanda; vt datæ cupæ prodeat ſoliditas.

Exempli loco eſto cupa vinaria geminata: cuius baſios maioris diameter 42.8′. minoris diameter 36.2′. altitudo 62.4′. Diametri compoſitæ faciunt 79.0′. quarum dimidium 39.5′. eſt diameter æquata. Huic in tabella plani circularis reſpondet area 1225.4′.6″. quæ per altitudinem 62.4′, multiplicata, producit 76468.7′. ſoliditatem cupæ quæſitam.

Diameter maior 42.8′.
minor 36.2′.
79.0′.
æquat. 39.5′. huius area 1225.4′.6″.
alt. cupæ 62.4′.
490184
245092
735276
ſoliditas cupæ 76468.7′.0″.4‴.

Veh.	Oh.	Quart.	Menſ. quadr.
1.	1.	12.	3. 3.

Aliud exemplum.

Diameter maior: 50.7′. Altitudo, 43.0′.
minor: 45.6′.
96.3′.0″.
æquat. 48.1′.5″. huius area 1820.9′.6″.
altitudo 43.
546288
728384
ſoliditas cupæ, 78301.2′.8″.

Veh.	Oh.	Quart.	Menſ. quadr.
1.	1.	16.	2. $1\frac{1}{2}$

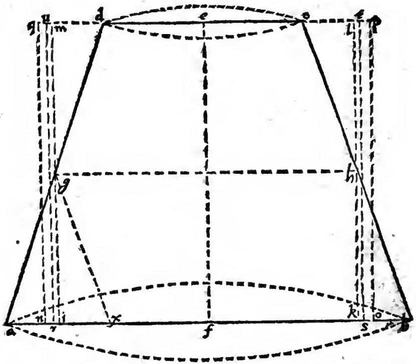
Notan-

Notandum, in cupæ geminatæ ſtereometria duarum ſaltem baſium, maioris ſcilicet minoriſque, fieri mentionem. Extremæ enim baſes, ſi dolium rite paratum ſit, æquales ſibi inuicem exſiſtunt: ideoque heic pro vna habentur, & cum maiore comparantur.

8. Hæc vulgaris cupæ ſtereometria, quia ſoliditatem iuſta minorem exhibet, merito infida & erronea cenſetur.

Facilis ſane, at non æque accurata eſt curticoni illa in cylindrum mutatio, vulgaribus nunc vbique conſueta & familiaris, e baſium ad æquatæ diametri aream æquatione. Cum autem hanc mechanicorum praxin, quæ cōſideratione digna eſt, nemo (quod ſciam) vere atque e fundamentis vnquā explicauerit: nos eam deinceps trutinando ad geometriæ principia reuocare, & quantum valeat expendere conabimur.

Dicimus ergo, receptam vulgo cuparum ſtereometriam, e diametrorum æquatione, mancam eſſe, ſeu defectu laborare. Soliditas enim cylindracea, nata ex altitudine & area circuli medii dati curticoni, vera eiuſdem curticoni ſoliditate minor eſt: quod iam ſupra ad element. 4. cap. 27. exemplo probauimus: & nunc in diagrammate quoque monſtrabimus. Nam eſto curticonus a b c d: cuius altitudo c f, poll. 30. maioris baſios diameter a b, poll. 40; huius area 1256.6′.8″: minoris diameter d c, poll. 20; & area 314.1′.7″. Diameter igitur æquata, ſeu diameter circuli medii g h, eſt poll. 30; & area huius 706.8′.8″. quæ cum altitudine poll. 30. comprehendit cylindrum i k l m, cuborum 21206.4′. Area baſios æquatæ eſt 785.4′.2″. cuius diameter in cyclica reperitur 31.6′.2″.—— Area vero hæc cum altitudine poll. 30. conſtituit cylindrum n o p q, cuborum 23562.6′. Conocylindricæ baſios area eſt 733.0′.6″. cuius diameter in tabula circulari inuenitur 30.5′.5″.—— Area tandem hæc, cum altitudine poll. 30. facit cylindrum r s t u, cuborum 21991.8′.



Cæterum in diagrammate adiecto superficiei curticonicæ & cylindraceę ad medium curticoni circulum in g & h mutua intersectio, segmenta conica ἐναλλὰξ constituta inæqualia habet: maius quidem i g a, ad maiorem basin in ipso curticono: minus m g d, circum basin minorem extra curticonum. Quia igitur curticoni in cylindrum mutatio, per altitudinem mediique circuli aream instituta, segmentum i g a, quod maius est, a dato curticono aufert, & minus segmentum m g d adiicit: necessario soliditas cylindri istius i k l m minor futura est soliditate propositi curticoni a b c d. Segmentum autem conicum i g a, maius esse segmento m g d, vel ipsa minoris m g d in conum translatio seu inscriptio, nimirum i g x, testatur: cum segmentum conicum circumscriptum, segmento inscripto, æqualis basios diametri & altitudinis maius esse, nemo ignoret. Geodæsia igitur cuparum vulgaris accurata non est.

9. Error

9. Error autem triplex potissimum a vulgaribus heic committitur. Primũ etenim in diagrammate, quo cupæ cylindraceam transmutationem in plano delineant, grauissime alucinantur: dum e triangulorum planorum æqualitate, segmentorum conicorum, triangulis illis respondentium, æqualitatem adstruunt.

Hanc equidem erroris ipsorum fere vnicam, vel sane potissimam esse caussam existimo. Cupam enim describentes a d c b, cuius maioris basios diameter a b, minoris d c: medii circuli diametrum adpingunt g h: cui maiorem minoremque diametros exæquant: illi excessum i a, & k b dementes; isti defectum d m, & c l adiicientes. Tum diametrorum æquatarum extrema rectis vtrinque iungunt, m i, & l k. Tandem cylindrum i k l m æqualem dicunt esse curticono a b c d: nam curticono, aiunt, decedere portionem i g a; cylindro autem accedere portionem m g d, quæ prorsus sint æquales, cum & terminantes lineæ, & harum anguli homogenei æquentur. Verum ἀνεκχλύθως hoc loco segmentorum conicorum æqualitatem e trapezii triangulis planis demonstrari, geometris perspectissimum est. Trapeziũ quidem lateribus inæqualibus parallelum, rectangulo ita æquatur; & æquatũ ex æqualium triquetrorum additione ac subductione demonstratur: vt ca. 12. huius videre est. At curticoni secus habet ratio. Segmenti namque conici i g a, basis i a maior est, quia minori circumscripta; latus i g, cylindraceum concauum; latus a g, conicum conuexum. Segmenti autem conici alterius m g d, vel (quod idem) i g x, basis i x minor est, quia inscripta; latus i g, cylindraceum conuexum; latus x g, conicum concauum. Quamobrẽ segmenta i g a, & m g d, lateribus & angulis discrepantia, minime sunt æqualia: ideoque nec cylindrus eorum ablatione & additione constructus, curticono dato æqualis est.

10. Alter est error: quod æquatæ diametri aream pro media habent arearum basium datarum. Cum tamen circulorum rationes non diametris metiendæ sint, sed diametrorum quadratis.

Diametri inæquales æquantur, si coniunctæ bisecantur: vt cupæ, cuius basios maioris diameter est 42.8′, minoris 36.2′, diameter æquata erit 39.5′: quæ a maiore minoreque diametro æqualiter distat, nimirum 3.3′: & geminata, simul vtramque extremam æquat, videlicet 79.0′. Non autem, si diameter 39.5′, media est arithmetice proportionalis diametrorum 42.8′, & 36.2′, propterea etiam area diametri 39.5′, nimirum 1225.4′, media est

arearum diametrorum 42.8′,& 36.2′; ſcilicet 1438.7′.& 1029.2′. Circuli enim non ſunt vt diametri, ſed vt quadrata diametrorum, e propoſ. 2. lib. 12. Eucl. quia plana ſimilia, non eandem, ſed duplicatam habent rationem homologorum laterum, e prop. 20, lib. 6, & prop. 11, ac 18, li. 8. Eucleid. Area autem vere media datarum; eſt dimidium compoſitarum; vt in propoſito exemplo 1233.9′.5″.

11. Tertius vulgarium error eſt: quod ſolam cylindraceam baſium curticoni æquationem, ad metamorphoſin conocylindricam ſatis eſſe opinantur. Nos enim correctionem conicam baſios cylindraceæ (ſiue baſios æquatæ area, ſiue medius circulus pro baſi adſumatur) neceſſario requiri, ſupra demonſtrauimus.

Omnis conus ſubtriplus eſt cylindri æqualti, & æqualis baſios. Ideo curticoni baſes æquatæ, vel biſectione iunctarum baſium, vel circulo æquatæ diametri; conice inſuper corrigendæ ſunt: vt cap. 27. plenius diſſeruimus.

12. Lapſus tamen ſtereometriæ vulgaris cuparum non vbique par eſt: ſed eo grauior, quo magis curticonus a cylindri forma deſciſcit.

13. Leuis quippe eſt error in cupa cylindro valde ſimili: cuius baſium diametri quantitate perparum diſcrepant; in ratione ſcilicet ſeſquiſexta, aut minore. Tum etenim, iactura tolerabili, in vehe liquoris integra ne menſura quidem vna deperit.

Stereometria cuparum per baſin cylindraceam, areæ medii circuli ſimilem, defectu ſemper peccat: minus quidem, ſi cupæ a cylindri forma leuiter deflectant: magis vero ſi plurimum cylindro ſint abſimiles. Cupæ ſiquidem cylindrorum inſtar metiendæ, forma cylindris non multum diſtent neceſſe eſt, ſi geodæſia inculpata futura ſit. Similitudo autem cupæ & cylindri facile hoc loco diametrorum baſium modica inæqualitate iudicatur. Leuiſque inæqualitas ea ſtatuitur, qua non vltra quingenteſimam ſoliditatis partem amittitur. Talis eſt diametrorum inæqualitas in ratione ſeſquiſexta: & omnis minor inæqualitas, in minore quauis ratione, videlicet ſeſquiſeptima, ſeſquidecima, ſuperbipartiente vigeſimas nonas &c. ita vt ſeſquiſexta ratio diametrorum, maxima habeatur inæqualitas, cuius error ſtereometricus leuis cenſeri queat.

Exempli loco eſto cupa, cuius baſios maioris diameter poll. 21: minoris 18. Ratio harum diametrorum eſt ſeſquiſexta, qualis 6 ad 7, qui minimi ſunt huius rationis termini. Area diametri æquatæ eſt 298. 6′. 5″: conocylindrica

lindrica vero 299.2'.4". Desunt igitur priori areæ 5'.9". Vnde si basios pollicibus quadratis 298.6'.5", desunt pollices quadrati 5'.9": ergo & soliditati cuborum 298.6'.5", deerunt cubi 5'.9": cylindri enim æquealti sunt vt bases: ac proinde cubis 60000, seu integræ vehi deerunt cubi 118.5'—+—: quæ soliditas minor est soliditate vnius mensuræ.

Vulgaris geodæsia.

Diameter maior 21.[3] (1 3/7 | 1/6
minor 18.[3]

39.0'.

æquat. 19.5'. huius area 298.6'.5".

Conocylindrica geodæsia.

Diametri maioris	21.0'. area	346.3'.7".	
minoris	18.0'. area	254.4'.7".	
	39.0.	600.8'.4".	area basios compos.
		300.4'.2".	area basios æquatæ.
æquat.	19.5'. area	298.6'.5".	
	diff.	1.7'.7".	
	triens	5'.9".	
	area conocylindr.	299.2'.4".	

Hinc aurea regula ita concludit: Si cuborum 298.6'.5", in æquatione basium vulgari, defectus est 5'.9": ergo cuborum 60000, defectus est 118.5'—+— 5'.9". defectus.

60000. cubi vnius vehis.

Diuid. 35400.0'.0".0.0. (118.5'.3".
Diuis. 298.6'.5".

Aliud exemplum rationis diametrorum supertripartientis quadragesimas septimas.

Diameter maior 50.[3] (1 3/47
minor 47

97.0'.

æquata 48.5'. huius area 1847.5'.2".

Geodæsia conocylindrica.

Diametri maioris	50.0′.	area	1963.5′.7″.	
minoris	47.0.	area	1735.0′.1″	
	97.0.		3698.5′.8″.	area basios compositæ.
			1849.2′.9″.	area basios æquatæ.
æquatæ	48.5′.	area	1847.5′.2″.	
		diff.	1.7′.7″.	
		triens	5′.9″.	
area conocylindrica			1848.1′.1″.	

Æquatio basium vulgaris, in data cupa, & data ratione diametrorum, defectum habet 5′.9″. Vnde, si vulgatæ geodæsiæ soliditas 1847.5′.2″, defectum habet 5′.9″: ergo soliditas 60000, defectum habet 19.1′.6″—.

14. Grauior contra lapsus est stereometriæ, in cupa cylindro valde dissimili, cuius basium diametri quantitate multum diuariant, in ratione nimirum sesquiquincta, vel maiore. Tum etenim liquoris iactura haud contemnenda in quauis vehe minimum vnius est mensuræ; & pluriũ deinceps, quo maior diametrorum adinuicem ratio.

Ea diametrorum inæqualitas magna heic statuitur, qua vltra quingentesimam soliditatis partem amittitur. Talis autem est diametrorum inæqualitas in ratione sesquiquincta; & omnis maior inæqualitas, in maiore qualibet ratione, videlicet superbipartiente nonas, sesquiquarta, &c. ita vt sesquiquincta ratio diametrorum minima habeatur inæqualitas, cuius error stereometricus grauis censeri debeat.

Exemplum, rationis sesquiquinctæ diametrorum.

Geodæsia vulgaris.

Diameter maior	2 8. (superscript 3)	(1 3/2 5 | 1/5	
minor	2 5.		
	3 3.0′.		
æquat.	1 6.5′.	huius area 213.8′.3″.	

Geoda-

Geodæsia conocylindrica.

Diametri maioris 18. 0'. area 254. 4'. 7". } addenda.
minoris 15. 0. area 176. 7'. 2". }

33. 0'. 431. 1'. 9". 0"'. area basios comp.
215. 5'. 9". 5"'. } area basios æquat.
æquatæ 16. 5'. area 213. 8'. 3". 3"'. } subtrahenda.

diff. 1. 7'. 6". 2"'. } addenda.
triens 5'. 8". 7"'. }

area conocylindrica, 214. 4'. 2". 0"'.

Desunt igitur vulgari geodæsiæ 5'. 9". Quod si soliditatis 215. 8'. 3". defectus est 5'. 9": ergo soliditatis 60000 defectus proportionalis erit 1655. 5'. 5".

15. Quare tandem concludimus, vulgarem hanc stereometriam, *ἀκρίβειαν* nunquam attingere: in cupis tamen cylindro parum dissimilibus citra damnosum errorem vsurpari posse.

Stereometria ex area diametri æquatæ tolerari potest, si diametrorum ratio non sit maior sesquisexta. Quod si maior sit diametrorum inæqualitas; vulgaris illa stereometria minime idonea est, nisi correctio adhibeatur: de qua & cap. 27 egimus, & infra quoque cap. 30 tractabimus.

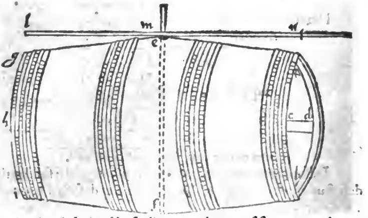
CAPVT XXIX.

De Cautelis quibusdam practicis, in cuparum dimensione notandis.

Stereometria vasis vinarii cautiones aliquas habet practicas, dimensionis diametrorum & altitudinis. Quarum nonnullas subiiciemus.

1. Bases ligneæ, regula gnauiter infra supraque adacta, metiendæ. Qua de caussa ipsius regulæ extremitates non crassas nimis, sed in acumen protensas nonnihil esse, conuenit.

Stereometria enim vasorum internam superficiem considerat: ideoque & bases ligneæ (vt heic a c b d, & g h i) vasis vinarii, interiore sui parte



dimetiendæ eſſent. Quia vero vndique occluſo vaſe hoc fieri nequit: ꝓpterea diametri quãtitas externa parte eo accuratiꝰ eſt adnotanda. Nam vaſis vinarii amplitudo a b c d, foris ad baſes ligneas minor exſiſtens, continuo ad vſque maiorem baſin e f augetur: vnde fit, vt baſios ligneæ diameter interna facie largior paullo ſit externa.

3. Baſi lignea exacte rotunda non exſiſtente, ob fabri negligentiam: diameter eius decuſſatim exploranda, tum arctiore parte, tum ampliore: & differentię dimidium minori quantitati iungendum: totumque pro baſios illius æquata diametro adſeruandum.

Veluti, ſi baſis nonnihil oblongior ſit, vt diameter perpendiculariter (in a b) deprehendatur 18.7′; oblique vero, ſeu tranſuerſim (in c d) 18.5′: tunc diameter æquata erit 18.6′.

4. Baſibus ligneis extremis cupæ geminatæ (quæ probe conſtructæ æquales eſſe deberent) inæqualibus deprehenſis: diameter cuiuſlibet ſigillatim notanda: & differentiæ ſemiſſis minori addendus: totumque pro baſios vtriuſque diametro æquata tenendum.

Vt, ſi diameter anterioris baſios dolii a c b d, ſit 18.6′: poſterioris vero g h i, 18.9′: tunc diameter vtriuſque baſios æquata erit 18.7′.5″.

5. Diameter baſios maioris (qua binę cupę tanquam vniuntur & coëunt) regula per oſculum vaſis perpendiculariter demiſſa, inquirenda: deinde (in vulgari geodæſia) cum minoris baſios diametro conferenda: differentiæ biſegmentum minori addendum: totumque pro æquata cupæ diametro retinendum.

Maioris baſios e f diameter, clauſo vaſe tantum perpendiculariter, non

etiam

etiam transuersim, vt in minoribus basibus, explorari potest. Cauendum autem ne regula oblique demittatur: alias enim, si versus basin alterutram vergeret, lapsus geodæsiæ in excessu oriretur; si ad latera, in defectu. Ceterum, in vulgari cuparum stereometria, basis minoris maiorisque diametri æquandæ: addendo semissem differentiæ (quem mediatrix regula expedite commonstrat) ad minorem diametrum: vnde, si minor diameter sit 18. 7'. 5", & maior 21. 3'. 5": tunc æquata totius cupæ diameter erit 20. 0'. 5".

6. Altitudinis cupæ dimensio perpendiculariter ad bases, non oblique secundum ductum conicæ superficiei, instituenda.

Obliqua etenim altitudo (vt a g ad c & a) vera (ab l ad m & n) maior est: vt patet.

7. Altitudo cupæ inæqualis deprehensa, dimidio differentiæ æquanda.

Vt si altitudo parte vasis superiore (ad a & g) sit 37. 6'; parte autem inferiore (ad b & i) 37. 2': tunc æquata altitudo erit 37. 4'.

8. Altitudinis cupæ dimensio, quia plærumque forinsecus peragenda est; asserum ad basin vtramque exteriorem prominentia, imo & ipsarum basium lignearum crassities, a tota cupæ externa altitudine resecanda. Vbi vulgares prominentiam ad basin triplicatam vniuersæ altitudini detrahere solent, pro ligni tam basium, quam marginum abundantia. Vtriusque enim basios crassitiem, margini vni pæne æqualem esse iudicant. Quamuis non sit hoc perpetuum.

Vt, si altitudo vasis vniuersa sit 37. 4', & marginis 2. 1': tunc triplicata marginis quantitas 6. 3', subtrahitur a 37. 4', & restat vera altitudo 31. 1'.

9. Altitudini proportionale quid addendum, vel detrahendum, si bases ligneæ non prorsus planæ fuerint, sed vel introrsum flexæ, vel foras protuberantes.

10. Ita fabri negligentiæ vtcunque medendum. At dolus œnopolæ non raro geodætem fallit: dum vel imi vasis asserem, osculo obiectum, excauari; vel, qui ad osculum est tenuiorem, reliquos crassiores qua basibus interiacent, qua foris prominent omnes tenuiores, basesque valde crassas, parari curat: vt hac ratione tum diametris, tum altitudini aliquid adcrescat.

Artificiosa stereometria præsupponit vasa rite & affabre, non inscite, nec fraudulenter parata: quorum bases nimirum vere circulares & planæ; asserum item lignearumque tabularum crassities vndiquaq; æqualis ac polita. Mechanicus igitur datæ cupæ figuram diligenter contemplabitur: siq; vel ineptam, vel impostoriam deprehẽderit fabricam; erroris occasionem, prudenter, vt iam monuimus, instituta dimensione, anteuertet. Quod si nihilominus neuus aliquis subsit, animaduersionem oculati & exercitati practici fugiens: calculi lapsus arti minime imputari debet, quę (vt cap. 5. huius patuit) corporum saltem regularium capacitatem scrutatur.

11. Regulæ maioris seu stereometricæ apparatus, conueniens dimetiendis diametris & altitudini; itemque minoris alicuius mediatricis, ad æquationes, & marginum dimensiones idoneæ: industriæ atque arbitrio periti geodætæ permittitur.

Sic enim regula stereometrica aliis continua placet, aliis fracta, quo duæ pluresue eius partes vsu poscente connecti, & rectius basibus applicari queant. Mediatrix autem regula decem pollicum, denis rursum partibus sectorum, sufficere potest; ad medietatem inæqualium diametrorum & altitudinum, marginumq; quantitatem numerandum. De qua paucula heic monenda. Adpinximus mediatricem decem pollicum, centum æqualibus particulis distinctam, in prima columna a: ad dextram vero in eadem regulæ facie, sub litera b, dimidiatas particulas expressimus: versus sinistrã, in facie collaterali, ad c, marginis triplicati numeros.

Vsus mediatricis.

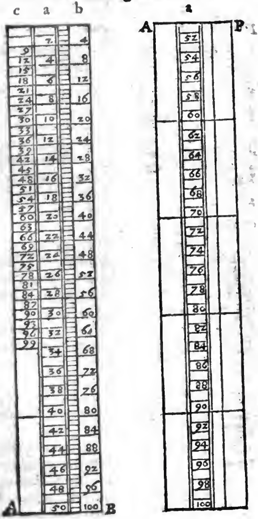
I. Inuentio medietatis differentiæ inæqualium diametrorum, & altitudinum. Notata quantitate minoris & maioris diametri, vel altitudinis, in regula stereometrica: si spatio differentiæ mediatrix applicetur; numerus particularum columnæ a id spatii æquantium innotescit: qui in b columna medii situm protinus ostendit. *Exempli gratia*: si spatium differentiæ diametrorum, sit particularum 34, columnæ a: medium, in stereometrica notandum, est particularum 34, columnæ b. Et, si spatium differentiæ diametrorum, sit particularum $5\frac{1}{3}$, columnæ a, medium est particularum $5\frac{1}{3}$, columnæ b. Item, si spatium differentiæ altitudinum sit particularum 7, columnæ a: medium est particularum 7, columnæ b. &c.

II. In-

II. Inuentio quantitatis, vtriusque & marginis, & basios, ab altitudine vasis amputandæ. Notata quantitate vnius marginis, in regula mediatrice, ad columnam a: si huic & alter, & basios lignea vtriusque crassities, æquari videantur: numerus sinistris sub c adscriptus, detrahendarum altitudini particularum ponit modum. Vt, si margo asserum vltra bases excurrentium sit 20 particularum columnæ a: tum 60 æqualium particularum quantitas ab altitudine resecanda. Si margo sit 17 particularum: tum 51 altitudini demenda.

Quod si margines æquales non sint; æquandi & basium vera crassities, quantum fieri potest accurate, coniectanda: vt excessu altitudinis sublato, geodæsia rectius instituatur.

Mediatricis regulæ delineatio.



CAPVT XXX.

De vera & facilima cuparum stereometria, per æquationem diametrorum basium, conocylindracee correctam: ope regulæ cylindrimetricæ.

STereometria cuparum vulgaris, ex area æquatæ diametri, regulæ nostræ cubimetricæ, vel etiam cylindrimetricę partibus dimensa, defectu laborat subduplo ad excessum stereometriæ ex area basios æquatæ: vt cap. 27 & 28 huius demonstrauimus.

2. Cum autem defectus remedium, deficientis sit additio: subduplo illo ad aream æquatæ diametri adiecto, vice planitiei curticoni mediæ, vera & correcta constituitur area conocylindrica.

3. Id quomodo in vsu cubimetricæ, ministerio cyclici canonis, præstandum sit; (triente differentiæ arearum basios æquatæ, & diametri æquatæ, adiecto ad aream æquatæ diametri) cap. 27 docuimus.

4. Nunc eandem correctionem regulæ etiam cylindrimetricæ accommodabimus. Vbi, loco areæ basios æquatæ, est diameter æquatæ capacitatis datarum cupæ diametrorum: &, loco areæ diametri æquatæ, est diameter æquatæ longitudinis earundem diametrorum.

5. Capacitas hoc loco est quantitas discreta: numerus videlicet mensurarum & scrupulorum diametris adscriptorum. Proinde capacitas vtriusque diametri æquatur, si coniunctarum numeri (non interualla continua) bifariam secantur: vel, si capacitas excessus maioris diametri dimidiata, minori additur.

6. Longitudo est quantitas continua: spatium nimirum ipsarum diametrorum. Quod æquatur, iunctorum interuallorum bisectione: vel, si spatium excessus maioris diametri dimidiatum, minori adiicitur. Et hæc lõgitudinis æquatæ diameter perpetuo minor est diametro æquatæ capacitatis.

7. Hinc corrigitur diameter æquatæ longitudinis, adiecto triente differentiæ capacitatis & longitudinis.

8. Tandem diametrus æquata, & conocylindrice correcta, per altitudinẽ dati curticoni multiplicata, veram eius capacitatem aperit.

Curti-

Curticoni geodæsia, si dimensio regula cylindrimetrica sit facta, quatuor potissimum praxeos suæ partes habet, e demõstratione capitis 27 huius exstructas. Primum enim capacitas datarum diametrorum æquatur: numerando seorsim mensuras & scrupula, quæ excessu maioris diametri clauduntur: horumque dimidium ad minoris diametri capacitatem adiiciendo. Deinde, longitudo quoque earundem diametrorum æquatur: bisecando mediatrice regula eundem maioris diametri excessum. Tertio, æquationis geminæ intercapedo in tres æquales partes (si non capacitatis, quod in abaco fieri potest; saltem longitudinis, in ipsa regula) diuiditur: & harum vna longitudinis diametro adiicitur: vnde vera & correcta prodit diameter. Postremo, diametri sic correctæ, & altitudinis datæ capacitates, inuicem multiplicantur: vt eliciatur dati curticoni capacitas.

Exempli caussa: esto dolium, cuius maioris basios diameter, mens. 10. 0'. 5": minoris, mens. 6. 4'. 3": altitudo (subtracta tamen abundantia basium, & marginum) mensur. 61. 2'. Quæritur capacitas. Heic in regula cylindrimetrica primo creta notantur termini vtriusque datarum diametrorum: & spatii virgulis terminorum interiecti, seu excessus maioris diametri, capacitas accurate numeratur; mensuræ nimirum cum suis scrupulis, quotquot spatio illo continentur: quæ hoc loco sunt, mens. 3. 6'. 2": tum horum dimidium, mens. 1. 8'. 1", additur minori diametro: vnde surgit numeri vel capacitatis æquatio, mens. 8. 2'. 4", virgula notanda. Secundo, mediatricis subsidio, medietas eiusdem excessus maioris diametri quæritur, & creta in regula notatur: quæ longitudinis seu interualli est æquatio, incidens fere in mens. 8. 1'. 4". Tertio, binarum æquationum interstitium, mens. 0. 1', in tres partes dirimitur: & harum vna, scilicet 3". 3"' —longitudinis diametro iungitur: vnde correcta prodit diametrus, mens. 8. 1'. 7". 3"'. Tandem hæc diametrus, mens. 8. 1'. 7". 3"', altitudine mens. 61. 2' multiplicata, producit dolii capacitatem quæsitam, mensur 500. 1'. 8". 7"'. 6"": hoc est, Veh. 1, Quartal. 5, quadr. 0$\frac{1}{4}$.

Cylindrimetrica dimensum hoc dolium, geodæsiam in abaco talem habet.

Diameter maior mensſ.	10. 0'. 5".
minor	6. 4'. 3".
	16. 4'. 8".
Diameter æquatæ capacitatis,	8. 2'. 4".
longitudinis,	8. 1'. 4".
diff.	1'. 0". 0'''.
triens,	3". 3'''.
Diameter correcta:	8. 1'. 7". 3'''.
altitudo,	61. 2'.
	16346
	8173
	49038
Capacitas menſ.	500. 1'. 8". 7'''. 6''''.

Abacum hunc intuenti, ſupputatio geodætica prolixa videri poteſt. Sed certe ſi quis praxin manuariam in regula ipſa aliquoties exercuerit, facilem non minus quam certam deprehendet. Notatis enim in cylindrimetrica diametris, maiore, & minore: differentiæ interuallum ſtatim ſe offert. Huius interualli duplex quæritur mediũ, in ipſo interuallo creta notandum: vnum capacitatis, diametrorum numeris in tabula aliqua compoſitis, & rurſus dimidiatis: alterum longitudinis, mediatrice ſitum in ipſa cylindrimetrica monſtrãte. Iam medii huius gemini interſtitium, (quod fere ſemper puſillum eſſe ſolet) in regula quoq; ipſa trifariam, oculi ſaltem diſcretione, diuiditur; triens diametro longitudinis adiicitur; ibidem creta ſignum figitur; & reliquæ notæ cretaceæ omnes delentur. Tandem correctę diametri capacitas (ad regulæ ſignum creta poſtremo impreſſum) in tabulam cõiecta, altitudine multiplicatur: vt quæſita dolii prodeat capacitas.

Hinc ergo manifeſtum fit, correctionem hanc noſtram ſatis expeditam & veluti extemporaneam eſſe poſſe. Nam ad inuentionem medii capacitatis quatuor numeri in abaco ſcribendi ſufficiunt: videlicet vtraque diametrus, harum totum, & dimidium. Longitudinis autem medium, differentia mediorum, huiuſque triens, non in abaco, ſed in ipſa regula notantur, ſi feſtinandum ſit.

Aliud exemplum.

Esto cupa, cuius maioris basios diameter mens. 5.3′: minoris mens. 4.2′.5″: altitudo mens. 47. Quæritur capacitas.

Diam. mai. mens. 5.3′.0″.
min. 4.2′.5″.
totum, 9.5′.5″.0‴.
dimid. 4.7′.7″.5‴.
Diam. æquat. long. 4.4′.3″.0‴.
diff. 3′.4″.5‴.
triens 1′.1″.5‴
4.5′.4″.5‴

Diam. correct. 4.5′.4″.5‴.
altit. 4 7.
3 1 8 1 5
1 8 1 8 0
Capacit. mens. 2 1 3.6′.1″.5‴.
h. e. Oh. 2, Quart. 13, Mens. 1, quadr. $2\frac{1}{3}$—

Appendix: de coni stereometria simili, per regulam cylindrimetricam.

Geodæsia curticoni modo explicata, cono etiam perfecto congruit. Diametri enim basios geminum quæritur medium: capacitatis, bisecto numero diametri: longitudinis, dimidiato spatio continuo. Tum differentiæ mediorum pars tertia, medio longitudinis additur: vnde correcta emergit diametrus: quæ cum altitudine coni capacitatem exhibet. Exempli gratia: esto conus, cuius basios diameter mens. 7.2′: altitudo, mens. 60. Capacitas inuenitur Oh. 1, Quart. 16.

Diameter, mens. 7.2′.
medium capacit. 3.6′.
longit. 1.8′.
diff. 1.8′.
triens 6′.
diam. correct. 2.4′.
altit. 6 0.
capacitas mens. 1 4 4.0′.

Breuius tamen hæc ipsa coni geodæsia absoluitur, si datæ diametri pars tertia, altitudine tota multiplicatur. Sic enim in exemplo proximo, triens mens. 7.2′. sunt mens. 2.4′. quæ cum altitudine 60. faciunt mens. 144. &c.

CAPVT XXXI.

De vulgarium Pithometrarum regula Pseudocylindrica. Quæ eius fabrica. Et quod non nisi in vno diametrorum rationis genere vere vsurpari queat: in reliquis omnibus fraudulenta sit ac impostoria: ideoq; penitus exterminanda.

GEodæsiam ex altitudine & æquata diametro, cupis regula cylindrimetrica dimensis non satisfacere, sed iusta semper minorem esse, ipsi quoq; vulgares cupametræ forsitan animaduerterunt. Cum autem geodæsiæ huius diminutæ correctio duplex esse queat: vna directa ex additione vel altitudinis, vel planitiei conice proportionatæ: obliqua altera, e segmentorum regulæ strictura: hanc, ceu faciliorem, vulgares delegisse videntur. Segmentis enim vnius eiusdemque spatii seu regulæ cylindraceis, maioribus, & ob id paucioribus, in curticonica ἀναλόγως minora & plura commutatis: non tantum defectus soliditatis vel capacitatis compensatur; sed (vt persuasum illi habent) pithometriæ calculus ex altitudine & æquata diametro promte recteque absoluitur. Ceterum regulam paraturi curticonicam, hanc mediæ alicui diametrorum rationi accommodant: adminiculo & interuentu vasis vinarii, bene (vt loquuntur) proportionati: hoc est, quod medium videtur eorum, quæ frequentius dimetienda occurrere solent; nõ ventricosum nimis, nec omnino rectum. Hinc nimirum regulæ quandam oriri mediocritatem existimant: quæ ad latitudinem aliquam extensa, propinquarum rationum cupas inculpate quasi metiatur, nec notabilem in maiore ratione defectum, aut in minore excessum pariat.

Interim tamen certam fabricæ proportionem minime vel præscribunt, vel in praxi attendunt. Quo fit, vt maior huic, alii minor obtingat, pro dolii regulæ præparandæ inseruientis modulo.

Constructionis vero eam prorsus ineunt rationem, quam cap. 22. huius aperuimus: nisi quod pro cylindro curticonum adsumunt, inæqualibus basium diametris æquatum.

Sed regulas ita e curticono præparatas (quales sunt omnes a vulgaribus descriptæ) in vno saltem cuparum, homologis basium diametris præditarum, genere, vere adhiberi posse; in reliquis omnibus falsas & erroneas esse, firma demonstratione docebimus.

Stereo-

Stereometrica quælibet regula sectionis suæ respicit originem: nec directe alia corpora, nisi quorum in constructione sua dimensiones & veluti characteres impressos accepit, metitur: per consectar. elem. 5, li. 1. Geomet. P. Rami. Indirecte autē ea quoq; corpora metitur, quorū figuræ ad regulæ datæ dimensiones conformari & reduci possunt. Sic cubimetrica, non nisi parallelepipeda rectangula directe metitur: cylindrimetrica, cylindros: conos, conimetrica: curticonica proportionis, verbi gratia, sesquiquartæ diametrorum, similis proportionis curticonos. Pyramide tamen, cylindro, cono, in parallelepipedum rectangulum figurarum directione, conuersis: eorum geodæsiam cubimetrica institui, sed oblique, & veluti opere secundario, nihil vetat. Quod de aliis etiam omnibus regulariter figuratis corporibus accipiendum: comprobante id vniuersa nostra stereometria. Quoniam igitur regula vulgarium curticonica, non nisi ad vnam aliquam diametrorum curticoni inæqualium rationem construitur; teste ipsorummet fabrica, e vase vinario: ideo eadem regula solas cupas, homologis basium diametris præditas, directe metitur: reliquas non nisi oblique, hoc est, ad fabricæ proportionem reductas. Cum autem reductio hæc curticoni ad curticonum, seu inordinatæ figuræ ad aliam inordinatam, tum inepta sit, tum valde laboriosa; nec a cupametris vspiam præcipiatur, directam vasorum omnium vinariorum stereometriam vna & eadem regula curticonica instituentibus: plane conficitur, regulam hanc in cupis vnicam illam fabricæ rationem habentibus, fidam; in reliquis omnibus, vanam & fallacem esse. Exempli gratia: si quis vulgarium cupam deligat ad regulæ suæ fabricam, (factum autem hoc typi publici testantur) cuius basios minoris diameter septem sit partium; maioris, vndecim; quæ ratio est superquadrupartiens septimas: tunc regula hæc non nisi illis doliis recte aptari potest, quorum diametrorum ratio superquadrupartiens septimas existit. In cylindris vero & curticonis aliarum quarumuis proportionum, mendax est & inepta hæc regula: abundans quidē in minoribus rationibus; deficiens in maioribus: idque vel plurimum, in remotis proportionibus; vel modice, in viciniis. Ita namque cylindri, hac regula curticonica dimensi, soliditas, excessum habet, in qualibet liquoris vehe, cuborum, 971, hoc est, Mens. 7, quadr. 3 —. Curticoni diametrorum proportio sesquidecima, in qualibet vehe excessum habet cuborum 926, hoc est, Mens. 7, quadr. 1 —.

Et proportio ſeſquiſexta, frequentiſſime occurrens, in qualibet vehe abundat cubis 853, hoc eſt, Menſ. 6, quadr. 3 $\frac{1}{2}$.— At Proportio ſupertripartiens quartas, defectum in qualibet vehe habet cuborum 481, hoc eſt Menſ. 3. quadr. 3 $\frac{1}{4}$. Qui ſane lapſus ſunt grauiſſimi & intolerabiles. Propinquæ rationes minus exiſtunt deuiæ: nam ſuperquinctupartiens nonas, exceſſum in vehe habet ſaltem cub. 41, hoc eſt, quadr. 1 $\frac{1}{4}$.— Et ſupertripartiēs quinctas, defectū in vehe non niſi cub. 75 habet, hoc eſt, quadr. 2 $\frac{1}{4}$. &c.

Vt autem errores hi diſtinctius pateant: rationes aliquot diametrorum præcipuas, a ſeſquidecima ad duplam, conſiderantes, primo ſubiungemus defectum ſoliditatis in vehe qualibet: ſi nimirum cylindrimetrica regula curticonorum fiat dimenſio; & geodæſia per æquationem diametrorum inſtituatur. Hinc enim diametrorum æquationis & cylindrorum ſtereometriæ, regula quauis pſeudocylindrica peractæ, patebit aberratio.

Defectus curticonorum geodæſia, cylindrimetrica regula & diametrorum æquatione inſtituta.

Ratio ſeſquidecima diametrorum curticoni, 1 $\frac{1}{10}$, vt 11 ad 10, defectum vehis habet cuborum 45: e doctrina cap. 28 huius.

Diametri maioris	11,	area	$95.0'.3''.7'''.0''''$.
minoris	10,	area	$78.5'.4''.3'''.0''''$.
	21		$173.5'.8''.0'''.0''''$.
			$86.7'.9''.0'''.0''''$.
æquat.	10.5'		$86.5'.9''.3'''.6''''$.
		diff.	$1'.9''.6'''.4''''$.
		triens	$6''.5'''.5''''$.

Quod ſi cubi $86.5'.9''.3'''.6''''$, defectum habent $6''.5'''.5''''$: ergo cubi vnius vehis, nimirum 60,000, defectum habebunt 45.0' Eademque praxis & reliquarum eſt rationum.

Seſquinona, 1 $\frac{1}{9}$, vt 10 ad 9, defectum habet cub. 55.
Seſquioctauæ, 1 $\frac{1}{8}$, vt 9 ad 8, defectus eſt 69 cuborum.
Seſquiſeptimæ, 1 $\frac{1}{7}$, vt 8 ad 7, defectus eſt cub. 88.
Seſquiſextæ, 1 $\frac{1}{6}$, vt 7 ad 6, defectus eſt cub. 118.
Seſquiquinctæ, 1 $\frac{1}{5}$, vt 6 ad 5. defectus eſt cub. 165.
Superbipartientis nonas, 1 $\frac{2}{9}$, vt 11 ad 9, defectus eſt cub. 200.
Seſquiquartæ, 1 $\frac{1}{4}$, vt 5 ad 4, defectus eſt cub. 247.

Super-

Superbipartientis ſeptimas, $1\frac{2}{7}$, vt 9 ad 7, defectus eſt cub. 313.
Supertripartientis decimas, $1\frac{3}{10}$, vt 13 ad 10, defectus eſt cub. 340.
Seſquitertiæ, $1\frac{1}{3}$, vt 4 ad 3, defectus eſt. cub. 408.
Supertripartientis octauas, $1\frac{3}{8}$, vt 11 ad 8, defectus eſt cub. 498.
Superbipartientis quinctas,, $1\frac{2}{5}$, vt 7 ad 5, defectus eſt cub. 555.
Supertripartientis ſeptimas, $1\frac{3}{7}$, vt 10 ad 7, defectus eſt cub. 622.
Superquadrupartientis nonas, $1\frac{4}{9}$, vt 13 ad 9, defectus eſt cub. 661.
Seſquialterius, $1\frac{1}{2}$, vt 3 ad 2, defectus eſt cub. 797.
Superquinctupartientis nonas, $1\frac{5}{9}$, vt 14 ad 9. defectus eſt cub. 945.
Superquadrupartientis ſeptimas, $1\frac{4}{7}$, vt 11 ad 7, defectus eſt cub. 987.
Supertripartientis quinctas, $1\frac{3}{5}$, vt 8 ad 5. defectus eſt cub. 1065.
Superquinctupartientis octauas, $1\frac{5}{8}$, vt 13 ad 8, defectus eſt cub. 1136.
Superbipartientis tertias, $1\frac{2}{3}$, vt 5 ad 3, defectus eſt cub. 1251.
Superſeptupartientis decimas, $1\frac{7}{10}$, vt 17 ad 10, defectus eſt cub. 1344.
Superquinctupartientis ſeptimas, $1\frac{5}{7}$, vt 12 ad 7, defectus eſt cub. 1385.
Supertripartientis quartas, $1\frac{3}{4}$, vt 7 ad 4, defectus eſt cub. 1487.
Superſeptupartientis nonas, $1\frac{7}{9}$. vt 16 ad 9, defectus eſt cub. 1568.
Superquadrupartientis quinctas, $1\frac{4}{5}$, vt 9 ad 4, defectus eſt cub. 1632.
Superquinctupartientis ſextas, $1\frac{5}{6}$, vt 11 ad 6, defectus eſt cub. 1710.
Superſextupartientis ſeptimas, $1\frac{6}{7}$, vt 13 ad 7, defectus eſt cub. 1800.
Superſeptupartientis octauas, $1\frac{7}{8}$, vt 15 ad 8, defectus eſt cub. 1852.
Superoctupartientis nonas, $1\frac{8}{9}$, vt 17 ad 9, defectus eſt cub. 1893.
Supernonupartientis decimas, $1\frac{9}{10}$, vt 19 ad 10, defectus eſt cub. 1926.
Duplæ, vt 2 ad 1, defectus eſt cub. 2222.

Exceſſus ſtereometriæ cylindrorum, item curticonorum in cylindros mutatorum: ſi diameter pſeudocylindrica aliqua regula ſit examinata.

Addemus nunc quoq; exceſſum geodæſiæ cylindrorum, & curticonorum in cylindros e cap. 27. huius mutatorum, in vehe qualibet: ſi pſeudocylindrica regula, ad certam aliquam diametrorum proportionem conſtructa, cylindrorum fiat dimenſio. Vnde curticonicæ alucinationem æſtimare licet.

Pſeudocylindrica regula, conſtructa ad rationem ſeſquidecimam diametrorum curticoni, ſi cylindri geodæſiæ adhibeatur, exceſſum in quauis vehe gignit cuborum 45: hoc modo:

Diametri maioris	11	area	$95.0'.3''.7'''.0''''$.
minoris	10		$78.5'.4''.3'''.0''''$.
	21		$173.5'.8''.0'''.0''''$.
			$86.7'.9''.0'''.0''''$.
æquat.	$10.5'$.		$86.5'.9''.3'''.6''''$.
		diff.	$1'.9''.6'''.4''''$.
		triens	$6''.5'''.5''''$.
			$86.6'.5''.9'''.1''''$.

Quod si cubi $86.6'.5''.9'''.1''''$. excessum habent $6''.5'''.5''''$: ergo cubi vnius vehis, nimirum 60,000, defectum habebunt 45 cuborum. Simileque in omnibus reliquis rationibus examen instituetur.

Sesquinona excessum parit 55 cuborum.
Sesquioctauæ excessus est 69 cuborum.
Sesquiseptimæ excessus est 88 cuborum.
Sesquisextæ excessus est 118 cuborum.
Sesquiquinctæ excessus est 164 cuborum.
Superbipartientis nonas excessus est 199 cuborum.
Sesquiquartæ excessus est 246 cuborum.
Superbipartientis septimas excessus est 311 cuborum.
Supertripartientis decimas excessus est 338 cuborum.
Sesquitertiæ excessus est 405 cuborum.
Supertripartientis octauas excessus est 494 cuborum.
Superbipartientis quinctas excessus est 550 cuborum.
Supertripartientis septimas excessus est 616 cuborum.
Superquadrupartientis nonas excessus est 654 cuborum.
Sesquialterius excessus est 789 cuborum.
Superquinctupartientis nonas excessus est 930 cuborum.
Superquadrupartientis septimas excessus est 971 cuborum.
Supertripartientis quinctas excessus est 1046 cuborum
Superquinctupartientis octauas excessus est 1113 cuborum.
Superbipartientis tertias excessus est 1224 cuborum.
Superseptupartientis decimas excessus est 1297 cuborum.
Superquinctupartientis septimas excessus est 1354 cuborum.
Supertripartientis quartas excessus est 1452 cuborum.
Superseptupartientis nonas excessus est 1528 cuborum.

Super-

Superquadrupartientis quinctas excessus est 1589 cuborum.
Superquinctupartientis sextas excessus est 1692 cuborum.
Supersextupartientis septimas excessus est 1747 cuborum.
Superseptupartientis octauas excessus est 1797 cuborum.
Superoctupartientis nonas excessus est 1835 cuborum.
Supernonupartientis decimas excessus est 1866 cuborum.
Duplæ excessus est 2143 cuborum.

Ex hoc proportionum & defectuum catalogo, lapsus curticonicæ cuiusnis vulgarium regulæ iudicari extemplo potest. Ratio enim ad quam regula constructa est, exempli gratia superquadrupartiens septimas, nec excessu, nec defectu laborare ex hypothesi statuitur: ideoque excessus cuborum 971 eidem adscriptus, reliquarum proportionum excessuum veluti mensura & medium exsistit. Quamobrem minor excessus minoris cuiuslibet rationis, medio illi deductus geodæsiæ curticonica regula data peractæ excessus est: vt sesquidecimæ excessus in vehe est cub. 926: nam 45 de 971, relinquunt 926. A maiori autem excessu maioris cuiuslibet rationis medium illud ablatum, geodæsiæ defectum relinquit: vt defectus supertripartientis quinctas in vehe est 75: nam 971 de 1046, relinquunt 75: &c.

Tandem igitur stereometriam curticoni ex æquatione diametrorum sic concludemus. Defectus e diametrorum æquatione obortus, non vnius est generis, sed minor, maiorue, pro ratione inæqualitatis diametrorũ minore, vel maiore. Ideo medela quoque defectus illius (nimirum aut additio proportionatæ altitudinis, basiosue; aut regulæ partium strictura) in specie varia sit, singulisq; diametrorum rationibus priuatim accommodetur, necesse est. Quia enim soliditas curticoni oritur, altitudine & diametro æquata regula aliqua dimensis, & inuicem multiplicatis: si soliditas iusta minor deprehendatur, & ob id corrigenda veniat; ἀνάλογον quiddam conicũ addendum, vel regulæ ipsi, segmentorum numero ad certam diametrorum proportionem aucto, spatiisque diminutis: vel altitudini, vera curticoni soliditate per basin eiusdem alterutram diuisa: vel areæ diametri æquatæ, adiecto triente differentiæ arearum diametri æquatæ, & basios æquatæ. Verum singulis cuparum speciebus singulas parare curticonicas regulas, molestum & inconueniens est. Additio autem proportionatæ altitudinis, præposterum quid habet, nec tædio vacat:

Geodæsia conocylindrica.

Diametri maioris	50.0′.	area	1963.5′.7″.
minoris	47.0.	area	1735.0′.1″
	97.0.		3698.5′.8″. area basios compositæ.
			1849.2′.9″. area basios æquatæ.
æquatæ	48.5′.	area	1847.5′.2″.
		diff.	1.7′.7″.
		triens	5′.9″.
area conocylindrica			1848.1′.1″.

Æquatio basium vulgaris, in data cupa, & data ratione diametrorum, defectum habet 5′.9″. Vnde, si vulgatæ geodæsiæ soliditas 1847.5′.2″, defectum habet 5′.9″: ergo soliditas 60000, defectum habet 19.1′.6″—.

14. Grauior contra lapsus est stereometriæ, in cupa cylindro valde dissimili, cuius basium diametri quantitate multum diuariant, in ratione nimirum sesquiquincta, vel maiore. Tum etenim liquoris iactura haud contemnenda in quauis vehe minimum vnius est mensuræ; & pluriũ deinceps, quo maior diametrorum adinuicem ratio.

Ea diametrorum inæqualitas magna heic statuitur, qua vltra quingentesimam soliditatis partem amittitur. Talis autem est diametrorum inæqualitas in ratione sesquiquincta; & omnis maior inæqualitas, in maiore qualibet ratione, videlicet superbipartiente nonas, sesquiquarta, &c. ita vt sesquiquincta ratio diametrorum minima habeatur inæqualitas, cuius error stereometricus grauis censeri debeat.

Exemplum, rationis sesquiquinctæ diametrorum.

Geodæsia vulgaris.

Diameter maior	$\overset{3}{1}8.$	$(1\frac{3}{15}\vert\frac{1}{5}$ (3 over the bar)
minor	$15.$	
	$\overset{3}{3}3.0′.$	
æquat.	$16.5′.$	huius area 213.8′.3″.

Geoda-

Geodæsia conocylindrica.

Diametri maioris 18. 0′. area 254. 4′. 7″. } addenda.
minoris 15. 0. area 176. 7′. 2″. }

33. 0′. 431. 1′. 9″. 0‴. area basios comp.
215. 5′. 9″. 5‴. } area basios æquat.
æquatæ 16. 5′. area 213. 8′. 3″. 3‴. } subtrahenda.

diff. 1. 7′. 6″. 2‴. } addenda.
triens 5′. 8″. 7‴. }

area conocylindrica, 214. 4′. 2″. 0‴.

Desunt igitur vulgari geodæsiæ 5′. 9″. Quod si soliditatis 213. 8′. 3″. defectus est 5′. 9″: ergo soliditatis 60000 defectus proportionalis erit 165. 5′. 5″.

15. Quare tandem concludimus, vulgarem hanc stereometriam, ἀκρίβειαν nunquam attingere: in cupis tamen cylindro parum dissimilibus citra damnosum errorem vsurpari posse.

Stereometria ex area diametri æquatæ tolerari potest, si diametrorum ratio non sit maior sesquisexta. Quod si maior sit diametrorum inæqualitas; vulgaris illa stereometria minime idonea est, nisi correctio adhibeatur: de qua & cap. 27 egimus, & infra quoque cap. 30 tractabimus.

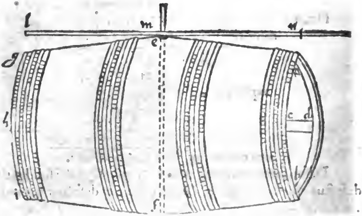
CAPVT XXIX.

De Cautelis quibusdam practicis, in cuparum dimensione notandis.

Stereometria vasis vinarii cautiones aliquas habet practicas, dimensionis diametrorum & altitudinis. Quarum nonnullas subiiciemus.

1. Bases ligneæ, regula gnauiter infra supraque adacta, metiendæ. Qua de caussa ipsius regulæ extremitates non crassas nimis, sed in acumen protensas nonnihil esse, conuenit.

Stereometria enim vasorum internam superficiem considerat: ideoque & bases ligneæ (vt heic a c b d, & g h i) vasis vinarii, interiore sui parte



dimetiendæ essent. Qui vero vndique occluso vase hoc fieri nequit: ppterea diametri quãtitas externa parte eo accuratiꝰ est adnotanda. Nam vasis vinarii amplitudo a b c d, foris ad bases ligneas minor exsistens, continuo ad vsque maiorem basin e f augetur: vnde fit, vt basios ligneæ diameter interna facie largior paullo sit externa.

3. Basi lignea exactè rotunda non exsistente, ob fabri negligentiam: diameter eius decussatim exploranda, tum arctiore parte, tum ampliore: & differentiç dimidium minori quantitati iungendum: totumque pro basios illius æquata diametro adseruandum.

Veluti, si basis nonnihil oblongior sit, vt diameter perpendiculariter (in a b) deprehendatur 18.7′; oblique vero, seu transuersim (in c d) 18.5′: tunc diameter æquata erit 18.6′.

4. Basibus ligneis extremis cupæ geminatæ (quæ probe constructæ æquales esse deberent) inæqualibus deprehensis: diameter cuiuslibet sigillatim notanda: & differentiæ semissis minori addendus: totumque pro basios vtriusque diametro æquata tenendum.

Vt, si diameter anterioris basios dolii a c b d, sit 18.6′: posterioris vero g h i, 18.9′: tunc diameter vtriusque basios æquata erit 18.7′.5″.

5. Diameter basios maioris (qua binę cupę tanquam vniuntur & coëunt) regula per osculum vasis perpendiculariter demissa, inquirenda: deinde (in vulgari geodæsia) cum minoris basios diametro conferenda: differentiæ bisegmentum minori addendum: totumque pro æquata cupæ diametro retinendum.

Maioris basios e f diameter, clauso vase tantum perpendiculariter, non etiam

etiam transuersim, vt in minoribus basibus, explorari potest. Cauendum autem ne regula oblique demittatur: alias enim, si versus basin alterutram vergeret, lapsus geodæsiæ in excessu oriretur; si ad latera, in defectu. Ceterum, in vulgari cuparum stereometria, basis minoris maiorisque diametri æquandæ: addendo semissem differentiæ (quem mediatrix regula expedite commonstrat) ad minorem diametrum: vnde, si minor diameter sit 18. 7'. 5", & maior 21. 5'. 5": tunc æquata totius cupæ diameter erit 20. 0'. 5".

6. Altitudinis cupæ dimensio perpendiculariter ad bases, non oblique secundum ductum conicæ superficiei, instituenda.

Obliqua etenim altitudo (vt a g ad e & a) vera (ab l ad m & n) maior est: vt patet.

7. Altitudo cupæ inæqualis deprehensa, dimidio differentiæ æquanda.

Vt si altitudo parte vasis superiore (ad a & g) sit 37. 6'; parte autem inferiore (ad b & i) 37. 2': tunc æquata altitudo erit 37. 4'.

8. Altitudinis cupæ dimensio, quia plærumque forinsecus peragenda est; asserum ad basin vtramque exteriorem prominentia, imo & ipsarum basium lignearum crassities, a tota cupæ externa altitudine resecanda. Vbi vulgares prominentiam ad basin triplicatam vniuersæ altitudini detrahere solent, pro ligni tam basium, quam marginum abundantia. Vtriusque enim basios crassitiem, margini vni pæne æqualem esse iudicant. Quamuis non sit hoc perpetuum.

Vt, si altitudo vasis vniuersa sit 37. 4', & marginis 2. 1': tunc triplicata marginis quantitas 6. 3', subtrahitur a 37. 4', & restat vera altitudo 31. 1'.

9. Altitudini proportionale quid addendum, vel detrahendum, si bases ligneæ non prorsus planæ fuerint, sed vel introrsum flexæ, vel foras protuberantes.

10. Ita fabri negligentiæ vtcunque medendum. At dolus œnopolæ non raro geodætem fallit: dum vel imi vasis asserem, osculo obiectum, excauari; vel, qui ad osculum est tenuiorem, reliquos crassiores qua basibus interiacent, qua foris prominent omnes tenuiores, basesque valde crassas, parari curat: vt hac ratione tum diametris, tum altitudini aliquid adcrescat.

Artificiosa stereometria præsupponit vasa rite & affabré, non inscite, nec fraudulenter parata: quorum bases nimirum vere circulares & planæ; asserum item lignearumque tabularum crassities vndiquaq; æqualis ac polita. Mechanicus igitur datæ cupæ figuram diligenter contemplabitur: siq; vel ineptam, vel impostoriam deprehéderit fabricam; erroris occasionem, prudenter, vt iam monuimus, instituta dimensione, anteuertet. Quod si nihilominus nęuus aliquis subsit, animaduersionem oculati & exercitati practici fugiens: calculi lapsus arti minime imputari debet, quę (vt cap. 5. huius patuit) corporum saltem regularium capacitatem scrutatur.

11. Regulæ maioris seu stereometricæ apparatus, conueniens dimetiendis diametris & altitudini; itemque minoris alicuius mediatricis, ad æquationes, & marginum dimensiones idoneæ: industriæ atque arbitrio periti geodætæ permittitur.

Sic enim regula stereometrica aliis continua placet, aliis fracta, quo duæ pluresue eius partes vsu poscente connecti, & rectius basibus applicari queant. Mediatrix autem regula decem pollicum, denis rursum partibus sectorum, sufficere potest; ad medietatem inæqualium diametrorum & altitudinum, marginumq; quantitatem numerandum. De qua paucula heic monenda. Adpinximus mediatricem decem pollicum, centum æqualibus particulis distinctam, in prima columna a: ad dextram vero in eadem regulæ facie, sub litera b, dimidiatas particulas expressimus: versus sinistrã, in facie collaterali, ad c, marginis triplicati numeros.

Vsus mediatricis.

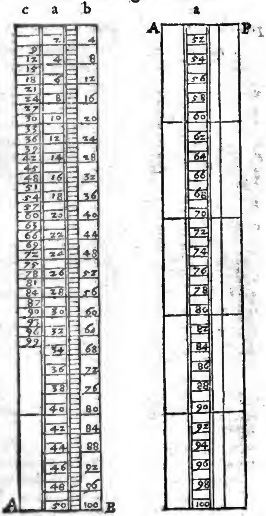
I. Inuentio medietatis differentiæ inæqualium diametrorum, & altitudinum. Notata quantitate minoris & maioris diametri, vel altitudinis, in regula stereometrica: si spatio differentiæ mediatrix applicetur; numerus particularum columnæ a id spatii æquantium innotescit: qui in b columna medii situm protinus ostendit. *Exempli gratia*: si spatium differentiæ diametrorum, sit particularum 34, columnæ a: medium, in stereometrica notandum, est particularum 34, columnæ b. Et, si spatium differentiæ diametrorum, sit particularum $55\frac{1}{2}$, columnæ a, medium est particularum $55\frac{1}{2}$, columnæ b. Item, si spatium differentiæ altitudinum sit particularum 7, columnæ a: medium est particularum 7, columnæ b. &c.

II. In-

II. Inuentio quantitatis, vtriusque & marginis, & basios, ab altitudine vasis amputandæ. Notata quantitate vnius marginis, in regula mediatrice, ad columnam a: si huic & alter, & basios ligneæ vtriusque crassities, æquari videantur: numerus sinistris sub c adscriptus, detrahendarum altitudini particularum ponit modum. Vt, si margo asserum vltra bases excurrentium sit 20 particularum columnæ a: tum 60 æqualium particularum quantitas ab altitudine resecanda. Si margo sit 17 particularum: tum 51 altitudini demenda.

Quod si margines æquales non sint; æquandi & basium vera crassities, quantum fieri poteſt accurate, coniectanda: vt excessu altitudinis sublato, geodæsia rectius instituatur.

Mediatricis regulæ delineatio.



CAPVT XXX.

De vera & facilima cuparum stereometria, per æquationem diametrorum basium, conocylindracee correctam: ope regulæ cylindrimetricæ.

STereometria cuparum vulgaris, ex area æquatæ diametri, regulæ nostræ cubimetricæ, vel etiam cylindrimetricę partibus dimensa, defectu laborat subduplo ad excessum stereometriæ ex area basios æquatæ: vt cap. 27 & 28 huius demonstrauimus.

2. Cum autem defectus remedium, deficientis sit additio: subduplo illo ad aream æquatæ diametri adiecto, vice planitiei curticoni mediæ, vera & correcta constituitur area conocylindrica.

3. Id quomodo in vsu cubimetricæ, ministerio cyclici canonis, præstandum sit; (triente differentiæ arearum basios æquatæ, & diametri æquatæ, adiecto ad aream æquatæ diametri) cap. 27 docuimus.

4. Nunc eandem correctionem regulæ etiam cylindrimetricæ accommodabimus. Vbi, loco areæ basios æquatæ, est diameter æquatæ capacitatis datarum cupæ diametrorum: &, loco areæ diametri æquatæ, est diameter æquatæ longitudinis earundem diametrorum.

5. Capacitas hoc loco est quantitas discreta: numerus videlicet mensurarum & scrupulorum diametris adscriptorum. Proinde capacitas vtriusque diametri æquatur, si coniunctarum numeri (non interualla continua) bifariam secantur: vel, si capacitas excessus maioris diametri dimidiata, minori additur.

6. Longitudo est quantitas continua: spatium nimirum ipsarum diametrorum. Quod æquatur, iunctorum interuallorum bisectione: vel, si spatium excessus maioris diametri dimidiatum, minori adiicitur. Et hæc longitudinis æquatæ diameter perpetuo minor est diametro æquatæ capacitatis.

7. Hinc corrigitur diameter æquatæ longitudinis, adiecto triente differentiæ capacitatis & longitudinis.

8. Tandem diametrus æquata, & conocylindrice correcta, per altitudinē dati curticoni multiplicata, veram eius capacitatem aperit.

Curti-

Curticoni geodæsia, si dimensio regula cylindrimetrica sit facta, quatuor potissimum praxeos suæ partes habet, e demõstratione capitis 27 huius exstructas. Primum enim capacitas datarum diametrorum æquatur: numerando seorsim mensuras & scrupula, quæ excessu maioris diametri clauduntur: horumque dimidium ad minoris diametri capacitatem adiiciendo. Deinde, longitudo quoque earundem diametrorum æquatur: bisecando mediatrice regula eundem maioris diametri excessum. Tertio, æquationis geminæ intercapedo in tres æquales partes (si non capacitatis, quod in abaco fieri potest; saltem longitudinis, in ipsa regula) diuiditur: & harum vna longitudinis diametro adiicitur: vnde vera & correcta prodit diameter. Postremo, diametri sic correctæ, & altitudinis datæ capacitates, inuicem multiplicantur: vt eliciatur dati curticoni capacitas.

Exempli caussa: esto dolium, cuius maioris basios diameter, mens. 10. 0'. 5": minoris, mens. 6. 4'. 3": altitudo (subtracta tamen abundantia basium, & marginum) mensur. 61. 2'. Quæritur capacitas. Heic in regula cylindrimetrica primo creta notantur termini vtriusque datarum diametrorum: & spatii virgulis terminorum interiecti, seu excessus maioris diametri, capacitas accurate numeratur; mensuræ nimirum cum suis scrupulis, quotquot spatio illo continentur: quæ hoc loco sunt, mens. 3. 6'. 2": tum horum dimidium, mens. 1. 8'. 1", additur minori diametro: vnde surgit numeri vel capacitatis æquatio, mens. 8. 2'. 4", virgula notanda. Secundo, mediatricis subsidio, medietas eiusdem excessus maioris diametri quæritur, & creta in regula notatur: quæ longitudinis seu interualli est æquatio, incidens fere in mens. 8. 1'. 4". Tertio, binarum æquationum interstitium, mens. 0. 1', in tres partes dirimitur: & harum vna, scilicet 3". 3"'—longitudinis diametro iungitur: vnde correcta prodit diametrus, mens. 8. 1'. 7". 3"'. Tandem hæc diametrus, mens. 8. 1'. 7". 3"', altitudine mens. 61. 2' multiplicata, producit dolii capacitatem quæsitam, mensur 500. 1'. 8". 7"'. 6"'': hoc est, Veh. 1, Quartal. 5, quadr. 0$\frac{1}{4}$.

Cylindrimetrica dimensum hoc dolium, geodæsiam in abaco talem habet.

Aliud exemplum.

Esto cupa, cuius maioris basios diameter mens. 5. 3': minoris mens. 4. 2'. 5": altitudo mens. 47. Quæritur capacitas.

Diam. mai. mens.	5. 3'. 0".	Diam. correct.	4. 5'. 4". 5'".
min.	4. 2'. 5".	altit.	4 7.
totum,	9. 5'. 5". 0'".		3 1 8 1 5
dimid.	4. 7'. 7". 5'".		1 8 1 8 0
Diam. æquat. long.	4. 4'. 3". 0'".	Capacit. mens.	2 1 3. 6'. 1". 5'".
diff.	3'. 4". 5'".	h. c. Oh. 2, Quart. 1 3, Mens. 1,	
triens	1'. 1". 5'"	quadr. 2½	
	4. 5'. 4". 5'"		

Appendix: de coni stereometria simili, per regulam cylindrimetricam.

Geodæsia curticoni modo explicata, cono etiam perfecto congruit. Diametri enim basios geminum quæritur medium: capacitatis, bisecto numero diametri: longitudinis, dimidiato spatio continuo. Tum differētiæ mediorum pars tertia, medio longitudinis additur: vnde correcta emergit diametrus: quæ cum altitudine coni capacitatem exhibet. Exempli gratia: esto conus, cuius basios diameter mens. 7. 2': altitudo, mens. 60. Capacitas inuenitur Oh. 1, Quart. 16.

Diameter, mens.	7. 2'.
medium capacit.	3. 6'.
longit.	1. 8'.
diff.	1. 8'.
triens	6'.
diam. correct.	2. 4'.
altit.	6 0.
capacitas mens.	1 4 4. 0'.

Breuius tamen hæc ipsa coni geodæsia absoluitur, si datæ diametri pars tertia, altitudine tota multiplicatur. Sic enim in exemplo proximo, triens mens. 7. 2'. sunt mens. 2. 4'. quæ cum altitudine 60. faciunt mens. 144. &c.

CAPVT XXXI.

De vulgarium Pithometrarum regula Pseudocylindrica. Quæ eius fabrica. Et quod non nisi in vno diametrorum rationis genere vere vsurpari queat: in reliquis omnibus fraudulenta sit ac imposturia: ideoq; penitus exterminanda.

GEodæsiam ex altitudine & æquata diametro, cupis regula cylindrimetrica dimensis non satisfacere, sed infra semper minorem esse, ipsi quoq; vulgares cupametræ forsitan animaduerterunt. Cum autem geodæsiæ huius diminutæ correctio duplex esse queat: vna directa ex additione vel altitudinis, vel planitiei conice proportionatæ: obliqua altera, e segmentorum regulæ stri-ctura: hanc, ceu faciliorem, vulgares delegisse videntur. Segmentis enim vnius eiusdemque spatii seu regulæ cylindraceis, maioribus, & ob id paucioribus, in curticonica ἀναλόγως minora & plura commutatis: non tantum defectus soliditatis vel capacitatis compensatur; sed (vt persuasum illi habent) pithometriæ calculus ex altitudine & æquata diametro promte re-ctequc absoluitur. Ceterum regulam paraturi curticonicam, hanc mediæ alicui diametrorum rationi accommodant: adminiculo & interuentu vasis vinarii, bene (vt loquuntur) proportionati: hoc est, quod medium videtur eorum, quæ frequentius dimetienda occurrere solent; nō ventricosum nimis, nec omnino rectum. Hinc nimirum regulæ quandam oriri mediocritatem existimant: quæ ad latitudinem aliquam extensa, propinquarum rationum cupas inculpate quasi metiatur, nec notabilem in maiore ratione defectum, aut in minore excessum pariat.

Interim tamen certam fabricæ proportionem minime vel præscribunt, vel in praxi attendunt. Quo fit, vt maior huic, alii minor obtingat, pro dolii regulæ præparandæ inseruientis modulo.

Constructionis vero eam prorsus ineunt rationem, quam cap. 22. huius aperuimus: nisi quod pro cylindro curticonum adsumunt, inæqualibus basium diametris æquatum.

Sed regulas ita e curticono præparatas (quales sunt omnes a vulgaribus descriptæ) in vno saltem cuparum, homologis basium diametris præditarum, genere, vere adhiberi posse; in reliquis omnibus falsas & erroneas esse, firma demonstratione docebimus. Stereo-

Stereometrica quælibet regula sectionis suæ respicit originem: nec directe alia corpora, nisi quorum in constructione sua dimensiones & veluti characteres impressos accepit, metitur: per consectar. elem. 5, li. 1. Geomet. P. Rami. Indirecte autē ea quoq; corpora metitur, quorū figuræ ad regulæ datæ dimensiones conformari & reduci possunt. Sic cubimetrica, non nisi parallelepipeda rectangula directe metitur: cylindrimetrica, cylindros: conos, conimetrica: curticonica proportionis, verbi gratia, sesquiquartæ diametrorum, similis proportionis curticonos. Pyramide tamen, cylindro, cono, in parallelepipedum rectangulum figurarum directione, conuersis: eorum geodæsiam cubimetrica institui, sed oblique, & veluti opere secundario, nihil vetat. Quod de aliis etiam omnibus regulariter figuratis corporibus accipiendum: comprobante id vniuersa nostra stereometria. Quoniam igitur regula vulgarium curticonica, non nisi ad vnam aliquam diametrorum curticoni inæqualium rationem construitur; teste ipsorummet fabrica, e vase vinario: ideo eadem regula solas cupas, homologis basium diametris præditas, directe metitur: reliquas non nisi oblique, hoc est, ad fabricæ proportionem reductas. Cum autem reductio hæc curticoni ad curticonum, seu inordinatæ figuræ ad aliam inordinatam, tum inepta sit, tum valde laboriosa; nec a cupametris vspiam præcipiatur, directam vasorum omnium vinariorum stereometriam vna & eadem regula curticonica instituentibus: plane conficitur, regulam hanc in cupis vnicam illam fabricæ rationem habentibus, fidam; in reliquis omnibus, vanam & fallacem esse. Exempli gratia: si quis vulgarium cupam deligat ad regulæ suæ fabricam, (factum autem hoc typi publici testantur) cuius basios minoris diameter septem sit partium; maioris, vndecim; quæ ratio est superquadrupartiens septimas: tunc regula hæc non nisi illis doliis recte aptari potest, quorum diametrorum ratio superquadrupartiens septimas exsistit. In cylindris vero & curticonis aliarum quarumuis proportionum, mendax est & inepta hæc regula: abundans quidē in minoribus rationibus; deficiens in maioribus: idque vel plurimum, in remotis proportionibus; vel modice, in vicinis. Ita namque cylindri, hac regula curticonica dimensi, soliditas, excessum habet, in qualibet liquoris vehe, cuborum, 971, hoc est, Mens. 7, quadr. 3 —. Curticoni diametrorum proportio sesquidecima, in qualibet vehe excessum habet cuborum 92[illegible], hoc est, Mens. 7, quadr. 1[illegible]—.

Et proportio ſeſquiſexta, frequentiſſime occurrens, in qualibet vehe abundat cubis 853, hoc eſt, Menſ. 6, quadr. 3 $\frac{1}{4}$. — At Proportio ſupertripartiens quartas, defectum in qualibet vehe habet cuborum 481, hoc eſt Menſ. 3. quadr. 3 $\frac{1}{8}$. Qui ſane lapſus ſunt grauiſſimi & intolerabiles. Propinquæ rationes minus exiſtunt deuiæ: nam ſuperquinctupartiens nonas, exceſſum in vehe habet ſaltem cub. 41, hoc eſt, quadr. 1 $\frac{1}{8}$. — Et ſupertripartiẽs quinctas, defectũ in vehe non niſi cub. 75 habet, hoc eſt, quadr. 2 $\frac{1}{4}$. &c.

Vt autem errores hi diſtinctius pateant: rationes aliquot diametrorum præcipuas, a ſeſquidecima ad duplam, conſiderantes, primo ſubiungemus defectum ſoliditatis in vehe qualibet: ſi nimirum cylindrimetrica regula curticonorum fiat dimenſio; & geodæſia per æquationem diametrorum inſtituatur. Hinc enim diametrorum æquationis & cylindrorum ſtereometriæ, regula quauis pſeudocylindrica peractæ, patebit aberratio.

Defectus curticonorum geodæſia, cylindrimetrica regula & diametrorum æquatione inſtituta.

Ratio ſeſquidecima diametrorum curticoni, 1 $\frac{1}{10}$, vt 11 ad 10, defectum vehis habet cuborum 45: e doctrina cap. 28 huius.

Diametri maioris	11,	area	95.0′.3″.7‴.0⁗.
minoris	10,	area	78.5′.4″.3‴.0⁗.
	21		173.5′.8″.0‴.0⁗.
			86.7′.9″.0‴.0⁗.
æquat.	10.5′		86.5′.9″.3‴.6⁗.
		diff.	1′.9″.6‴.4⁗.
		triens	6″.5‴.5⁗.

Quod ſi cubi 86.5′.9″.3‴.6⁗, defectum habent 6″.5‴.5⁗: ergo cubi vnius vehis, nimirum 60,000, defectum habebunt 45.0′. Eademque praxis & reliquarum eſt rationum.

Seſquinona, 1 $\frac{1}{9}$, vt 10 ad 9, defectum habet cub. 55.

Seſquioctauæ, 1 $\frac{1}{8}$, vt 9 ad 8, defectus eſt 69 cuborum.

Seſquiſeptimæ, 1 $\frac{1}{7}$, vt 8 ad 7, defectus eſt cub. 88.

Seſquiſextæ, 1 $\frac{1}{6}$, vt 7 ad 6, defectus eſt cub. 118.

Seſquiquinctæ, 1 $\frac{1}{5}$, vt 6 ad 5. defectus eſt cub. 165.

Superbipartientis nonas, 1 $\frac{2}{9}$, vt 11 ad 9, defectus eſt cub. 200.

Seſquiquartæ, 1 $\frac{1}{4}$, vt 5 ad 4, defectus eſt cub. 247.

Super-

Superbipartientis ſeptimas, $1\frac{2}{7}$, vt 9 ad 7, defectus eſt cub. 313.
Supertripartientis decimas, $1\frac{3}{10}$, vt 13 ad 10, defectus eſt cub. 340.
Seſquitertiæ, $1\frac{1}{3}$, vt 4 ad 3, defectus eſt. cub. 408.
Supertripartientis octauas, $1\frac{3}{8}$, vt 11 ad 8, defectus eſt cub. 498.
Superbipartientis quinctas,, $1\frac{2}{5}$, vt 7 ad 5, defectus eſt cub. 555.
Supertripartientis ſeptimas, $1\frac{3}{7}$, vt 10 ad 7, defectus eſt cub. 622.
Superquadrupartientis nonas, $1\frac{4}{9}$, vt 13 ad 9, defectus eſt cub. 661.
Seſquialterius, $1\frac{1}{2}$, vt 3 ad 2, defectus eſt cub. 797.
Superquinctupartientis nonas, $1\frac{5}{9}$, vt 14 ad 9. defectus eſt cub. 945.
Superquadrupartientis ſeptimas, $1\frac{4}{7}$, vt 11 ad 7, defectus eſt cub. 987.
Supertripartientis quinctas, $1\frac{3}{5}$, vt 8 ad 5. defectus eſt cub. 1065.
Superquinctupartientis octauas, $1\frac{5}{8}$, vt 13 ad 8, defectus eſt cub. 1136.
Superbipartientis tertias, $1\frac{2}{3}$, vt 5 ad 3, defectus eſt cub. 1251.
Superſeptupartientis decimas, $1\frac{7}{10}$, vt 17 ad 10, defectus eſt cub. 1344.
Superquinctupartientis ſeptimas, $1\frac{5}{7}$, vt 12 ad 7, defectus eſt cub. 1385.
Supertripartientis quartas, $1\frac{3}{4}$, vt 7 ad 4, defectus eſt cub. 1487.
Superſeptupartientis nonas, $1\frac{7}{9}$, vt 16 ad 9, defectus eſt cub. 1568.
Superquadrupartientis quinctas, $1\frac{4}{5}$, vt 9 ad 4, defectus eſt cub. 1652.
Superquinctupartientis ſextas, $1\frac{5}{6}$, vt 11 ad 6, defectus eſt cub. 1710.
Superſextupartientis ſeptimas, $1\frac{6}{7}$, vt 13 ad 7, defectus eſt cub. 1800.
Superſeptupartientis octauas, $1\frac{7}{8}$, vt 15 ad 8, defectus eſt cub. 1852.
Superoctupartientis nonas, $1\frac{8}{9}$, vt 17 ad 9, defectus eſt cub. 1893.
Supernonupartientis decimas, $1\frac{9}{10}$, vt 19 ad 10, defectus eſt cub. 1926.
Duplæ, vt 2 ad 1, defectus eſt cub. 2222.

Exceſſus ſtereometriæ cylindrorum, item curticonorum in cylindros mutatorum: ſi diameter pſeudocylindrica aliqua regula ſit examinata.

Addemus nunc quoq; exceſſum geodæſiæ cylindrorum, & curticonorum in cylindros e cap. 27. huius mutatorum, in vehe qualibet: ſi pſeudocylindrica regula, ad certam aliquam diametrorum proportionem conſtructa, cylindrorum fiat dimenſio. Vnde curticonicæ alucinationem æſtimare licet.

Pſeudocylindrica regula, conſtructa ad rationem ſeſquidecimam diametrorum curticoni, ſi cylindri geodæſiæ adhibeatur, exceſſum in quauis vehe gignit cuborum 45: hoc modo:

Kk

Diametri maioris	11	area	95.0'.5".7'''.0''''.
minoris	10		78.5'.4".3'''.0''''.
	21		173.5'.8".0'''.0''''.
			86.7'.9".0'''.0''''.
æquat.	10.5'.		86.5'.9".3'''.6''''.
		diff.	1'.9".6'''.4''''.
		triens	6".5'''.5''''.
			86.6'.5".9'''.1''''.

Quod si cubi 86.6'.5".9'''.1''''. excessum habent 6".5'''.5'''': ergo cubi vnius vehis, nimirum 60,000, defectum habebunt 45 cuborum. Simileque in omnibus reliquis rationibus examen instituetur.

Sesquinona excessum parit 55 cuborum.
Sesquioctauæ excessus est 69 cuborum.
Sesquiseptimæ excessus est 88 cuborum.
Sesquisextæ excessus est 118 cuborum.
Sesquiquinctæ excessus est 164 cuborum.
Superbipartientis nonas excessus est 199 cuborum.
Sesquiquartæ excessus est 246 cuborum.
Superbipartientis septimas excessus est 311 cuborum.
Supertripartientis decimas excessus est 338 cuborum.
Sesquitertiæ excessus est 405 cuborum.
Supertripartientis octauas excessus est 494 cuborum.
Superbipartientis quinctas excessus est 550 cuborum.
Supertripartientis septimas excessus est 616 cuborum.
Superquadrupartientis nonas excessus est 654 cuborum.
Sesquialterius excessus est 789 cuborum.
Superquinctupartientis nonas excessus est 930 cuborum.
Superquadrupartientis septimas excessus est 971 cuborum.
Supertripartientis quinctas excessus est 1046 cuborum
Superquinctupartientis octauas excessus est 1113 cuborum.
Superbipartientis tertias excessus est 1224 cuborum.
Superseptupartientis decimas excessus est 1297 cuborum.
Superquinctupartientis septimas excessus est 1354 cuborum.
Supertripartientis quartas excessus est 1452 cuborum.
Superseptupartientis nonas excessus est 1528 cuborum.

Super-

Superquadrupartientis quinctas excessus est 1589 cuborum.
Superquinctupartientis sextas excessus est 1692 cuborum.
Supersextupartientis septimas excessus est 1747 cuborum.
Superseptupartientis octauas excessus est 1797 cuborum.
Superoctupartientis nonas excessus est 1835 cuborum.
Supernonupartientis decimas excessus est 1866 cuborum.
Duplæ excessus est 2143 cuborum.

Ex hoc proportionum & defectuum catalogo, lapsus curticonicæ cuiusnis vulgarium regulæ iudicari extemplo potest. Ratio enim ad quam regula constructa est, exempli gratia superquadrupartiens septimas, nec excessu, nec defectu laborare ex hypothesi statuitur: ideoque excessus cuborum 971 eidem adscriptus, reliquarum proportionum excessuum veluti mensura & medium exsistit. Quamobrem minor excessus minoris cuiuslibet rationis, medio illi deductus geodæsiæ curticonica regula data peractæ excessus est: vt sesquidecimæ excessus in vehe est cub. 926: nam 45 de 971, relinquunt 926. A maiori autem excessu maioris cuiuslibet rationis medium illud ablatum, geodæsiæ defectum relinquit: vt defectus supertripartientis quinctas in vehe est 75: nam 971 de 1046, relinquunt 75: &c.

Tandem igitur stereometriam curticoni ex æquatione diametrorum sic concludemus. Defectus e diametrorum æquatione obortus, non vnius est generis, sed minor, maiorue, pro ratione inæqualitatis diametrorū minore, vel maiore. Ideo medela quoque defectus illius (nimirum aut additio proportionatæ altitudinis, basiosue; aut regulæ partium strictura) in specie varia sit, singulisq; diametrorum rationibus priuatim accommodetur, necesse est. Quia enim soliditas curticoni oritur, altitudine & diametro æquata regula aliqua dimensis, & inuicem multiplicatis: si soliditas iusta minor deprehendatur, & ob id corrigenda veniat; ἀνάλογον quiddam conicū addendum, vel regulæ ipsi, segmentorum numero ad certam diametrorum proportionem aucto, spatiisque diminutis: vel altitudini, vera curticoni soliditate per basin eiusdem alterutram diuisa: vel areæ diametri æquatæ, adiecto triente differentiæ arearum diametri æquatæ, & basios æquatæ. Verum singulis cuparum speciebus singulas parare curticonicas regulas, molestum & inconueniens est. Additio autem proportionatæ altitudinis, præposterum quid habet, nec tædio vacat:

quod conſtructio parallelepipedi curticono æqualis, cap. 26 huius teſtatur. Manentibus igitur regula cylindrimetrica, itemq; altitudine dati curticoni: reſtat, neceſſario ſoliditatis defectum ſarciendum eſſe, area curticonica media, in cylindraceam, altitudini proportionatam, conuerſa. Quod vt fieri debeat, capitibus 27 & 30 abunde ſatis explicatum eſt.

Quamobrem Geodætes, curticonico noſtro correctionis artificio inſtructus, cylindrimetrica regula tum per ſe cylindros, tum reductiue curticonos, quantacunque diametrorum inæqualitatis, cylindracee transformatos, vere & accurate metietur: curticonicam autem vulgarium regulam, falſam, ineptam, & fundamentis geometricis repugnantem, minime admittet.

CAPVT. XXXII.

De Sphæræ ſtereometria.

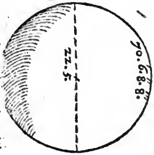
HActenus cylindri conique directio. Reſtat ſphæra: quę ſolidorum a nobis propoſitorum ſpecies vltima eſt.

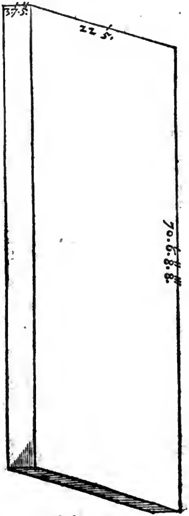
Sphæræ altitudinis directio, eſt ſextans diametri, ſiue triens radii.

Si ſphæra ſit dimetienda; baſis primum dirigenda eſt, deinde altitudo. Baſios vicem in ſphæra gerit ſphæricum: cuius longitudo maximus eſt ambitus: latitudo, axis, ſeu dimetiens linea. Sphærici autem directionem caput 17 huius docuit. Altitudo ſphæræ radius eſt: cuius triens, qui cum diametri ſextante idem eſt, directionem abſoluit. Quemadmodum enim cubi ſoliditas, latere, & ſexta vniuerſæ ſuperficiei parte comprehenditur: ita ſphæra (cum analoga ſit cubo,) diametro, quæ inſtar lateris ipſi eſt, & ſphærici ſexta parte, continetur. Vt latius ad element. 5 lib. 26 Geometriæ P. Rami videre eſt. Factus igitur a plano ſphærico, & diametri ſextante; vel a plani ſphærici ſexta parte, ac diametro; ſoliditas eſt ſphæræ.

Exempli cauſſa, quæratur ſphæræ ſoliditas & capacitas, cuius diameter poll. 22.5': paullo maior vlna ciuili Reipublicę Francofurtenſis; quæ cõſtat regulæ cubimetricæ poll. 22.4'.8''.1'''.4'''' ⊣⊢. Heic baſios lõgitudo eſt maxima piphereia; quã canõ cyclicus e regione datæ diametri habet: nim. poll. 70.6'.8''.8'''.7''''. Latitudo baſios, eſt diameter, pol. 22.5'. Hinc planus ſurgit poll.

poll. 1590.4'.9".5'''.7''''.5^v. Idem quoque planus prodit, e quadruplicata dimetientis datæ area, quam canon circularis suppeditat: nim. 397.6'.1".3'''.9''''.7^v: hæc etenim quater addita, planitiem constituit 1590.4'.9".5'''.8''''.8^v. Altitudo datæ sphæræ, est sexta pars diametri: nimirum poll. 3.7'.5": quæ per planitiem 1590.4'.9".5''', facit soliditatem sphæræ quæsitã poll. 5964.3'.5".6'''. Quæ etiã soliditas elicit, si tota diametro sphæricũ multiplicetur, factusque senario diuidatur.





Nam 1590.4'.9".5''', per 22.5', faciunt 35786.1'.3".7'''.5'''': quorum sexta pars est 5964.3'.5".6'''.2''''—, soliditas datæ sphęræ: videlicet Quartalia 11, Mens. 3, quadr. 2⅖.

```
Area diam.        3 9 7. 6'. 2''. 3'''. 9''''. 7v.
                                            4.
                  ---------------------------------
Area sphærici,    1 5 9 0. 4'. 9''. 5'''. 8''''. 8v.
                  sextans diam.        3. 7'. 5''.
                  ---------------------------------
                  7 9 5 2 4 7 9 4 0
              1 1 1 3 3 4 7 1 1 6
              4 7 7 1 4 8 7 6 4
              -------------------------------------
solid.        5 9 6 4. 3'. 5''. 9'''. 5''''. 5v. 0vi. 0vii.
```

3. Compendium stereometriæ huius est geminum. Nam sextans facti a maxima periphereia, & quadrato diametri, est sphæræ soliditas.

Vt, in præcedente exemplo: maxima periphereia, e regione diametri 22.5', in canone plani circularis reperitur 70.6'.8''.8'''.7'''': diametri autem quadratum est 506.2'.5''. Hinc fiunt 35786.1'.5''.4'''.3''''.7v.5vi. quorum sextans 5964.3'.5''.9''', sphæræ soliditas est.

```
maxima periph. 7 0. 6'. 8''. 8'''. 7''''.
quadr. diam.     5 0 6. 2'. 5''.
                 -----------------------
                 3 5. 3 4 4 3 5
               1 4 1 3 7 7 4
             4 2 4 1 3 2 2
         3 5 3 4 4 3 5
         -------------------------------
         3 5 7 8 6. 1'. 5''. 4'''. 3''''. 7v. 5vi.

           3 2 2 3
         3 5 7 8 6. 1. 5. 4. —   (solid. 5964. 3'. 5''. 9'''. —
           6 6 6 6 6 6 6
```

4 Sed expeditissime, factus a besse plani maximæ periphereiæ, & diametro, soliditatem sphæræ aperit.

Vt, planus maximæ periphereiæ, seu diametri iam datæ sphæræ in tabella circularis areæ est 397.6'.2''.3'''.9''''. Huius bes, seu duæ tertiæ ita quæruntur: $\frac{1}{3}$ sunt 397.6'.2''.3'''.9'''': ergo $\frac{2}{3}$ sunt 265.0'.8''.2'''.6''''. Hi igitur bini trientes areæ maximæ periphereiæ, per diametrum 22.5', faciunt

sphæræ

ſphæræ ſoliditatem 5964.3'.5''.8'''—+—: hoc eſt, Quartal. 11, Menſ. 5, quadrant. $1\frac{7}{8}$.

3 ſunt 397.6'.2''.3'''.9'''': ideo 2 ſunt 265.0'.8''.2'''.6''''.

$$\frac{795.2'.4''.7'''.8''''.}{3}\cdot 2 \quad (265.0'.8''.2'''.6''''.$$

bes areæ maximæ periph. 2 6 5 . 0'. 8''. 2'''. 6''''.
Diameter 2 2. 5'.

```
          1 3 2 5 4 1 3 0
          5 3 0 1 6 5 2
        5 3 0 1 6 5 2
solid.  5 9 6 4. 3'. 5''. 8'''. 5''''. 0v.
```

Aliud exemplum Eſto globus excavatus, cuius diameter poll. 4.3'. Area e regione huius diametri in canone circulari eſt 14.5'.2''. Quod ſi $\frac{1}{3}$ ſunt 14.5'.2'': ergo $\frac{2}{3}$ ſunt 9.6'.8'': quæ per diametrum 4.3', faciunt ſoliditatem pollicum cubicorum 41.6'.2''.4'''': hoc eſt, quadrant. $1\frac{1}{4}$ fere. Quot vero huiuſmodi globi menſuram conſtituunt? Si cubi 41.6'.2''.4''', vni globo æquantur: ergo cubi 125.0', æquantur globis tribus: & proinde menſura liquoris tres eiuſmodi globi continentur.

Aliud. Eſto ſphæra, cuius diameter 6.2'. Area e regione huius diametri in canone cyclico datur 30. 2'. (nam pro 9 ſcrupulis ſecundis, vnum primũ ſubſtitui poteſt) Quod ſi $\frac{1}{3}$ ſunt 30.2': ergo $\frac{2}{3}$ ſunt 20.1'.3'': quæ per diametrum 6.2', faciunt ſoliditatem 124.8'.0''.6'''; hoc eſt, menſuram vnam.

Aliud exemplum. Eſto globus, cuius diameter poll. 241.5'. Hæc diametrus in cyclica non exſtat. Sumitur ergo e doctrina cap. 14 huius, pars eius aliquota, tertia nimirum, quarta, vel quincta, &c. nam nec dimidia adeſt. Tertia pars, videlicet 80. 5', exhibet aream 5089.8'—: quæ per quadratum nominis adſumti trientis, nimirum per 9, facit 45808. 2', aream planam peripheriæ, cuius diameter eſt 241.5'. Quod ſi $\frac{1}{3}$ ſunt 45808.2': igitur $\frac{2}{3}$ ſunt 30538.8'. Hæc per diametrum 241.5', faciunt ſoliditatem 7375120.2': hoc eſt, Vehes 122, Ohmas 5, Quartalia 10, Menſ. 0. quadrant. $3\frac{7}{8}$.

Aliud. Quæritur capacitas globi, cuius diameter poll. 100.0'. Area e regione hui⁹ diametri in tabula circulari datur 7854.3'. Porro, si $\frac{3}{3}$ sunt 7854.3': ergo $\frac{2}{3}$ sunt 5236.2'. Quæ per diametrum 100.0', faciunt soliditatem 523620.0'. hoc est, Vehes 8, Ohmas 4, Quartalia 7, Mens. 0, quadr. $3\frac{2}{8}$.

CAPVT XXXIII.

De alia sphæræ stereometria, per regulam specialem sphærometricam: deque huius fabrica, e canone nostro cyclico: accedente tabulæ radicum cubicarum subsidio.

SPhæræ excauatæ raro occurrunt, quarum capacitas desideretur: & si quando offerantur, facilem e capite præcedēte geodæsiam habent. Sed preterea regulam quoq; priuatam sphærometricam ars inuenit; sectam diametris sphærarum, singulas mensuras, ab vna, ad quotuis alias, capientium.

Diametri autem sphæricæ duorum sunt generum: Cubicæ videlicet, seu cardinales, quarum mensuræ numerus cubicus est; vt 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000: & Intermediæ, vt 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, &c.

Cubicæ diametri omnes interuallo monometræ continuantur. Ideoq; vna harum inuenta, e canone cyclico, eiusq; continua quantitate in regula notata; reliquæ omnes patent.

Inuentio autem cuiuslibet diametri cubicæ, cyclici canonis ope, sic instituitur. Primum, soliditas sphæræ propositæ quæritur: multiplicando numerum mensurarum, ea ipsa sphęra contentarum, per numerum cuborum vnius mensuræ, nimirū 125.0'. Sic monometræ sphæræ soliditas, sunt cubi 125.0': & sphæræ duarum mensurarum soliditas, sunt cubi 250.0': trium mensurarum, cubi 375.0'. &c. Secūdo, quia soliditas datæ sphæræ numerus quidam factus est; cuius factores sunt, diameter eiusdem sphæræ, & duo trientes areæ diametro in cyclica adscriptæ: ob id in eadem tabula factores ambo requiruntur, (factus enim in ea nō exstat) lustrando hincinde areas, cum suis diametris; donec diameter inueniatur, quæ besse plani sui multiplicata, datæ sphæræ soliditatem proxime constituat. Tertio, quoniam factores in

ctores in

ctores in canone præcise non reperiuntur; proxime minores & maiores transcribuntur: & soliditates, multiplicatione diametri ac bessis areæ suæ, constituuntur. Postremo, e trium soliditatum, minoris, maioris, datæque, differentiis, diametrus quæsita datæ soliditati proportionalis concluditur.

Exempli loco: si placeat octauam cubicam diametrum indagare, quæ est mensurarum 512: primum multiplicando 512 per 125, prodit soliditas sphæræ, octauæ cubicæ diametri, poll. cubicorum 64000.

Mensuræ sphæra data contentæ	512
cubi vnius mensuræ	125
	2560
	1024
	512
soliditas sphæræ,	64000

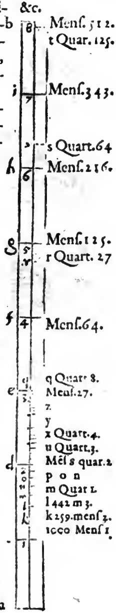
Mox in canone cyclico area studiose perquiritur, cuius duo trientes, diametro eiusdem areæ multiplicati, datæ sphæræ soliditatem proxime constituant: quod facit area $1932.2'.8''.3'''.6''''.6^{v}.1^{vi}.5^{vii}$: cuius duæ tertiæ, nimirum $1288.1'.8''.9'''.1''''.0^{v}.7^{vi}.6^{vii}$, multiplicatæ per diametrum $49.6'$, gignunt soliditatem $63894.1'.7''.9'''.7''''.3^{v}.6^{vi}.9^{vii}.6^{viii}$: quæ minor est soliditate proposita.

Diamet. $49.6'$. area $1932.2'.8''.3'''.6''''.6^{v}.1^{vi}.5^{vii}$.
$\frac{2}{3}$: $1288.1'.8''.9'''.1''''.0^{v}.7^{vi}.6^{vii}$.
Diam. $4\ 9.\ 6'$.

7729	1	3	4	6	4	5	6	
115937	0	1	9	6	8	4		
515275	6	4	3	0	4			

soliditas, $63894.1'.7''.9'''.7''''.3^{v}.6^{vi}.9^{vii}.6^{viii}$.

Cum autem soliditas hæc proxime minor sit; iam porro etiam soliditas proxime maior quæritur, ex area sequenti $1940.0'.8''.2'''.9''''.8^{v}.2^{vi}.1^{vii}$: cuius duo trientes, videlicet $1293.3'.8''.8'''.6''''.5^{v}.4^{vi}.6^{vii}$, per diame-



trum 49.7′ multiplicati, producunt ſoliditatem proxime maiorem 64281. $4'.1''.6'''.1''''.3^{v}.3^{vi}.6^{vii}.2^{viii}$: hoc modo:

$$
\begin{array}{rrrrrrrrrrrrr}
\multicolumn{6}{r}{\text{Diametri } 49.\,7'.\text{area},} & 1\,9\,4\,0.\,0'. & 8''. & 2'''. & 9''''. & 8^{v}. & 2^{vi}. & 1^{vii}. \\
\multicolumn{6}{r}{\tfrac{2}{3}:} & 1\,2\,9\,3.\,5'. & 8''. & 8'''. & 6''''. & 5^{v}. & 4^{vi}. & 6^{vii}. \\
\multicolumn{10}{r}{\text{Diamet.}} & 4 & 9. & 7'. \\
\hline
 & 9 & 0\,5\,3\,7 & 2 & 0 & 5 & 8 & 2 & 2 \\
1\,1\,6\,4\,0\,4 & 9 & 7 & 8 & 9 & 1 & 4 \\
5\,1\,7\,3\,5\,5 & 4 & 6 & 1 & 8 & 4 \\
\hline
\multicolumn{13}{r}{\text{ſoliditas, } 6\,4\,2\,8\,1.4'.\,1''.\,6'''.1''''.3^{v}.\;3^{vi}.6^{vii}.2^{viii}.}
\end{array}
$$

Hinc differentiæ eliciuntur ſoliditatum proxime minoris & maioris, nimirum $387.2'.3''.6'''.3''''.9^{v}.6^{vi}.6^{vii}.6^{viii}$: itemq; proxime minoris & propoſitæ, ſcilicet $105.8'.2''.0'''.2''''.6^{v}.3^{vi}.0^{vii}.4^{viii}$.

$$
\begin{array}{r|r}
64281.4'.1''.6'''.1''''.3^{v}.3^{vi}.6^{vii}.2^{viii}. & 64000.0'.0''.0'''.0''''.0^{v}.0^{vi}.0^{vii}.0^{viii}. \\
63894.1'.7''.9'''.7''''.3^{v}.6^{vi}.9^{vii}.6^{viii}. & 63894.1'.7''.9'''.7''''.3^{v}.6^{vi}.9^{vii}.6^{viii}. \\
\hline
387.2'.3''.6'''.3''''.9^{v}.6^{vi}.6^{vii}.6^{viii}. & 105.8'.2''.0'''.2''''.6^{v}.3^{vi}.0^{vii}.4^{viii}.
\end{array}
$$

Tandem diametrus, ſoliditati 64000 conueniens, ita colligitur: Si differentia ſoliditatum $387.2'.3''.6'''$,&c. habet differentiam diametrorum $1'$: ergo differentia ſoliditatum $105.8'.2''.0'''$,&c. habebit differentiam diametrorum $0.0'.2''.7'''$ —+—: quæ adiecta diametro ſoliditatis proxime minoris, 49.6′, exhibet quæſitam diametrum cubicam octauam, ſphæræ menſurarum 512 capacis; nimirum poll. $49.6'.2''.7'''$.

$$
\begin{array}{l}
105.\,8'.\,2''.\,0'''.\,2''''.\,6^{v}.\,3^{vi}.\,0^{vii}.\,4^{viii}.\text{diff.ſolid.} \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad 1'.\ \text{diff.diam.} \\
\hline
\dfrac{10.5'.8''.2'''.0''''.2^{v}.\ 6^{vi}.3^{vii}.0^{viii}.4^{ix}.0.\ 0^{x}.}{387.\,2'.\,3''.\,6'''.\ 3''''.9^{v}.6^{vi}.\ 6^{vii}.6^{viii}.}\ (\text{diff.diam.}\,2''.7'''.
\end{array}
$$

Diametrum porro quæſitam, poll. $49.6'.2''.7'''$. ſatis præciſe inuentam eſſe, patet, ſi e cap. 14 huius, peripheria diametri quæratur, itemque area: & huius areæ bes diametro $49.6'.2''.7'''$ multiplicetur. Conſurget namque ſoliditas $63998.5'.7''.9'''.8''''$,&c. ne pollicari quidem ſeſquicubo vera ſoliditate minor.

Diametro exſiſtente poll. $49.6'.2''.7'''$. radius eſt poll. $24.8'.1''.3'''.5''''$.

Quare

Quare $\frac{49627}{1000}$ per [illegible] multiplicata,
faciunt periphereiam [illegible],

hoc est,				1	9	3	4.	3'.	8''.	7'''.	9''''.	3v.	0vi.	5vii.
					6	4	4.	7'.	9''.	5'''.	9''''.	7v.	6vi.	8vii.
$\frac{2}{3}$				1	2	8	9.	5'.	9''.	1'''.	9''''.	5v.	3vi.	7vii.
						Diam.			4	9.	6'.	2''.	7'''.	
				9	0	2	7	1	4	3	6	7	5	9
			2	5	7	9	1	8	3	9	0	7	4	
		7	7	3	7	5	5	1	7	2	2	2		
	1 1	6	0	6	3	2	7	5	8	3	3			
	5 1	5	8	3	6	7	8	1	4	8				
Solid.	6 3	9	9	8.	5'.	7''.	9'''.	8''''.	8v.	6vi.	2vii.	6viii.	9ix.	9x.

Hoc autem ſpatium, pollicum 49.6'.2''.7''', in regula cubimetrica accurate notatum, & in octo æquales partes (ſic iubente cubica radice numeri 512) diuiſum; cubicarum diametrorum interualla monſtrat; pro placito deinceps æquabili differentia poll. 6.2'.0''.3'''. —+— continuanda. Sic enim in ſchemate ſpatium a b, conſtans pollicibus regulæ cubimetricæ 49.6'.2''.7''', in octo partes ſecatur, octo diametros cubicas repræſentantes: quarũ prima a c, pollicum 6.2'.0''.3''' —+— diameter eſt ſphæræ vnius menſuræ: altera, a d, octo menſurarum: tertia a e, 27 menſurarum: quarta a f, 64 menſurarum, &c. Sphæræ enim, quia ſunt figuræ ſimiles, ac triplicis dimenſionis, triplicatam habent rationem diametrorum ſuarum; quæ, vt in circulis, ita in ſphæris quoq;, ſunt homologa latera. prop. 18, lib. 12 Eucl.

Iam vero ſingulæ diametri intermediæ cyclici quoque canonis miniſterio eodem modo quæri, ac regulæ imprimi poſſunt. Sed multo breuius hoc atque commodius e radicum cubicarum tabula, ſupra cap. 24 propoſita, abſoluitur. Sphæræ enim ſunt vt cubi diametrorum: ideoque capacitatis ſphærarum latera cubica, recte pro ſphærarum diametris vſurpari queunt. Spatium ergo vnius cubicæ diametri, ſeorſim in charta deſignatum, in mille partes æquales diuiditur: hincque ſingularum menſurarum diametri dimenſæ in regulam transferuntur: quemadmodum & ſupra in cylindrimetricæ fabrica, e canone laterum tum quadratorum, ca. 21, tum cubicorum, cap. 24, patuit: vt heic merito breuiores eſſe queamus.

FINIS.

SEQVITVR

TABELLA CYCLICA DIAMETRORVM, CIRCVMFERENTIARVM, ET PLANITIERVM: referenda ad caput 15. huius opusculi.

AA

AD LECTOREM.

CANON hic cyclicus diametros primum exhibet integrorum numerorum, ab vno, ad centum & octo, primorumque vniuscuiusque integri scrupulorum. Hinc diametris adiunctas tum periphereias, tum areas, protinus commōstrat: illas sextis scrupulis, istas etiam septimis definitas. Calculus autem ratione tripla superpartiente $\frac{117467}{[illegible]}$, Archimedea accuratiore, nititur, qui te, Lector, labore non leui leuabit.

Ceterum mensuram diametri, eandem & circumferentiæ atq; areæ tribuendam esse, nihil admonitus intelliges arbitror. Ita enim, si diametrus circuli alicuius sit pollicum vndecim: periphereia eius pollicum erit $34.5'.5''.8'''.9''''.2^{v}.3^{vi}$ ⟶. & area seu planus, pollicum quadratorū $95.0'.3''.7'''.0''''.3^{v}.9^{vi}.9^{vii}$ ⟶. Quod si diametrus vlnarū sit vndecim: ambitus circuli erit vlnarum $34.5'.5''.8'''$ ⟶. &c. atque area, vlnarum quadratarum $95.0'.3''.7'''$ ⟶. &c.

Canon cyclicus Diametrorum, Periphereiarum, & Planitierum.

Diam.		Periphereia.							Area plana							
	′		′	″	‴	⁗	v	vi		′	″	‴	⁗	v	vi	vii
0		0							0							
	1		3	1	4	1	7	2		0	0	7	8	5	4	3
	2		6	2	8	3	4	4		0	3	1	4	1	7	2
	3		9	4	2	5	1	6		0	7	0	6	8	5	7
	4	1	2	5	6	6	8	8		1	2	5	6	6	8	8
	5	1	5	7	0	8	6	0		1	9	6	3	5	7	5
	6	1	8	8	5	0	3	2		2	8	2	7	5	4	8
	7	2	1	9	9	2	0	4		3	8	4	8	6	0	7
	8	2	5	1	3	3	7	6		5	0	2	6	7	5	2
	9	2	8	2	7	5	4	8		6	3	6	1	9	8	3
1	0	3	1	4	1	7	2	0		7	8	5	4	3	0	0
	1	3	4	5	5	8	9	2		9	5	0	3	7	0	3
	2	3	7	7	0	0	6	4	1	1	3	1	0	1	9	2
	3	4	0	8	4	2	3	6	1	3	2	7	3	7	6	7
	4	4	3	9	8	4	0	8	1	5	3	9	4	4	2	8
	5	4	7	1	2	5	8	0	1	7	6	7	2	1	7	5
	6	5	0	2	6	7	5	2	2	0	1	0	7	0	0	8
	7	5	3	4	0	9	2	4	2	2	6	9	8	9	2	7
	8	5	6	5	5	0	9	6	2	5	4	4	7	9	3	2
	9	5	9	6	9	2	6	8	2	8	3	5	4	0	2	3
2	0	6	2	8	3	4	4	0	3	1	4	1	7	2	0	3
	1	6	5	9	7	6	1	2	3	4	6	3	7	4	6	6
	2	6	9	1	1	7	8	4	3	8	0	1	4	8	1	5
	3	7	2	2	5	9	5	6	4	1	5	4	9	2	5	0
	4	7	5	4	0	1	2	8	4	5	2	4	0	7	7	1
	5	7	8	5	4	3	0	0	4	9	0	8	9	3	7	8
	6	8	1	6	8	4	7	2	5	3	0	9	5	0	7	1
	7	8	4	8	2	6	4	4	5	7	2	5	7	8	5	0
	8	8	7	9	6	8	1	6	6	1	5	7	7	7	1	5
	9	9	1	1	0	9	8	8	6	6	0	5	4	6	6	6
3	0	9	4	2	5	1	6	0	7	0	6	8	8	7	0	7

Canon cyclicus Diametrorum, Periphereiarum & Planitierum.

Diam.		*Periphereia.*							*Area plana.*							
0	′	0	′	″	‴	⁗	v	vi	0	′	″	‴	⁗	v	vi	vii
	1	9	7	3	9	3	3	2	7	5	4	7	9	8	3	0
	2	10	0	5	3	5	0	4	8	0	4	2	8	0	3	9
	3	10	3	6	7	6	7	6	8	5	5	3	3	3	3	4
	4	10	6	8	1	8	4	8	9	0	7	9	5	7	1	5
	5	10	9	9	6	0	2	0	9	6	2	1	5	1	8	2
	6	11	3	1	0	1	9	2	10	1	7	9	1	7	3	5
	7	11	6	2	4	3	6	4	10	7	5	2	5	3	7	4
	8	11	9	3	8	5	3	6	11	3	4	1	6	0	9	9
	9	12	2	5	2	7	0	8	11	9	4	6	3	9	1	0
4	0	12	5	6	6	8	8	1	12	5	6	6	8	8	1	2
	1	12	8	8	1	0	3	3	13	2	0	3	0	7	9	5
	2	13	1	9	5	2	2	5	13	8	5	4	9	8	6	4
	3	13	5	0	9	3	9	7	14	5	2	1	6	0	1	9
	4	13	8	2	3	5	6	9	15	2	0	5	9	2	6	0
	5	14	1	3	7	7	4	1	15	9	0	4	9	5	8	7
	6	14	4	5	1	9	1	3	16	6	1	9	7	0	0	0
	7	14	7	6	6	0	8	5	17	3	5	0	1	4	9	9
	8	15	0	8	0	2	5	7	18	0	9	6	3	0	8	4
	9	15	3	9	4	4	2	9	18	8	[illegible]	8	1	7	5	5
5	0	15	7	0	8	6	0	1	19	6	3	5	7	5	1	9
	1	16	0	2	2	7	7	3	20	4	2	9	0	3	6	2
	2	16	3	3	6	9	4	5	21	2	3	8	0	2	9	1
	3	16	6	5	1	1	1	7	22	0	6	2	7	3	0	6
	4	16	9	6	5	2	8	0	22	9	0	3	1	4	0	7
	5	17	2	7	9	4	6	1	23	7	5	9	2	5	9	4
	6	17	5	9	3	6	3	3	24	6	3	1	0	8	6	7
	7	17	9	0	7	8	0	5	25	5	1	8	6	2	2	6
	8	18	2	2	1	9	7	7	26	4	2	1	8	6	7	1
	9	18	5	3	6	1	4	9	27	3	4	0	8	2	0	2
6	0	18	8	5	0	3	2	1	28	2	7	5	4	8	2	8

Canon cyclicus Diametrorum, Peripherearum, & Planitierum.

Diam.		*Periphereia.*							*Area plana.*							
0	'	0	'	''	'''	''''	v	vi	0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	19	1	6	4	4	9	3	29	2	2	5	8	5	3	1
	2	19	4	7	8	6	6	5	30	1	9	1	9	3	2	0
	3	19	7	9	2	8	3	7	31	1	7	3	7	1	9	5
	4	20	1	0	7	0	0	9	32	1	7	1	2	1	5	6
	5	20	4	2	1	1	8	1	33	1	8	4	4	2	0	3
	6	20	7	3	5	3	5	3	34	2	1	3	3	3	3	6
	7	21	0	4	9	5	2	5	35	2	5	7	9	5	5	5
	8	21	3	6	3	6	9	7	36	3	1	8	2	8	6	0
	9	21	6	7	7	8	6	9	37	3	9	4	3	2	5	1
7	0	21	9	9	2	0	4	2	38	4	8	6	0	7	3	8
	1	22	3	0	6	2	1	4	39	5	9	3	5	3	0	1
	2	22	6	2	0	3	8	6	40	7	1	6	6	9	5	0
	3	22	9	3	4	5	5	8	41	8	5	5	5	6	8	5
	4	23	2	4	8	7	3	0	43	0	1	0	1	5	0	6
	5	23	5	6	2	9	0	2	44	1	8	0	4	4	1	3
	6	23	8	7	7	0	7	4	45	3	6	6	4	4	0	6
	7	24	1	9	1	2	4	6	46	5	6	8	1	4	8	5
	8	24	5	0	5	4	1	8	47	7	8	5	5	6	5	0
	9	24	8	1	9	5	9	0	49	0	1	8	6	9	0	1
8	0	25	1	3	3	7	6	2	50	2	6	7	5	2	5	0
	1	25	4	4	7	9	3	4	51	5	3	2	0	6	7	3
	2	25	7	6	2	1	0	6	52	8	1	2	3	1	8	2
	3	26	0	7	6	2	7	8	54	1	0	8	2	7	7	7
	4	26	3	9	0	4	5	0	55	4	1	9	9	4	5	8
	5	26	7	0	4	6	2	2	56	7	4	7	3	2	2	5
	6	27	0	1	8	7	9	4	58	0	9	0	4	0	7	8
	7	27	3	3	2	9	6	6	59	4	4	9	2	0	1	7
	8	27	6	4	7	1	3	8	60	8	2	3	7	0	4	2
	9	27	9	6	1	3	1	0	62	2	1	3	9	1	5	3
9	0	28	2	7	5	4	8	2	63	6	1	9	8	3	6	3

Canon cyclicus Diametrorum, Periphereiarum, & Planitierum.

Diam.		*Periphereia.*							*Area plana.*							
0	′	0	′	″	‴	⁗	v	vi	0	′	″	‴	⁗	v	vi	vii
	1	28	5	8	9	6	5	4	65	0	4	1	4	6	4	6
	2	28	9	0	3	8	2	6	66	4	7	8	8	0	1	5
	3	29	2	1	7	9	9	8	67	9	3	1	8	4	7	0
	4	29	5	3	2	1	7	0	69	4	0	0	6	0	1	1
	5	29	8	4	6	3	4	2	70	8	8	5	0	6	3	8
	6	30	1	6	0	5	1	4	72	3	8	5	2	3	5	1
	7	30	4	7	4	6	8	6	73	9	0	1	1	1	5	0
	8	30	7	8	8	8	5	8	75	4	3	2	7	0	3	5
	9	31	1	0	3	0	3	0	76	9	8	0	0	0	5	6
10	0	31	4	1	7	2	0	3	78	5	4	3	0	0	7	8
	1	31	7	3	1	3	7	5	80	1	2	1	7	2	2	2
	2	32	0	4	5	5	4	7	81	7	1	6	1	4	5	0
	3	32	3	5	9	7	1	9	83	3	2	6	2	7	6	6
	4	32	6	7	3	8	9	1	84	9	5	2	1	1	6	8
	5	32	9	8	8	0	6	3	86	5	9	3	6	6	5	6
	6	33	3	0	2	2	3	5	88	2	5	0	9	2	3	0
	7	33	6	1	6	4	0	7	89	9	2	3	8	8	9	0
	8	33	9	3	0	5	7	9	91	6	1	2	5	6	3	6
	9	34	2	4	4	7	5	1	93	3	1	6	9	4	6	8
11	0	34	5	5	8	9	2	3	95	0	3	7	0	3	9	5
	1	34	8	7	3	0	9	5	96	7	7	2	8	3	9	9
	2	35	1	8	7	2	6	7	98	5	2	4	3	4	8	9
	3	35	5	0	1	4	3	9	100	2	9	1	5	6	6	5
	4	35	8	1	5	6	1	1	102	0	7	4	4	9	2	7
	5	36	1	2	9	7	8	3	103	8	7	3	1	2	7	5
	6	36	4	4	3	9	5	5	105	6	8	7	4	7	0	9
	7	36	7	5	8	1	2	7	107	5	1	7	5	2	2	9
	8	37	0	7	2	2	9	9	109	3	6	3	2	8	3	5
	9	37	3	8	6	4	7	1	111	2	2	4	7	5	2	7
12	0	37	7	0	0	6	4	3	113	1	0	1	9	3	1	3

Canon cyclicus Diametrorum, Peripheriarum, & Planitierum.

Diam.		Periphereia.							Area plana.							
0	'	0	'	''	'''	''''	v	vi	0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	38	0	1	4	8	1	5	114	9	9	4	8	1	7	7
	2	38	3	2	8	9	8	7	116	9	0	3	4	1	2	7
	3	38	6	4	3	1	5	9	118	8	2	7	7	1	6	3
	4	38	9	5	7	3	3	1	120	7	6	7	7	2	8	5
	5	39	2	7	1	5	0	3	122	7	2	3	4	4	9	3
	6	39	5	8	5	6	7	5	124	6	9	4	8	7	8	7
	7	39	8	9	9	8	4	7	126	6	8	2	0	1	6	7
	8	40	2	1	4	0	1	9	128	6	8	4	8	6	3	3
	9	40	5	2	8	1	9	1	130	7	0	3	4	1	8	5
13	0	40	8	4	2	3	6	3	132	7	3	7	6	8	3	2
	1	41	1	5	6	5	3	5	134	7	8	7	6	5	5	6
	2	41	4	7	0	7	0	7	136	8	5	3	3	3	6	6
	3	41	7	8	4	8	7	9	138	9	3	4	7	2	6	2
	4	42	0	9	9	0	5	1	141	0	3	1	8	2	4	4
	5	42	4	1	3	2	2	3	143	1	4	4	6	3	1	2
	6	42	7	2	7	3	9	5	145	2	7	3	1	4	6	6
	7	43	0	4	1	5	6	7	147	4	1	7	3	7	0	6
	8	43	3	5	5	7	3	9	149	5	7	7	3	0	3	2
	9	43	6	6	9	9	1	1	151	7	5	2	9	4	4	4
14	0	43	9	8	4	0	8	4	153	9	4	4	2	9	5	3
	1	44	2	9	8	2	5	6	156	1	5	1	3	5	3	7
	2	44	6	1	2	4	2	8	158	3	7	4	1	2	0	7
	3	44	9	2	6	6	0	0	160	6	1	2	5	9	6	3
	4	45	2	4	0	7	7	2	162	8	6	6	7	8	0	5
	5	45	5	5	4	9	4	4	165	1	3	6	6	7	3	3
	6	45	8	6	9	1	1	6	167	4	2	2	2	7	4	7
	7	46	1	8	3	2	8	8	169	7	2	3	5	8	4	7
	8	46	4	9	7	4	6	0	172	0	4	0	6	0	3	3
	9	46	8	1	1	6	3	2	174	3	7	3	3	3	0	5
15	0	47	1	2	5	8	0	4	176	7	2	1	7	6	7	6

Canon cyclicus Diametrorum, Periphereiarum, & Planitierum.

Diam.		*Peripheria.*							*Area plana.*							
0	'	0	'	''	'''	''''	v	vi	0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	47	4	3	9	9	7	6	179	0	8	5	9	1	2	1
	2	47	7	5	4	1	4	8	181	4	6	5	7	6	5	2
	3	48	0	6	8	3	2	0	183	8	6	1	3	2	6	9
	4	48	3	8	2	4	9	2	185	2	7	2	5	9	7	2
	5	48	6	9	6	6	6	4	188	6	9	9	5	7	6	1
	6	49	0	1	0	8	3	6	191	1	4	2	2	6	5	6
	7	49	3	2	5	0	0	8	193	6	0	0	6	5	9	7
	8	49	6	3	9	1	8	0	196	0	7	4	7	6	4	4
	9	49	9	5	3	3	5	2	198	5	6	4	5	7	7	7
16	0	05	2	6	7	5	2	4	201	0	7	0	1	0	0	1
	1	50	5	8	1	6	9	6	203	5	9	[illegible]	3	3	0	6
	2	50	8	9	5	8	6	8	206	1	2	8	2	6	9	7
	3	51	2	1	0	0	4	0	208	6	8	0	9	1	7	4
	4	51	5	2	4	2	1	2	211	2	4	9	2	7	3	7
	5	51	8	3	8	3	8	4	213	8	3	3	3	3	8	6
	6	52	1	5	2	5	5	6	216	4	3	3	1	1	2	1
	7	52	4	6	6	7	2	8	219	0	4	8	5	9	4	2
	8	52	7	8	0	9	0	0	221	6	7	9	7	8	4	9
	9	53	0	9	5	0	7	2	224	3	2	6	6	8	4	2
17	0	53	4	0	9	2	4	5	226	9	8	9	2	9	2	6
	1	53	7	2	3	4	1	7	229	6	6	7	6	0	9	1
	2	54	0	3	7	5	8	9	232	3	6	1	6	3	4	2
	3	54	3	5	1	7	6	1	235	0	7	1	3	6	7	9
	4	54	6	6	5	9	3	3	237	7	9	6	8	1	0	2
	5	54	9	8	0	1	0	5	240	5	3	7	9	6	1	1
	6	55	2	9	4	2	7	7	243	2	9	4	8	2	0	6
	7	55	6	0	8	4	4	9	246	0	6	7	3	8	8	7
	8	55	9	2	2	6	2	1	248	8	5	5	6	6	5	4
	9	56	2	3	6	7	9	3	251	6	5	9	6	5	0	7
18	0	56	5	5	0	9	6	5	254	4	7	9	3	4	5	4

Canon cyclicus Diametrorum, Periphereiarum, & Planitierum.

Diam.		*Periphereia.*							*Area plana.*							
0	'	0	'	''	'''	''''	v	vi	0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	56	8	6	5	1	3	7	257	3	1	4	7	4	7	9
	2	57	1	7	9	3	0	9	260	1	6	5	8	5	9	0
	3	57	4	9	3	4	8	1	263	0	3	2	6	7	8	7
	4	57	8	0	7	6	5	3	265	9	1	5	2	0	7	0
	5	58	1	2	1	8	2	5	268	8	1	3	4	4	3	9
	6	58	4	3	5	9	9	7	271	7	2	7	3	8	9	4
	7	58	7	5	0	1	6	9	274	6	5	7	0	4	3	5
	8	59	0	6	4	3	4	1	277	6	0	2	4	0	6	2
	9	59	3	7	8	5	1	3	280	5	6	3	4	7	7	5
19	0	59	6	9	2	6	8	5	283	5	4	0	2	5	8	3
	1	60	0	0	6	8	5	7	286	5	3	2	7	4	6	8
	2	60	3	2	1	0	2	9	289	5	4	0	9	4	3	9
	3	60	6	3	5	2	0	1	292	5	6	4	8	4	9	6
	4	60	9	4	9	3	7	3	295	6	0	4	4	6	3	9
	5	61	2	6	3	5	4	5	298	6	5	9	7	8	6	8
	6	61	5	7	7	7	1	7	301	7	3	0	8	1	8	3
	7	61	8	9	1	8	8	9	304	8	1	7	5	5	8	4
	8	62	2	0	6	0	6	1	307	9	2	0	0	0	7	1
	9	62	5	2	0	2	3	3	311	0	3	8	1	6	4	4
20	0	62	8	3	4	4	0	6	314	1	7	2	0	3	1	4
	1	63	1	4	8	5	7	8	317	3	2	1	6	0	6	0
	2	63	4	6	2	7	5	0	320	4	8	6	8	8	9	2
	3	63	7	7	6	9	2	2	323	6	6	7	8	8	1	0
	4	64	0	9	1	0	9	4	326	8	6	4	5	8	1	4
	5	64	4	0	5	2	6	6	330	0	7	6	9	9	0	4
	6	64	7	1	9	4	3	8	333	3	0	5	1	0	8	0
	7	65	0	3	3	6	1	0	336	5	4	8	9	3	4	2
	8	65	3	4	7	7	8	2	339	8	0	8	4	6	9	0
	9	65	6	6	1	9	5	4	343	0	8	3	7	1	2	4
21	0	65	9	7	6	1	2	6	346	3	7	4	6	6	4	6

Canon cyclicus Diametrorum, Periphereiarum, & Planitierum.

Diam.		Peripheres.							Area plana.							
°	'	°	'	''	'''	''''	v	vi	°	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	66	2	9	0	2	9	8	349	6	8	1	3	2	5	2
	2	66	6	0	4	4	7	0	353	0	0	3	6	9	4	4
	3	66	9	1	8	6	4	2	356	3	4	1	7	7	2	2
	4	67	2	3	2	8	1	4	359	6	9	5	5	5	8	6
	5	67	5	4	6	9	8	6	363	0	6	5	0	5	3	6
	6	67	8	6	1	1	5	8	366	4	5	0	2	5	7	2
	7	68	1	7	5	3	3	0	369	8	5	1	1	6	9	4
	8	68	4	8	9	5	0	2	373	2	6	7	7	9	0	2
	9	68	8	0	3	6	7	4	376	7	0	0	1	1	9	6
22	0	69	1	1	7	8	4	6	38	1	4	8	1	5	8	0
	1	69	4	3	2	0	1	8	383	6	1	1	9	0	4	6
	2	69	7	4	6	1	9	0	387	0	9	1	3	5	9	8
	3	70	0	6	0	3	6	2	390	5	8	6	5	2	3	6
	4	70	3	7	4	5	3	4	394	0	9	7	3	9	6	0
	5	70	6	8	8	7	0	6	397	6	2	3	9	7	7	0
	6	71	0	0	2	8	7	8	401	1	6	6	2	6	6	6
	7	7	3	1	7	0	5	0	404	7	2	4	2	6	4	8
	8	71	6	3	1	2	2	2	408	2	9	7	9	7	1	6
	9	71	9	4	5	3	9	4	411	8	8	7	3	8	7	0
23	0	72	2	5	9	5	6	7	415	4	9	2	5	1	1	5
	1	72	5	7	3	7	3	9	419	1	1	3	3	4	4	1
	2	72	8	8	7	9	1	1	422	7	4	9	8	8	5	3
	3	73	2	0	2	0	8	3	426	4	0	2	1	3	5	1
	4	73	5	1	6	2	5	5	430	0	7	0	0	9	3	5
	5	73	8	3	0	4	2	7	433	7	5	3	7	6	0	5
	6	74	1	4	4	5	9	9	437	4	5	3	1	3	6	1
	7	74	4	5	8	7	7	1	441	1	6	8	2	2	0	3
	8	74	7	7	2	9	4	3	444	8	9	9	0	1	3	1
	9	75	0	8	7	1	1	5	448	6	4	5	5	1	4	5
24.	0	75	4	0	1	2	8	7	452	4	0	7	7	2	5	2

Canon cyclicus Diametrorum, Periphereiarum, & Planitierum.

Diam.		Periphereia.							Area plana.							
0	'	0	i	ii	iii	iiii	v	vi	0	i	ii	iii	iiii	v	vi	vii
	1	75	7	1	5	4	5	9	456	1	8	5	6	4	3	8
	2	76	0	2	9	6	3	1	459	9	7	9	2	7	1	0
	3	76	3	4	3	8	0	3	463	7	8	8	6	0	6	8
	4	76	6	5	7	9	7	5	467	6	1	3	6	5	1	2
	5	76	9	7	2	1	4	7	471	4	5	4	4	0	4	2
	6	77	2	8	6	3	1	9	475	3	1	0	8	6	5	8
	7	77	6	0	0	4	9	1	479	1	8	3	0	3	6	0
	8	77	9	1	4	6	6	3	483	0	7	0	9	1	4	8
	9	78	2	2	8	8	3	5	486	9	7	4	5	0	2	2
25	0	78	5	4	3	0	0	7	490	8	9	3	7	9	9	0
	1	78	8	5	7	1	7	9	494	8	2	8	8	0	3	6
	2	79	1	7	1	3	5	1	498	7	7	9	5	1	6	8
	3	79	4	8	5	5	2	3	502	7	4	5	9	3	8	6
	4	79	7	9	9	6	9	5	506	7	2	8	0	6	9	0
	5	80	1	1	3	8	6	7	510	7	2	5	9	0	8	0
	6	80	4	2	8	0	5	9	514	7	3	9	4	5	5	6
	7	80	7	4	2	2	1	1	518	7	6	8	7	1	1	8
	8	81	0	5	6	3	8	3	522	8	1	3	6	7	6	6
	9	81	3	7	0	5	5	5	526	8	7	4	3	5	0	0
26	0	81	6	8	4	7	2	8	530	9	5	0	7	3	3	0
	1	81	9	9	8	9	0	0	535	0	4	2	8	2	3	6
	2	82	3	1	3	0	7	2	539	1	5	0	6	2	2	8
	3	82	6	2	7	2	4	4	543	2	7	4	1	3	0	6
	4	82	9	4	1	4	1	6	547	4	1	3	3	4	7	0
	5	83	2	5	5	5	8	8	551	5	6	8	2	7	2	0
	6	83	5	6	9	7	6	0	555	7	3	8	9	0	5	6
	7	83	8	8	3	9	3	2	559	9	2	5	2	4	7	8
	8	84	1	9	8	1	0	4	564	1	2	7	2	9	8	6
	9	84	5	1	2	2	7	6	568	3	4	5	0	5	8	0
27	0	84	8	2	6	4	4	8	572	5	7	8	5	[illegible]	7	2

Canon cyclicus Diametrorum, Periphereiarum, & Planitierum.

Diam.		Periphereiæ.							Area plana.							
0	'	0	'	''	'''	''''	v	vi	0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	85	1	4	0	6	2	0	576	8	2	7	7	0	3	8
	2	85	4	5	4	7	9	2	581	0	9	2	5	8	9	0
	3	85	7	6	8	9	6	4	585	3	7	3	1	8	2	8
	4	86	0	8	3	1	3	6	589	6	6	9	4	8	5	2
	5	86	3	9	7	3	0	8	593	9	8	1	4	9	6	2
	6	86	7	1	1	4	8	0	598	3	0	9	2	1	5	8
	7	87	0	2	5	6	5	2	602	6	5	2	6	4	4	0
	8	87	3	3	9	8	2	4	607	0	1	1	7	8	0	8
	9	87	6	5	3	9	9	6	611	3	8	6	6	2	6	2
28	0	87	9	6	8	1	6	8	615	7	7	7	1	8	1	5
	1	88	2	8	2	3	4	0	620	1	8	3	4	4	4	1
	2	88	5	9	6	5	1	2	624	6	0	5	4	1	5	3
	3	88	9	1	0	6	8	4	629	0	4	3	0	9	5	1
	4	89	2	2	4	8	5	6	633	4	9	6	4	8	3	5
	5	89	5	3	9	0	2	8	637	9	6	5	5	8	0	5
	6	89	8	5	3	2	0	0	642	4	5	0	3	8	6	1
	7	90	1	6	7	3	7	2	646	9	5	0	9	0	0	3
	8	90	4	8	1	5	4	4	651	4	6	7	1	2	3	1
	9	90	7	9	5	7	1	6	655	9	9	9	0	5	4	5
29	0	91	1	0	9	8	8	9	660	5	4	6	6	9	6	0
	1	91	4	2	4	0	6	1	665	1	1	0	0	4	4	6
	2	91	7	3	8	2	3	3	669	6	8	9	1	0	1	8
	3	92	0	5	2	4	0	5	674	2	8	3	8	6	7	6
	4	92	3	6	6	5	7	7	678	8	9	4	3	4	2	0
	5	92	6	8	0	7	4	9	683	5	2	0	5	2	5	0
	6	92	9	9	4	9	2	1	688	1	6	2	4	1	6	6
	7	93	3	0	9	0	9	3	692	8	2	0	0	1	6	8
	8	93	6	2	3	2	6	5	697	4	9	3	3	2	5	6
	9	93	9	3	7	4	3	7	702	1	8	2	3	4	3	0
30	0	94	2	5	1	6	0	9	706	8	8	7	0	7	0	6

Canon cyclicus Diametrorum, Periphereiarum, & Planitierum.

Diam.		Periphereia.							Areæ planæ.							
0	'	0	'	''	'''	''''	v	vi	0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	94	5	6	5	7	8	1	711	6	0	7	5	0	5	3
	2	94	8	7	9	9	5	3	716	3	4	3	6	4	8	6
	3	95	1	9	4	1	2	5	721	0	9	5	5	0	0	5
	4	95	5	0	8	2	9	7	725	8	6	3	0	6	1	0
	5	95	8	2	2	4	6	9	730	6	4	6	3	3	0	1
	6	96	1	3	6	6	4	1	735	4	4	5	3	0	7	8
	7	96	4	5	0	8	1	3	740	2	5	9	9	9	4	1
	8	96	7	6	4	9	8	5	745	0	9	0	3	8	9	0
	9	97	0	7	9	1	5	7	749	9	3	6	4	9	2	5
31	0	97	3	9	3	3	2	9	754	7	9	8	3	0	5	4
	1	97	7	0	7	5	0	1	759	6	7	5	8	2	6	1
	2	98	0	2	1	6	7	3	764	5	6	9	0	5	5	4
	3	98	3	3	5	8	4	5	769	4	7	7	9	9	3	3
	4	98	6	5	0	0	1	7	774	4	0	2	6	3	9	8
	5	98	9	6	4	1	8	9	779	3	4	2	9	9	4	9
	6	99	2	7	8	3	6	1	784	2	9	9	0	5	8	6
	7	99	5	9	2	5	3	3	789	2	7	0	8	3	0	9
	8	99	9	0	6	7	0	5	794	2	5	8	3	1	1	8
	9	100	2	2	0	8	7	7	799	2	6	1	5	0	1	3
32	0	100	5	3	5	0	5	0	804	2	8	0	4	0	0	4
	1	100	8	4	9	2	2	2	809	3	1	5	0	0	7	2
	2	101	1	6	3	3	9	4	814	3	6	5	3	2	2	6
	3	101	4	7	7	5	6	6	819	4	3	1	3	4	6	8
	4	101	7	9	1	7	3	8	824	5	1	3	0	7	9	2
	5	102	1	0	5	9	1	0	829	6	1	0	5	2	0	4
	6	102	4	2	0	0	8	2	834	7	2	3	6	7	0	2
	7	102	7	3	4	2	5	4	839	8	5	2	5	2	8	6
	8	103	0	4	8	4	2	6	844	9	9	7	0	9	5	6
	9	103	3	6	2	5	9	8	850	1	5	7	3	7	1	2
33	0	103	6	7	6	7	7	0	855	3	3	3	3	5	5	5

BB 3

Diam.		Periphereia.							Area plana.							
°	'	°	'	''	'''	''''	v	vi	°	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	103	9	9	0	9	4	2	860	5	2	5	0	4	8	3
	2	104	3	0	5	1	1	4	865	7	3	2	4	4	9	7
	3	104	6	1	9	2	8	6	870	9	5	5	5	5	9	7
	4	104	9	3	3	4	5	8	876	1	9	4	3	7	8	3
	5	105	2	4	7	6	3	0	881	4	4	8	9	0	5	5
	6	105	5	6	1	8	0	2	886	7	1	9	1	4	1	3
	7	105	8	7	5	9	7	4	892	0	0	5	0	8	5	7
	8	106	1	9	0	1	4	6	897	3	0	6	7	3	8	7
	9	106	5	0	4	3	1	8	902	6	2	4	1	0	0	3
34	0	106	8	1	8	4	9	0	907	9	5	7	1	7	0	7
	1	107	1	3	2	6	6	2	913	3	0	5	9	4	9	5
	2	107	4	4	6	8	3	4	918	6	7	0	4	3	6	9
	3	107	7	6	1	0	0	6	924	0	5	0	6	3	2	9
	4	108	0	7	5	1	7	8	929	4	4	6	5	3	7	5
	5	108	3	8	9	3	5	0	934	8	5	8	1	5	0	7
	6	108	7	0	3	5	2	2	940	2	8	5	4	7	2	5
	7	109	0	1	7	6	9	4	945	7	2	8	5	0	2	9
	8	109	3	3	1	8	6	6	951	1	8	7	2	4	1	9
	9	109	6	4	6	0	3	8	956	6	6	1	6	8	9	5
35	0	109	9	6	0	2	1	0	962	1	5	1	8	4	6	2
	1	110	2	7	4	3	8	2	967	6	5	7	7	1	1	0
	2	110	5	8	8	5	5	4	973	1	7	9	2	8	4	4
	3	110	9	0	2	7	2	6	978	7	1	6	5	6	6	4
	4	111	2	1	6	8	9	8	984	2	6	9	5	5	7	0
	5	111	5	3	1	0	7	0	989	8	3	8	2	5	6	2
	6	111	8	4	5	2	4	2	995	4	2	2	6	6	4	0
	7	112	1	5	9	4	1	4	1001	0	2	2	7	8	0	4
	8	112	4	7	3	5	8	6	1006	6	3	8	6	0	5	4
	9	112	7	8	7	7	5	8	1012	2	7	0	1	3	9	0
36	0	113	1	0	1	9	3	1	1017	9	1	7	[illegible]	8	1	7

Canon cyclicus Diametrorum, Periphereiarum, & Planitierum.

Diam.		Periphereia.							Area plana.							
°	'	°	'	''	'''	''''	v	vi	°	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	113	4	1	6	1	0	3	1023	5	8	0	3	3	2	5
	2	113	7	3	0	2	7	5	1029	2	5	8	9	9	1	9
	3	114	0	4	4	4	4	7	1034	9	5	3	3	5	9	9
	4	114	3	5	8	6	1	9	1040	6	6	3	4	3	6	5
	5	114	6	7	2	7	9	1	1046	3	8	9	2	2	1	7
	6	114	9	8	6	9	6	3	1052	1	3	0	7	1	5	5
	7	115	3	0	1	1	3	5	1057	8	8	7	9	1	7	9
	8	115	6	1	5	3	0	7	1063	6	6	0	8	2	8	9
	9	115	9	2	9	4	7	9	1069	4	4	9	4	4	8	5
37	0	116	2	4	3	6	5	1	1075	2	5	3	7	7	7	5
	1	116	5	5	7	8	2	3	1081	0	7	3	8	1	4	3
	2	116	8	7	1	9	9	5	1086	9	0	9	5	5	9	7
	3	117	1	8	6	1	6	7	1092	7	6	1	0	1	3	7
	4	117	5	0	0	3	3	9	1098	6	2	8	1	7	6	3
	5	117	8	1	4	5	1	1	1104	5	1	1	0	4	7	5
	6	118	1	2	8	6	8	3	1110	4	0	9	6	2	7	3
	7	118	4	4	2	8	5	5	1116	3	2	3	9	1	5	7
	8	118	7	5	7	0	2	7	1122	2	5	3	9	1	2	7
	9	119	0	7	1	1	9	9	1128	1	9	9	6	1	8	5
38	0	119	3	8	5	3	7	1	1134	1	6	1	0	3	3	4
	1	119	6	9	9	5	4	3	1140	1	3	8	1	5	6	2
	2	120	0	1	3	7	1	5	1146	1	5	0	9	8	7	6
	3	120	3	2	7	8	8	7	1152	1	3	9	5	2	7	6
	4	120	6	4	2	0	5	9	1158	1	6	3	7	7	6	2
	5	120	9	5	6	2	3	1	1164	2	0	3	7	3	3	4
	6	121	2	7	0	4	0	3	1170	2	5	9	3	9	9	2
	7	121	5	8	4	5	7	5	1176	3	3	0	7	7	3	6
	8	121	8	9	8	7	4	7	1182	4	1	7	8	5	6	6
	9	122	2	1	2	9	1	9	1188	5	2	0	6	4	8	2
39	0	122	5	2	7	0	9	2	1194	6	3	9	1	4	9	4

Diam.		Periphereia.							Area plana.							
0	'	0	'	''	'''	''''	v	vi	0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	122	8	4	1	2	6	4	1200	7	7	3	3	5	8	2
	2	123	1	5	5	4	3	6	1206	9	2	3	2	7	5	6
	3	123	4	6	9	6	0	8	1213	0	8	8	9	0	1	7
	4	123	7	8	3	7	8	0	1219	2	7	0	2	3	6	4
	5	124	0	9	7	9	5	2	1225	4	6	7	2	7	9	7
	6	124	4	1	2	1	2	4	1231	6	8	0	0	3	1	6
	7	124	7	2	6	2	9	6	1237	9	0	8	4	9	2	1
	8	125	0	4	0	4	6	8	1244	1	5	2	6	6	1	2
	9	125	3	5	4	6	4	0	1250	4	1	2	5	3	8	9
40	0	125	6	6	8	8	1	2	1256	6	8	8	1	2	5	6
	1	125	9	8	2	9	8	4	1262	9	7	9	4	2	0	5
	2	126	2	9	7	1	5	6	1269	2	8	6	4	2	4	0
	3	126	6	1	1	3	2	8	1275	6	0	9	1	3	6	1
	4	126	9	2	5	5	0	0	1281	9	4	7	5	5	6	8
	5	127	2	3	9	6	7	2	1288	3	0	1	6	8	6	1
	6	127	5	5	3	8	4	4	1294	6	7	1	5	2	4	0
	7	127	8	6	8	0	1	6	1301	0	5	7	0	7	0	5
	8	128	1	8	2	1	8	8	1307	4	5	8	3	2	5	6
	9	128	4	9	6	3	6	0	1313	8	7	5	2	8	9	3
41	0	128	8	1	0	5	3	2	1320	3	0	7	9	6	2	0
	1	129	1	2	4	7	0	4	1326	7	5	6	3	4	2	9
	2	129	4	3	8	8	7	6	1333	2	2	0	4	3	2	4
	3	129	7	5	3	0	4	8	1339	7	0	0	2	3	0	5
	4	130	0	6	7	2	2	0	1346	1	9	5	7	3	7	2
	5	130	3	8	1	3	9	2	1352	7	0	6	9	5	2	5
	6	130	6	9	5	5	6	4	1359	2	3	3	8	7	6	4
	7	131	0	0	9	7	3	6	1365	7	7	6	5	0	8	9
	8	131	3	2	3	9	0	8	1372	3	3	4	5	5	0	0
	9	131	6	3	8	0	8	0	1378	9	0	5	5	9	9	7
42	0	131	9	5	2	2	5	3	1385	4	9	5	6	5	8	5

Diam.		Periphereia.							Area plana.							
°	′	°	′	″	‴	⁗	v	vi	°	′	″	‴	⁗	v	vi	vii
	1	132	2	6	6	4	2	5	1392	1	0	4	1	2	5	4
	2	132	5	8	0	5	9	7	1398	7	2	5	3	0	0	9
	3	132	8	9	4	7	6	9	1405	3	6	2	1	8	5	0
	4	133	2	0	8	9	4	1	1412	0	1	4	7	7	7	7
	5	133	5	2	3	1	1	3	1418	6	8	3	0	7	9	0
	6	133	8	3	7	2	8	5	1425	3	6	7	0	8	8	9
	7	134	1	5	1	4	5	7	1432	0	6	6	8	0	7	4
	8	134	4	6	5	6	2	9	1438	7	8	2	2	3	4	5
	9	134	7	7	9	8	0	1	1445	5	1	3	3	7	0	2
43	0	135	0	9	3	9	7	3	1452	2	6	0	2	1	5	2
	1	135	4	0	8	1	4	5	1459	0	2	2	7	6	8	1
	2	135	7	2	2	3	1	7	1465	8	0	1	0	2	9	6
	3	136	0	3	6	4	8	9	1472	5	9	4	9	9	9	7
	4	136	3	5	0	6	6	1	1479	4	0	4	6	7	8	4
	5	136	6	6	4	8	3	3	1486	2	3	0	0	6	5	7
	6	136	9	7	9	0	0	5	1493	0	7	1	1	6	1	6
	7	137	2	9	3	1	7	7	1499	9	2	7	9	6	6	1
	8	137	6	0	7	3	4	9	506	8	0	0	4	7	9	2
	9	137	9	2	1	5	2	1	1513	6	8	8	7	0	0	9
44	0	138	2	3	5	6	9	3	1520	5	9	2	6	3	2	0
	1	138	5	4	9	8	6	5	1527	5	1	2	2	7	0	9
	2	138	8	6	4	0	3	7	1534	4	4	7	6	1	8	4
	3	139	1	7	8	2	0	9	1541	3	9	8	6	7	4	5
	4	139	4	9	2	3	8	1	1548	3	6	5	4	3	9	2
	5	139	8	0	6	5	5	3	1555	3	4	7	9	1	2	5
	6	140	1	2	0	7	2	5	1562	3	4	6	0	9	4	4
	7	140	4	3	4	8	9	7	1569	3	5	9	9	8	4	9
	8	140	7	4	9	0	6	9	1576	3	8	9	5	8	4	0
	9	141	0	6	3	2	4	1	1583	4	3	4	8	9	1	7
45	0	141	3	7	7	4	1	4	1590	4	9	5	9	0	9	0

Diam.		*Periphereia.*							*Areaplana.*							
0	'	0	'	''	'''	''''	v	vi	0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	141	6	9	1	5	8	6	1597	5	7	2	6	3	3	9
	2	142	0	0	5	7	5	8	1604	6	6	5	0	6	7	4
	3	142	3	1	9	9	3	0	1611	7	7	3	2	0	9	5
	4	142	6	3	4	1	0	2	1618	8	9	7	0	6	0	2
	5	142	9	4	8	2	7	4	1626	0	3	6	6	1	9	5
	6	143	2	6	2	4	4	6	1633	1	9	1	8	8	7	4
	7	143	5	7	6	6	1	8	1640	3	6	2	8	6	3	9
	8	143	8	9	0	7	9	0	1647	5	4	9	5	4	9	0
	9	144	2	0	4	9	6	2	1654	7	5	1	9	4	2	7
46	0	144	5	1	9	1	3	4	1661	9	7	0	0	4	6	2
	1	144	8	3	3	3	0	6	1669	2	0	3	8	5	6	9
	2	145	1	4	7	4	7	8	1676	4	5	3	3	7	6	4
	3	145	4	6	1	6	5	0	1683	7	1	8	6	0	4	5
	4	145	7	7	5	8	2	2	1690	9	9	9	5	4	1	2
	5	146	0	8	9	9	9	4	1698	2	9	6	1	8	6	5
	6	146	4	0	4	1	6	6	1705	6	0	8	5	4	0	4
	7	146	7	1	8	3	3	8	1712	9	3	6	6	0	2	9
	8	147	0	3	2	5	1	0	1720	2	8	0	3	7	4	0
	9	147	3	4	6	6	8	2	1727	6	3	9	8	5	3	7
47	0	147	6	6	0	8	5	4	1735	0	1	5	0	4	3	5
	1	147	9	7	5	0	2	6	1742	4	0	5	9	4	0	4
	2	148	2	8	9	1	9	8	1749	8	1	2	5	4	6	0
	3	148	6	0	3	3	7	0	1757	2	3	4	8	6	0	2
	4	148	9	1	7	5	4	2	1764	6	7	2	8	8	3	0
	5	149	2	3	1	7	1	4	1772	1	2	6	6	1	4	4
	6	149	5	4	5	8	8	6	1779	5	9	6	0	5	4	4
	7	149	8	6	0	0	5	8	1787	0	8	1	2	0	3	0
	8	150	1	7	4	2	3	0	1794	5	8	2	0	6	0	2
	9	150	4	8	8	4	0	2	1802	0	9	8	6	2	6	0
48	0	150	8	0	2	5	7	5	1809	6	3	0	9	0	0	9

Canon cyclicus Diametrorum, Periphereiarum, & Planitierum.

Diam. 0	′	*Periphereia.* 0	′	″	‴	⁗	v	vi	*Area plana.* 0	′	″	‴	⁗	v	vi	vii
	1	151	1	1	6	7	4	7	1817	1	7	8	8	8	3	9
	2	151	4	4	0	9	1	9	1824	7	4	2	5	7	5	5
	3	151	7	4	5	0	9	1	1832	3	2	1	9	7	5	7
	4	152	0	5	9	2	6	3	1839	9	1	7	0	8	4	5
	5	152	3	7	3	4	3	5	1847	5	2	7	9	0	1	9
	6	152	6	8	7	6	0	7	1855	1	5	4	4	2	7	9
	7	153	0	0	1	7	7	9	1862	7	9	6	6	6	2	5
	8	153	3	1	5	9	5	1	1870	4	5	4	6	0	5	7
	9	153	6	3	0	1	2	3	1878	1	2	8	2	5	7	5
49	0	153	9	4	4	2	9	5	1885	8	1	7	6	1	8	5
	1	154	2	5	8	4	6	7	1893	5	2	2	6	8	7	5
	2	154	5	7	2	6	3	9	1901	2	4	3	4	6	5	1
	3	154	8	8	6	8	1	1	1908	9	7	9	9	5	1	3
	4	155	2	0	0	9	8	3	1916	7	3	2	1	4	6	1
	5	155	5	1	5	1	5	5	1924	5	0	0	0	4	9	5
	6	155	8	2	9	3	2	7	1932	2	8	3	6	6	1	9
	7	156	1	4	3	4	9	9	1940	0	8	2	9	8	2	1
	8	156	4	5	7	6	7	1	1947	8	9	8	0	1	1	3
	9	156	7	7	1	8	4	3	1955	7	2	8	7	4	9	1
50	0	157	0	8	6	0	1	5	1963	5	7	5	1	9	6	3
	1	157	4	0	0	1	8	7	1971	4	3	7	3	5	1	3
	2	157	7	1	4	3	5	9	1979	3	1	5	2	1	4	9
	3	158	0	2	8	5	3	1	1987	2	0	8	7	8	7	1
	4	158	3	4	2	7	0	3	1995	1	1	8	0	6	7	9
	5	158	6	5	6	8	7	5	2003	0	4	3	0	5	7	3
	6	158	9	7	1	0	4	7	2010	9	8	3	7	5	5	3
	7	159	2	8	5	2	1	9	2018	9	4	0	1	6	1	9
	8	159	5	9	9	3	9	1	2026	9	1	2	2	7	7	1
	9	159	9	1	3	5	6	3	2034	9	0	0	1	0	0	9
51	0	160	2	2	7	7	3	5	2042	9	0	3	6	3	4	2

Diam.		Peripheria.							Areæ plana.							
0	'	0	'	''	'''	''''	v	vi	0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	160	5	4	1	9	0	7	2050	9	2	2	8	7	5	1
	2	160	8	5	6	0	7	9	2058	9	5	7	8	2	4	8
	3	161	1	7	0	2	5	1	2067	0	0	8	4	8	3	0
	4	161	4	8	4	4	2	3	2075	0	7	4	8	4	9	8
	5	161	7	9	8	5	9	5	2083	1	5	6	9	2	5	2
	6	162	1	1	2	7	6	7	2091	2	5	4	7	0	9	2
	7	162	4	2	6	9	3	9	2099	3	6	8	2	0	1	8
	8	162	7	4	1	1	1	1	2107	4	9	7	4	0	3	0
	9	163	0	5	5	2	8	3	2115	6	4	2	3	1	2	8
52	0	163	3	6	9	4	5	6	2123	8	0	2	9	3	2	3
	1	163	6	8	3	6	2	8	2131	9	7	9	2	5	9	3
	2	163	9	9	7	8	0	0	2140	1	7	1	2	9	4	9
	3	164	3	1	1	9	7	2	2148	3	7	9	0	3	9	1
	4	164	6	2	6	1	4	4	2156	6	0	2	4	9	1	9
	5	164	9	4	0	3	1	6	2164	8	4	1	6	5	3	3
	6	165	2	5	4	4	8	8	2173	0	9	6	5	2	3	3
	7	165	5	6	8	6	6	0	2181	3	6	7	1	0	1	9
	8	165	8	8	2	8	3	2	2189	6	5	3	3	8	9	1
	9	166	1	9	7	0	0	4	2197	9	5	5	3	8	4	9
53	0	166	5	1	1	1	7	6	2206	2	7	3	0	9	0	6
	1	166	8	2	5	3	4	8	2214	6	0	6	5	0	3	7
	2	167	1	3	9	5	2	0	2222	9	5	5	6	2	5	4
	3	167	4	5	3	6	9	2	2231	3	2	0	4	5	5	7
	4	167	7	6	7	8	6	4	2239	7	0	0	9	9	4	6
	5	168	0	8	2	0	3	6	2248	0	9	7	2	4	2	1
	6	168	3	9	6	2	0	8	2256	5	0	9	1	9	8	2
	7	168	7	1	0	3	8	0	2264	9	3	6	8	6	2	9
	8	169	0	2	4	5	5	2	2273	3	8	0	2	3	6	2
	9	169	3	3	8	7	2	4	2281	8	3	9	3	1	8	1
54	0	169	6	5	2	8	9	0	2290	3	1	4	1	0	9	0

Diam.		Periphereia.							Area plana.							
0	′	0	′	″	‴	⁗	v	vi	0	′	″	‴	⁗	v	vi	vii
	1	169	9	6	7	0	6	8	2298	8	0	4	6	0	8	1
	2	170	2	8	1	2	4	0	2307	3	1	0	8	1	5	8
	3	170	5	9	5	4	1	2	2315	8	4	2	7	3	2	1
	4	170	9	0	9	5	8	4	2324	3	7	0	3	5	7	0
	5	171	2	2	3	7	5	6	2332	9	2	3	6	9	0	5
	6	171	5	3	7	9	2	8	2341	4	9	2	7	3	2	6
	7	171	8	5	2	1	0	0	2350	0	7	7	4	8	3	3
	8	172	1	6	6	2	7	2	2358	6	7	7	9	4	2	6
	9	172	4	8	0	4	4	4	2367	2	9	4	1	1	0	5
55	0	172	7	9	4	6	1	7	2375	9	2	5	9	8	7	6
	1	173	1	0	8	7	8	9	2384	5	7	3	5	7	2	7
	2	173	4	2	2	9	6	1	2393	2	3	6	8	6	6	4
	3	173	7	3	7	1	3	3	2401	9	1	5	8	6	8	7
	4	174	0	5	1	3	0	5	2410	6	1	0	5	7	9	6
	5	174	3	6	5	4	7	7	2419	3	2	0	9	9	9	1
	6	174	6	7	9	6	4	9	2428	0	4	7	1	2	7	2
	7	174	9	9	3	8	2	1	2436	7	8	8	9	6	3	9
	8	175	3	0	7	9	9	3	2445	5	4	6	5	0	9	2
	9	175	6	2	2	1	6	5	2454	3	1	9	7	6	3	1
56	0	175	9	3	6	3	3	7	2463	1	0	8	7	2	6	3
	1	176	2	5	0	5	0	9	2471	9	1	3	3	9	7	4
	2	176	5	6	4	6	8	1	2480	7	3	3	7	7	7	1
	3	176	8	7	8	8	5	3	2489	5	6	6	8	6	5	4
	4	177	1	9	3	0	2	5	2498	4	2	1	6	6	2	3
	5	177	5	0	7	1	9	7	2507	2	8	9	1	6	7	8
	6	177	8	2	1	3	6	9	2516	1	7	2	3	8	1	9
	7	178	1	3	5	5	4	1	2525	0	7	1	3	0	4	6
	8	178	4	4	9	7	1	3	2533	9	8	5	9	3	5	9
	9	178	7	6	3	8	8	5	2542	9	1	6	2	7	5	8
57	0	179	0	7	8	0	5	7	2551	8	6	2	3	2	5	2

Diam.		*Periphereia.*							*Area plana.*							
o	'	o	'	''	'''	''''	v	vi	o	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	179	3	9	2	2	2	9	2560	8	2	4	0	8	2	3
	2	179	7	0	6	4	0	1	2569	8	0	1	5	4	8	0
	3	180	0	2	0	5	7	3	2578	7	9	4	7	2	2	3
	4	180	3	3	4	7	4	5	2587	8	0	3	6	0	5	2
	5	180	6	4	8	9	1	7	2596	8	2	8	1	9	6	7
	6	180	9	6	3	0	8	9	2605	8	6	8	4	9	6	8
	7	181	2	7	7	2	6	1	2614	9	2	4	5	0	5	5
	8	181	5	9	1	4	3	3	2623	9	9	6	2	2	2	8
	9	181	9	0	5	6	0	5	2633	0	8	3	6	4	8	7
58	0	182	2	1	9	7	7	8	2642	1	8	6	7	8	4	2
	1	182	5	3	3	9	5	0	2651	3	0	5	6	2	7	3
	2	182	8	4	8	1	2	2	2660	4	4	0	1	7	9	0
	3	183	1	6	2	2	9	4	2669	5	9	0	4	3	9	3
	4	183	4	7	6	4	6	6	2678	7	5	6	4	0	1	2
	5	183	7	9	0	6	3	8	2687	9	3	8	0	8	5	7
	6	184	1	0	4	8	5	0	2697	1	3	5	4	7	1	8
	7	184	4	1	8	9	8	2	2706	3	4	8	5	6	6	5
	8	184	7	3	3	1	5	4	2715	5	7	7	3	6	9	8
	9	185	0	4	7	3	2	6	2724	8	2	1	8	8	1	7
59	0	185	3	6	1	4	9	8	2734	0	8	2	1	0	3	4
	1	185	6	7	5	6	7	0	2743	3	5	8	0	3	2	6
	2	185	9	8	9	8	4	2	2752	6	4	9	6	7	0	4
	3	186	3	0	4	0	1	4	2761	9	5	7	0	1	6	8
	4	186	6	1	8	1	8	6	2771	2	8	0	0	7	1	8
	5	186	9	3	2	3	5	8	2780	6	1	8	8	3	5	4
	6	187	2	4	6	5	3	0	2789	9	7	3	3	0	7	6
	7	187	5	6	0	7	0	2	2799	3	4	3	4	8	8	4
	8	187	8	7	4	8	7	4	2808	7	2	9	3	7	7	8
	9	188	1	8	9	0	4	6	2818	1	3	0	9	7	5	8
60		188	5	0	3	2	1	8	2827	5	4	8	2	8	2	7

Diam.		Peripheria.							Area plana.							
0	′	0	′	″	‴	⁗	v	vi	0	′	″	‴	⁗	v	vi	vii
	1	188	8	1	7	3	9	0	2836	9	8	1	2	9	7	9
	2	189	1	3	1	5	6	2	2846	4	3	0	0	2	1	7
	3	189	4	4	5	7	3	4	2855	8	9	4	4	5	4	1
	4	189	7	5	9	9	0	6	2865	3	7	4	5	9	5	1
	5	190	0	7	4	0	7	8	2874	8	7	0	4	4	4	7
	6	190	3	8	8	2	5	0	2884	3	8	2	0	0	2	9
	7	190	7	0	2	4	2	2	2893	9	0	9	2	6	9	7
	8	191	0	1	6	5	9	4	2903	4	5	2	2	4	5	1
	9	191	3	3	0	7	6	6	2913	0	1	0	9	2	9	1
61	0	191	6	4	4	9	3	9	3922	5	8	5	3	2	2	2
	1	191	9	5	9	1	1	1	2932	1	7	5	4	2	3	4
	2	192	2	7	3	2	8	[illegible]	2941	7	8	1	2	3	3	2
	3	192	5	8	7	4	5	5	2951	4	0	1	7	5	1	6
	4	192	9	0	1	6	2	7	2961	0	3	9	9	7	8	6
	5	193	2	1	5	7	9	9	2970	6	9	2	9	1	4	2
	6	193	5	2	9	9	7	1	2980	3	6	1	5	5	8	4
	7	193	8	4	4	1	4	3	2990	0	4	5	9	1	1	2
	8	194	1	5	8	3	1	5	2999	7	4	5	9	7	2	6
	9	194	4	7	2	4	8	7	3009	4	6	1	7	4	2	6
62	0	194	7	8	6	6	5	9	3019	1	9	3	2	2	1	9
	1	195	1	0	0	8	3	1	3028	9	4	0	4	0	9	1
	2	195	4	1	5	0	0	3	3038	7	0	3	3	0	4	9
	3	195	7	2	9	1	7	5	3048	4	8	1	9	0	9	3
	4	196	0	4	3	3	4	7	3058	2	7	6	2	2	2	3
	5	196	3	5	7	5	1	9	3068	0	8	6	2	4	3	9
	6	196	6	7	1	6	9	1	3077	9	1	1	9	7	4	1
	7	196	9	8	5	8	6	3	3087	7	5	3	4	1	2	9
	8	197	3	0	0	0	3	5	3097	6	1	0	5	6	0	3
	9	197	6	1	4	2	0	7	3107	4	8	3	4	1	6	3
63	0	197	9	2	8	3	7	9	3117	3	7	1	9	8	1	7

Diam. 0	'	Peripheria 0	'	''	'''	''''	v	vi	Area plana 0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	198	2	4	2	5	5	1	3127	2	7	6	2	5	4	9
	2	198	5	5	6	7	2	3	3137	1	9	6	2	3	6	7
	3	198	8	7	0	8	9	5	3147	1	3	1	9	2	7	1
	4	199	1	8	5	0	6	7	3157	0	8	3	3	2	6	1
	5	199	4	9	9	2	3	9	3167	0	5	0	4	3	3	7
	6	199	8	1	3	4	1	1	3177	0	3	3	2	4	9	9
	7	200	1	2	7	5	8	3	3187	0	3	1	7	7	4	7
	8	200	4	4	1	7	5	5	3197	0	4	6	0	0	8	1
	9	200	7	5	5	9	2	7	3207	0	7	5	9	5	0	1
64	0	201	0	7	0	0	9	9	3217	1	2	1	6	0	1	7
	1	201	3	8	4	2	7	1	3227	1	8	2	9	6	0	9
	2	201	6	9	8	4	4	3	3237	2	6	0	0	2	8	7
	3	202	0	1	2	6	1	5	3247	3	5	2	8	0	5	1
	4	202	3	2	6	7	8	7	3257	4	6	1	2	9	0	1
	5	202	6	4	0	9	5	9	3267	5	8	5	4	8	3	7
	6	202	9	5	5	1	3	1	3277	7	2	5	3	8	5	9
	7	203	2	6	9	3	0	3	3287	8	8	0	9	9	6	7
	8	203	5	8	3	4	7	5	3298	0	5	2	3	1	6	1
	9	203	8	9	7	6	4	7	3308	2	3	9	3	4	4	1
65	0	204	2	1	1	8	2	0	3318	4	4	2	0	8	1	8
	1	2 4	5	2	5	9	9	[illegible]	[illegible]328	6	6	0	5	2	7	0
	2	204	8	4	0	1	6	4	3338	8	9	4	6	8	0	8
	3	205	1	5	4	3	3	6	3349	1	4	4	5	4	3	2
	4	205	4	6	8	5	0	8	3359	4	1	0	1	1	4	2
	5	205	7	8	2	6	8	0	3369	6	9	1	3	9	3	8
	6	206	0	9	6	8	5	2	3379	9	8	8	3	8	2	0
	7	206	4	1	1	0	2	4	3390	3	0	1	0	7	8	8
	8	206	7	2	5	1	9	6	3400	6	2	[illegible]	[illegible]	8	4	2
	9	207	0	3	9	3	6	8	3410	9	7	[illegible]	5	9	8	2
66	0	207	3	5	3	5	4	0	3421	3	3	[illegible]	4	2	2	1

Diam.		*Periphereia.*							*Area plana.*							
0	'	0	'	''	'''	''''	v	vi	0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	207	6	6	7	7	1	2	3431	7	0	8	9	5	3	3
	2	207	9	8	1	8	8	4	3442	1	0	0	1	9	3	1
	3	208	2	9	6	0	5	6	3452	5	0	7	1	4	1	5
	4	208	6	1	0	2	2	8	3462	9	2	9	7	9	8	5
	5	208	9	2	4	4	0	0	3473	3	6	8	1	6	4	1
	6	209	2	3	8	5	7	2	3483	8	2	2	2	3	8	3
	7	209	5	5	2	7	4	4	3494	2	9	2	0	2	1	1
	8	209	8	6	6	9	1	6	3504	7	7	7	5	1	2	5
	9	210	1	8	1	0	8	8	3515	2	7	8	7	1	2	5
67	0	210	4	9	5	2	6	0	3525	7	9	5	6	2	2	5
	1	210	8	0	9	4	3	2	3536	3	2	8	2	3	9	7
	2	211	1	2	3	6	0	4	3546	8	7	6	5	6	5	5
	3	211	4	3	7	7	7	6	3557	4	4	0	5	9	9	9
	4	211	7	5	1	9	4	8	3568	0	2	0	3	4	2	9
	5	212	0	6	6	1	2	0	3578	6	1	5	7	9	4	5
	6	212	3	8	0	2	9	2	3589	2	2	6	9	5	4	7
	7	212	6	9	4	4	6	4	3599	8	5	3	8	2	3	5
	8	213	0	0	8	6	3	6	3610	4	9	6	4	0	0	9
	9	213	3	2	2	8	0	8	3621	1	5	4	6	8	6	9
68	0	213	6	3	6	9	8	1	3631	8	2	8	6	8	3	1
	1	213	9	5	1	1	5	3	3642	5	1	8	3	8	6	4
	2	214	2	6	5	3	2	5	3653	2	2	3	7	9	8	3
	3	214	5	7	9	4	9	7	3663	9	4	4	9	1	8	8
	4	214	8	9	3	6	6	9	3674	6	8	1	7	4	7	9
	5	215	2	0	7	8	4	1	3685	4	3	4	2	8	5	6
	6	215	5	2	2	0	1	3	3696	2	0	2	5	3	1	9
	7	215	8	3	6	1	8	5	3706	9	8	6	4	8	6	8
	8	216	1	5	0	3	5	7	3717	7	8	6	1	5	0	3
	9	216	4	6	4	5	2	9	3728	6	0	1	5	2	2	4
69	0	216	7	7	8	7	0	1	3739	4	3	2	6	0	3	9

Canon cyclicus Diametrorum, Periphereiarum, & Planiticrum.

Diam.		*Periphereia.*							*Areaplane.*							
	'		'	''	'''	''''	v	vi		'	''	'''	''''	v	vi	vii
0		0							0							
	1	217	0	9	2	8	7	3	3750	2	7	9	1	9	3	2
	2	217	4	0	7	0	4	5	3761	1	4	1	8	9	1	1
	3	217	7	2	1	2	1	7	3772	0	2	0	0	9	7	6
	4	218	0	3	5	3	8	9	3782	9	1	4	0	1	2	7
	5	218	3	4	9	5	6	1	3793	8	2	3	6	3	6	4
	6	218	6	6	3	7	3	1	3804	7	4	8	9	6	8	7
	7	218	9	7	7	9	0	5	3815	6	9	0	0	0	9	6
	8	219	2	9	2	0	7	7	3826	6	4	6	7	5	9	1
	9	219	6	0	6	2	4	9	3837	6	1	9	2	1	7	2
70	0	219	9	2	0	4	2	1	3848	6	0	7	3	8	4	8
	1	220	2	3	4	5	9	3	3859	6	1	1	2	6	0	1
	2	220	5	4	8	7	6	5	3870	6	3	0	8	4	4	0
	3	220	8	6	2	9	3	7	3881	6	6	6	1	3	6	5
	4	221	1	7	7	1	0	9	3892	7	1	7	1	3	7	6
	5	221	4	9	1	2	8	1	3903	7	8	3	8	4	7	3
	6	221	8	0	5	4	5	3	3914	8	6	6	2	6	5	6
	7	222	1	1	9	6	2	5	3925	9	6	4	3	9	2	5
	8	222	4	3	3	7	9	7	3937	0	7	8	2	2	8	0
	9	222	7	4	7	9	6	9	3948	2	0	7	7	7	2	1
71	0	223	0	6	2	1	4	2	3959	3	5	3	0	2	5	9
	1	223	3	7	6	3	1	4	3970	5	1	3	9	8	7	2
	2	223	6	9	0	4	8	6	3981	6	9	0	6	5	7	1
	3	224	0	0	4	6	5	8	3992	8	8	3	0	3	5	6
	4	224	3	1	8	8	3	0	4004	0	9	1	1	2	2	7
	5	224	6	3	3	0	0	2	4015	3	1	4	9	1	8	4
	6	224	9	4	7	1	7	4	4026	5	5	4	4	2	2	7
	7	225	2	6	1	3	4	6	4037	8	0	9	6	3	5	6
	8	225	5	7	5	5	1	8	4049	0	8	0	5	5	7	1
	9	225	8	8	9	6	9	0	4060	3	6	7	1	8	7	2
72	0	226	2	0	3	8	6	2	4071	6	6	9	5	2	7	1

Diam.		Periphereia.							Area plana.							
0	'	0	'	''	'''	''''	v	vi	0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	226	5	1	8	0	3	4	4082	9	8	7	5	7	4	4
	2	226	8	3	2	2	0	6	4094	3	2	1	3	3	0	3
	3	227	1	4	6	3	7	8	4105	6	7	0	7	9	4	8
	4	227	4	6	0	5	5	0	4117	0	3	5	9	6	7	9
	5	227	7	7	4	7	2	2	4128	4	1	6	8	4	9	6
	6	228	0	8	8	8	9	4	4139	8	1	3	4	3	9	9
	7	228	4	0	3	0	6	6	4151	2	2	5	7	3	8	8
	8	228	7	1	7	2	3	8	4162	6	5	3	7	4	6	3
	9	229	0	3	1	4	1	0	4174	0	9	7	4	6	2	5
73	0	229	3	4	5	5	8	2	4185	5	5	6	8	8	8	5
	1	229	6	5	9	7	5	4	4197	0	3	2	0	2	1	9
	2	229	9	7	3	9	2	6	4208	5	2	2	8	6	3	9
	3	230	2	8	8	0	9	8	4220	0	2	9	4	1	4	5
	4	230	6	0	2	2	7	0	4231	5	5	1	6	7	3	7
	5	230	9	1	6	4	4	2	4243	0	8	9	6	4	1	5
	6	231	2	3	0	6	1	4	4254	6	4	3	3	1	7	9
	7	231	5	4	4	7	8	6	4266	2	1	2	7	0	2	9
	8	231	8	5	8	9	5	8	4277	7	9	7	7	9	6	5
	9	232	1	7	3	1	3	0	4289	3	9	8	5	9	8	7
74	0	232	4	8	7	3	0	3	4301	0	1	5	1	1	0	1
	1	232	8	0	1	4	7	5	4312	6	4	7	3	2	9	5
	2	233	1	1	5	6	4	7	4324	2	9	5	2	5	7	5
	3	233	4	2	9	8	1	9	4335	9	5	8	8	9	4	1
	4	233	7	4	3	9	9	1	4347	6	3	8	2	3	9	3
	5	234	0	5	8	1	6	3	4359	3	3	3	2	9	3	1
	6	234	3	7	2	3	3	5	4371	0	4	4	0	5	5	5
	7	234	6	8	6	5	0	7	4382	7	7	0	5	2	6	5
	8	235	0	0	0	6	7	9	4394	5	1	2	7	0	6	1
	9	235	3	1	4	8	5	1	4406	2	7	0	5	9	4	3
75	0	235	6	2	9	0	2	3	4418	0	4	4	1	9	1	8

Diam.		*Periphereia.*							*Area plana.*							
°	′	°	′	″	‴	⁗	v	vi	°	′	″	‴	⁗	v	vi	vii
	1	235	9	4	3	1	9	5	4429	8	3	3	4	9	7	2
	2	236	2	5	7	3	6	7	4441	6	3	8	5	1	1	2
	3	236	5	7	[illegible]	5	3	9	4453	4	5	9	2	3	3	8
	4	236	8	8	5	7	1	1	4465	2	9	5	6	6	5	0
	5	237	1	9	9	8	8	3	4477	1	4	7	8	0	4	8
	6	217	5	1	4	0	5	5	4489	0	1	5	6	5	3	2
	7	237	8	2	8	2	2	7	4500	8	9	9	2	1	0	2
	8	238	1	4	2	3	9	9	4512	7	9	8	4	7	5	8
	9	238	4	5	6	5	7	1	4524	7	1	3	4	5	0	0
76	0	238	7	7	0	7	4	3	4536	6	4	4	1	3	3	6
	1	239	0	8	4	9	1	5	4548	5	9	0	5	2	5	0
	2	239	3	9	9	0	8	7	4560	5	5	2	6	2	5	0
	3	239	7	1	3	2	5	9	4572	5	3	0	4	3	3	6
	4	240	0	2	7	4	3	1	4584	5	2	3	9	5	0	8
	5	240	3	4	1	6	0	3	4596	5	3	3	1	7	6	6
	6	240	6	5	5	7	7	5	4608	5	5	8	1	1	1	0
	7	240	9	6	9	9	4	7	4620	5	9	8	7	5	4	0
	8	241	2	8	4	1	1	9	4632	6	5	5	1	0	5	6
	9	241	5	9	8	2	9	1	4644	7	2	7	1	6	5	8
77	0	241	9	1	2	4	6	3	4656	8	1	4	9	3	5	7
	1	242	2	2	6	6	3	5	4668	9	1	8	4	1	3	2
	2	242	5	4	0	8	0	7	4681	0	3	7	5	9	9	3
	3	242	8	5	4	9	7	9	4693	1	7	2	4	9	4	0
	4	243	1	6	9	1	5	1	4705	3	2	3	0	9	7	3
	5	243	4	8	3	3	2	3	4717	4	8	9	4	0	9	2
	6	243	7	9	7	4	9	5	4729	6	7	1	4	2	9	7
	7	244	1	1	1	6	6	7	4741	8	6	9	1	5	8	8
	8	244	4	2	5	8	3	9	4754	0	8	2	5	9	6	5
	9	244	7	4	0	0	1	1	4766	3	1	1	7	4	2	8
78	0	245	0	5	4	1	8	4	4778	5	5	6	5	9	7	8

Canon cyclicus Diametrorum, Peripherciarum, & Planitierum.

Diam.		Peripheria.							Area plana.							
0	'	0	'	''	'''	''''	v	vi	0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	245	3	6	8	3	5	6	4790	8	1	7	1	6	1	3
	2	245	6	8	2	5	2	8	4803	0	9	3	4	3	3	4
	3	245	9	9	6	7	0	0	4815	3	8	5	4	1	4	1
	4	246	3	1	0	8	7	2	4827	6	9	3	1	0	1	4
	5	246	6	2	5	0	4	4	4840	0	1	6	5	0	1	3
	6	246	9	3	9	2	1	6	4852	3	5	5	6	0	7	8
	7	247	2	5	3	3	8	8	4864	7	1	0	4	2	2	9
	8	247	5	6	7	5	6	0	4877	0	8	0	9	4	6	6
	9	247	8	8	1	7	3	2	4889	4	6	7	1	7	8	9
79	0	248	1	9	5	9	0	4	4901	8	6	9	1	2	0	1
	1	248	5	1	0	0	7	6	4914	2	8	6	7	6	9	6
	2	248	8	2	4	2	4	8	4926	7	2	0	1	2	7	7
	3	249	1	3	8	4	2	0	4939	1	6	9	1	9	4	4
	4	249	4	5	2	5	9	2	4951	6	3	3	9	6	9	7
	5	249	7	6	6	7	6	4	4964	1	1	4	4	5	3	6
	6	250	0	8	0	9	3	6	4976	6	1	0	9	4	6	1
	7	250	3	9	5	1	0	8	4989	1	2	2	5	4	7	2
	8	250	7	0	9	2	8	0	5001	6	5	0	1	5	6	9
	9	251	0	2	3	4	5	2	5014	1	9	3	4	7	5	2
80	0	251	3	3	7	6	2	4	5026	7	5	2	5	0	2	6
	1	251	6	5	1	7	9	6	5039	3	2	7	2	3	8	1
	2	251	9	6	5	9	6	8	5051	9	1	7	6	8	2	2
	3	252	2	8	0	1	4	0	5064	5	2	3	8	3	4	9
	4	252	5	9	4	3	1	2	5077	1	4	5	6	9	6	2
	5	252	9	0	8	4	8	4	5089	7	8	3	2	6	6	1
	6	253	2	2	2	6	5	6	5102	[illegible]	3	6	5	4	4	6
	7	253	5	3	6	8	2	8	5115	1	0	5	5	3	1	7
	8	253	8	5	1	0	0	0	5127	7	9	0	2	2	7	4
	9	254	1	6	5	1	7	2	5140	4	9	0	6	3	1	7
81	0	254	4	7	9	3	4	5	5153	2	0	6	7	4	5	3

Diam.		Peripheria.							Area plana.							
0	'	0	'	''	'''	''''	v	vi	0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	254	7	9	3	5	1	7	5165	9	3	8	5	6	6	8
	2	255	1	0	7	6	8	9	5178	6	8	6	0	5	6	9
	3	2[illegible]	4	2	1	8	6	1	5191	4	4	9	3	[illegible]	5	6
	4	255	7	3	6	0	3	3	5204	2	2	8	2	8	2	9
	5	256	0	5	0	2	0	5	5217	0	2	2	9	3	8	8
	6	256	3	6	4	3	7	7	5229	8	3	3	3	0	3	3
	7	256	6	7	8	5	4	9	5242	6	5	9	3	7	6	4
	8	256	9	9	2	7	2	1	5255	5	0	1	1	5	8	1
	9	257	2	0	6	8	9	3	5268	3	5	8	6	4	[illegible]	4
82	0	257	6	2	1	0	6	5	5281	2	3	1	8	4	8	1
	1	257	9	3	5	2	3	7	5294	1	2	0	7	5	5	6
	2	258	2	4	9	4	0	9	5307	0	2	5	3	7	1	7
	3	258	5	6	3	5	8	1	5319	9	4	5	6	9	6	4
	4	258	8	7	7	7	5	3	5332	8	8	1	7	2	9	7
	5	259	1	9	1	9	2	5	5345	8	3	3	4	7	1	6
	6	259	5	0	6	0	9	7	5358	8	0	0	9	2	2	1
	7	259	8	2	0	2	6	9	5371	7	8	4	0	8	1	2
	8	260	1	3	4	4	4	1	5384	7	8	2	9	4	8	9
	9	260	4	4	8	6	1	3	5397	7	9	7	5	2	5	2
83	0	260	7	6	[illegible]	7	8	5	5410	8	2	7	8	1	1	1
	1	261	0	7	6	9	5	7	5423	8	7	3	8	0	4	6
	2	261	3	9	1	1	2	9	5436	9	3	5	5	0	6	7
	3	261	7	0	5	3	0	1	5450	0	1	2	9	1	7	4
	4	262	0	1	9	4	7	3	5463	1	0	6	0	3	6	7
	5	262	3	3	3	6	4	5	5476	2	1	4	8	6	4	6
	6	262	6	4	7	8	1	[illegible]	5489	3	3	9	4	0	1	1
	7	262	9	6	1	9	8	9	5502	4	7	9	6	4	6	2
	8	263	2	7	6	1	6	1	5515	6	3	5	5	9	9	9
	9	263	5	9	0	3	3	3	5528	8	0	7	2	6	2	2
84	0	263	9	0	4	5	0	6	5541	9	9	4	6	3	4	2

Canon cyclicus Diametrorum, Periphereiarum, & Planitierum.

Diam.		*Periphereia.*							*Area plana.*							
0	'	0	'	''	'''	''''	v	v'	0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	264	2	1	8	0	7	8	5555	1	9	7		1	3	8
	2	264	5	3	2	8	5	0	5563	4	1	0	5	0	2	0
	3	264	8	4	7	0	2	2	5581	6	5	0	9	9	8	8
	4	265	1	6	1	1	9	4	5594	9	0	1	2	0	4	2
	5	265	4	7	5	3	6	6	5608	1	6	7	1	1	8	0
	6	265	7	8	9	5	3	8	5621	4	4	8	7	4	0	6
	7	266	1	0	3	7	1	0	5634	7	4	6	0	7	1	8
	8	266	4	1	7	8	8	2	5648	0	5	9	1	1	1	6
	9	266	7	3	2	0	5	4	5661	3	8	7	8	6	0	0
85	0	267	0	4	6	2	2	6	5674	7	3	2	3	1	7	5
	1	267	3	6	0	3	9	8	5688	0	9	2	4	8	3	1
	2	267	6	7	4	5	7	0	5701	4	6	8	3	5	7	3
	3	267	9	8	8	7	4	2	5714	8	5	9	9	4	0	1
	4	268	3	0	2	9	1	4	5728	2	6	7	2	3	1	5
	5	268	6	1	7	0	8	6	5741	6	9	0	2	3	1	5
	6	268	9	3	1	2	5	8	5755	1	2	8	9	4	0	1
	7	269	2	4	5	4	3	0	5768	5	8	3	3	5	7	3
	8	269	5	5	9	6	0	2	5782	0	5	3	4	8	3	1
	9	269	8	7	3	7	7	4	5795	5	3	9	3	1	7	5
86	0	270	1	8	7	9	4	6	5809	0	4	0	8	6	0	9
	1	270	5	0	2	1	1	8	5822	5	5	8	1	1	2	5
	2	270	8	1	6	2	9	0	5836	0	9	1	0	7	2	7
	3	271	1	3	0	4	6	2	5849	6	3	9	7	4	1	5
	4	271	4	4	4	6	3	4	5863	2	0	4	1	1	8	9
	5	271	7	5	8	8	0	6	5876	7	8	4	2	0	4	9
	6	272	0	7	2	9	7	8	5890	3	7	9	9	9	9	5
	7	272	3	8	7	1	5	0	5903	9	9	1	5	0	2	7
	8	272	7	0	1	3	2	2	5917	6	1	8	7	1	4	5
	9	273	0	1	5	4	9	4	5931	2	6	1	6	3	4	9
87	0	273	3	2	9	6	6	7	5944	5	2	0	2	6	4	5

Canon cyclicus Diametrorum, Periphereiarum, & Planitierum.

Diam.		*Peripheria.*							*Area plane.*							
0	′	0	′	″	‴	⁗	v	vi	0	′	″	‴	⁗	v	vi	vii
	1	273	6	4	3	8	3	9	5958	5	9	4	6	0	2	1
	2	273	9	5	8	0	1	1	5972	2	8	4	6	4	8	3
	3	274	2	7	2	1	8	3	5985	9	9	0	4	0	3	1
	4	274	5	8	6	3	5	5	5999	7	1	1	8	6	6	5
	5	274	9	0	0	5	2	7	6013	4	4	9	0	3	8	5
	6	275	2	1	4	6	9	9	6027	2	0	1	9	1	9	1
	7	275	5	2	8	8	7	1	6040	9	7	0	5	0	8	3
	8	275	8	4	3	0	4	3	6054	7	5	4	8	0	6	1
	9	276	1	5	7	2	1	5	6068	5	5	4	8	1	2	5
88	0	276	4	7	1	3	8	7	6082	3	7	0	5	2	8	2
	1	276	7	8	5	5	5	9	6096	2	0	1	9	5	1	8
	2	277	0	9	9	7	3	1	6110	0	4	9	0	8	4	0
	3	277	4	1	3	9	0	3	6123	9	1	1	5	2	4	8
	4	277	7	2	8	0	7	5	6137	7	9	0	4	7	4	2
	5	278	0	4	2	2	4	7	6151	6	8	4	7	3	2	2
	6	278	3	5	6	4	1	9	6165	5	9	4	6	9	8	8
	7	278	6	7	0	5	9	1	6179	5	2	0	3	7	4	0
	8	278	9	8	4	7	6	3	6193	4	6	1	7	5	7	8
	9	279	2	9	8	9	3	5	6207	4	1	8	8	5	0	2
89	0	279	6	1	3	1	0	7	6221	3	9	1	6	5	2	1
	1	279	9	2	7	2	7	9	6235	3	8	0	1	6	1	7
	2	280	2	4	1	4	5	1	6249	3	8	4	3	7	9	9
	3	280	5	5	5	6	2	3	6263	4	0	4	3	0	6	7
	4	280	8	6	9	7	9	5	6277	4	3	9	9	4	2	1
	5	281	1	8	3	9	6	7	6291	4	9	1	2	8	6	1
	6	281	4	9	8	1	3	9	6305	5	5	8	3	3	8	7
	7	281	8	1	2	3	1	1	6319	6	4	1	0	9	9	9
	8	282	1	2	6	4	8	3	6333	7	3	9	5	6	9	7
	9	282	4	4	0	6	5	5	6347	8	5	3	7	4	8	1
90	0	282	7	5	4	8	2	8	6361	9	8	3	6	3	6	2

Canon. cyclicus Diametrorum, Periphereiarum, & Planitierum.

Diam.		Periphereia.							Area plana.							
0	'	0	'	''	'''	''''	v	vi	0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	283	0	6	9	0	0	0	6376	1	2	9	2	3	1	9
	2	283	3	8	3	1	7	2	6390	2	9	0	5	3	6	2
	3	283	6	9	7	3	4	4	6404	4	6	7	5	4	9	1
	4	284	0	1	1	5	1	6	6418	6	6	0	2	7	0	6
	5	284	3	2	5	6	8	8	6432	8	6	8	7	0	0	7
	6	284	6	3	9	8	6	0	6447	0	9	2	8	3	9	4
	7	284	9	5	4	0	3	2	6461	3	3	2	6	8	6	7
	8	285	2	6	8	2	0	4	6475	5	8	8	2	4	2	6
	9	285	5	8	2	3	7	6	6489	8	5	9	5	0	7	1
91	0	285	8	9	6	5	4	8	9504	1	4	6	4	8	0	4
	1	286	2	1	0	7	2	0	6518	4	4	9	1	6	2	1
	2	286	5	2	4	8	9	2	6532	7	6	7	5	5	2	4
	3	286	8	3	9	0	6	4	6547	1	0	1	6	5	1	3
	4	287	1	5	3	2	3	6	6561	4	5	1	4	5	8	8
	5	287	4	6	7	4	0	8	6575	8	1	6	9	7	4	9
	6	287	7	8	1	5	8	0	6590	1	9	8	1	9	9	6
	7	288	0	9	5	7	5	2	6604	5	9	5	1	3	2	9
	8	288	4	0	9	9	2	4	6629	0	0	7	7	7	4	8
	9	288	7	2	4	0	9	6	6633	4	3	6	1	2	5	3
92	0	289	0	3	8	2	6	8	6647	8	8	0	1	8	4	8
	1	289	3	5	2	4	4	0	6662	3	3	9	9	5	2	5
	2	29	6	6	6	6	1	2	6676	8	1	5	4	2	8	8
	3	289	9	8	0	7	8	4	6691	3	0	6	6	1	3	7
	4	290	2	9	4	9	5	6	6705	8	1	3	5	0	7	2
	5	290	6	0	9	1	2	8	6720	3	3	6	1	0	9	3
	6	290	9	2	3	3	0	0	6734	8	7	4	4	2	0	0
	7	291	2	3	7	4	7	2	6749	4	2	8	4	3	9	3
	8	291	5	5	1	6	4	4	6763	9	9	8	1	6	7	2
	9	291	8	6	5	8	1	6	6778	5	8	3	6	0	3	7
93	0	292	1	7	9	9	8	8	6793	1	8	4	7	4	9	3

Diam.		Periphereia.							Area plana.							
0	'	0	'	''	'''	''''	v	vi	0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	292	4	9	4	1	6	0	6807	8	0	1	6	0	3	0
	2	292	8	0	7	3	3	2	6822	4	5	4	1	6	5	3
	3	293	1	2	2	5	0	4	6837	0	6	2	4	3	6	2
	4	293	4	3	6	6	7	6	6852	7	4	6	4	8	5	7
	5	293	7	5	0	8	4	8	6866	4	2	6	1	0	3	8
	6	294	0	6	5	0	2	0	6881	1	2	1	5	0	0	5
	7	294	3	7	9	1	9	2	6895	8	3	2	6	0	5	8
	8	294	6	9	3	3	6	4	6910	5	6	9	4	1	9	7
	9	295	0	0	7	5	3	6	6925	3	0	1	9	4	2	2
94	0	295	3	2	1	7	0	9	6940	0	6	0	1	7	4	0
	1	295	6	3	5	8	8	1	6954	8	3	4	1	1	3	7
	2	295	9	5	0	0	5	3	6969	6	2	3	7	6	2	6
	3	296	2	6	4	2	2	5	6984	4	2	9	1	1	8	9
	4	296	5	7	8	3	9	7	6999	2	5	0	1	8	4	4
	5	296	8	9	2	5	6	9	7014	0	8	6	9	5	8	5
	6	297	2	0	6	7	4	1	7028	9	3	9	4	4	1	2
	7	297	5	2	0	9	1	3	7043	8	0	7	6	3	2	5
	8	297	8	3	5	0	8	5	7058	6	9	1	5	3	2	4
	9	298	1	4	9	2	5	7	7073	5	9	1	1	4	0	9
95	0	298	4	6	3	4	2	9	7088	5	0	6	4	5	8	8
	1	298	7	7	7	6	0	1	7103	4	3	7	4	8	4	5
	2	299	0	9	1	7	7	3	7118	3	8	4	2	1	8	8
	3	299	4	0	5	9	4	5	7133	3	4	6	6	6	1	7
	4	299	7	2	0	1	1	7	7148	3	2	4	8	1	3	2
	5	300	0	3	4	2	8	9	7163	3	1	8	6	7	3	3
	6	300	3	4	8	4	6	1	7178	3	2	8	2	4	2	0
	7	300	6	6	2	6	3	3	7193	3	5	3	5	1	9	3
	8	300	9	7	6	8	0	5	7208	3	9	4	5	0	5	2
	9	301	2	9	0	9	7	7	7223	4	5	1	1	9	9	7
96	0	301	6	0	5	1	4	9	7238	5	2	3	6	0	3	8

Diam.		Periphereia.							Area plana.							
°	'	°	'	''	'''	''''	v	vi	°	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	301	9	1	9	3	2	1	7253	6	1	1	7	1	5	6
	2	302	2	3	3	4	9	3	7268	7	1	5	5	3	6	0
	3	302	5	4	7	6	6	5	7283	8	3	5	0	6	5	0
	4	402	8	6	1	8	3	7	7298	9	7	0	3	0	2	6
	5	303	1	7	6	0	0	9	7314	1	2	1	2	4	8	8
	6	303	4	9	0	1	8	1	7329	2	8	7	9	0	3	6
	7	303	8	0	4	3	5	3	7344	4	7	0	2	6	7	0
	8	304	1	1	8	5	2	5	7359	6	6	8	3	3	9	0
	9	304	4	3	2	6	9	7	7374	8	8	2	1	1	9	6
97	0	304	7	4	6	8	7	0	7390	1	1	1	6	0	9	0
	1	305	0	6	1	0	4	2	7405	3	5	6	8	0	6	8
	2	305	3	7	5	2	1	4	7420	6	1	7	7	1	3	2
	3	305	6	8	9	3	8	6	7435	8	9	4	3	2	8	2
	4	306	0	0	3	5	5	8	7451	1	8	6	6	5	1	8
	5	306	3	1	7	7	3	0	7466	4	9	4	6	8	4	0
	6	306	6	3	1	9	0	2	7481	8	1	8	4	2	4	8
	7	306	9	4	6	0	7	4	7497	1	5	7	8	7	4	2
	8	307	2	6	0	2	4	6	7512	5	1	3	0	3	2	2
	9	307	5	7	4	4	1	8	7527	8	8	3	8	9	8	8
98	0	307	8	8	8	5	9	0	7543	2	7	0	4	7	4	3
	1	308	2	0	2	7	6	2	7558	6	7	2	7	5	8	1
	2	308	5	1	6	9	3	4	7574	0	9	0	7	5	0	5
	3	308	8	3	1	1	0	6	7589	5	2	4	4	5	1	5
	4	309	1	4	5	2	7	8	7604	9	7	3	8	6	1	1
	5	309	4	5	9	4	5	0	7620	4	3	8	9	7	9	3
	6	309	7	7	3	6	2	2	7635	9	1	9	8	0	6	1
	7	310	0	8	7	7	9	4	7651	4	1	6	3	4	1	5
	8	310	4	0	1	9	6	6	7666	9	2	8	5	8	1	5
	9	310	7	1	6	1	3	8	7682	4	5	6	5	3	8	1
99	0	311	0	3	0	3	1	0	7698	0	0	9	1	9	9	8

Diam.		*Periphereia*							*Area plana.*							
°	′	°	′	″	‴	⁗	v	vi	°	′	″	‴	⁗	v	vi	vii
	1	311	3	4	4	4	8	2	7713	5	5	9	5	6	9	6
	2	311	6	5	8	6	5	4	7729	1	3	4	6	4	8	0
	3	311	9	7	2	8	2	6	7744	7	2	5	4	3	5	0
	4	312	2	8	6	9	9	8	7760	3	3	1	9	3	0	6
	5	312	6	0	1	1	7	0	7775	9	5	4	1	3	4	8
	6	312	9	1	5	3	4	2	7791	5	6	2	0	4	7	6
	7	313	2	2	9	5	1	4	7807	2	4	5	6	6	9	0
	8	313	5	4	3	6	8	6	7822	9	1	4	9	9	9	0
	9	313	8	5	7	8	5	8	7838	6	0	0	0	3	7	6
100	0	314	1	7	2	0	3	1	7854	5	0	0	7	8	5	4
	1	314	4	8	6	2	0	3	7870	0	1	7	2	4	1	2
	2	314	8	0	0	3	7	5	7885	7	4	9	4	0	5	6
	3	315	1	1	4	5	4	7	7901	4	9	7	2	7	8	6
	4	315	4	2	8	7	1	9	7917	2	6	0	8	6	0	2
	5	315	7	4	2	8	9	1	7933	0	4	0	1	5	0	4
	6	316	0	5	7	0	6	3	7948	8	3	5	1	4	9	2
	7	316	3	7	1	2	3	5	7964	6	4	5	8	5	6	6
	8	316	6	8	5	4	0	7	7980	4	7	2	2	7	2	6
	9	316	9	9	9	5	7	9	7996	3	1	4	3	9	7	2
101	0	317	3	1	3	7	5	1	8012	1	7	2	2	3	1	2
	1	317	6	2	7	9	2	3	8028	0	4	5	7	7	3	0
	2	317	9	4	2	0	9	5	8043	9	3	5	0	2	3	4
	3	318	2	5	6	2	6	7	8059	8	3	9	9	8	2	4
	4	318	5	7	0	4	3	9	8075	7	6	0	6	5	0	0
	5	318	8	8	4	6	1	1	8091	6	9	7	0	2	6	2
	6	319	1	9	8	7	8	3	8107	6	4	9	1	1	1	0
	7	319	5	1	2	9	5	5	8123	6	1	6	9	0	4	4
	8	319	8	2	7	1	2	7	8139	6	0	0	4	0	6	4
	9	320	1	4	1	2	9	9	8155	5	9	9	6	1	7	0
102	0	320	4	5	5	4	7	1	8171	6	1	4	5	3	7	1

Diam.		*Periphereia.*							*Areæ plana.*							
0	′	0	′	″	‴	⁗	v	vi	0	′	″	‴	⁗	v	vi	vii
	1	320	7	6	9	6	4	3	8187	6	4	5	1	6	5	0
	2	321	0	8	3	8	1	5	8203	6	9	1	5	0	1	5
	3	321	3	9	7	9	8	7	8219	7	5	3	5	4	6	6
	4	321	7	1	2	1	5	9	8235	8	3	1	3	0	0	3
	5	322	0	2	6	3	3	1	8251	9	2	4	7	6	2	6
	6	322	3	4	0	5	0	3	8268	0	3	3	9	3	3	5
	7	322	6	5	4	6	7	5	8284	1	5	8	8	1	3	0
	8	322	9	6	8	8	4	7	8300	2	9	9	4	0	1	1
	9	323	2	8	[illegible]	0	1	9	8316	4	5	5	6	9	7	8
103	0	323	5	9	7	1	9	2	8332	6	2	7	7	0	3	[illegible]
	1	323	9	1	1	3	6	4	8348	8	1	5	4	1	7	1
	2	324	2	2	5	5	3	6	8365	0	1	8	8	3	9	6
	3	324	5	3	9	7	0	8	8381	2	3	7	9	7	0	7
	4	324	8	5	3	8	8	0	8397	4	7	2	8	1	0	4
	5	325	1	6	8	0	5	2	8413	7	2	3	3	5	8	7
	6	325	4	8	2	2	2	4	8429	9	8	9	6	1	5	6
	7	325	7	9	6	3	9	6	8446	2	7	1	5	8	1	1
	8	326	1	1	0	5	6	8	8462	5	6	9	2	5	5	2
	9	326	4	2	4	7	4	0	8478	8	8	2	6	3	7	9
104	0	326	7	3	8	9	1	2	8495	2	1	1	7	2	9	5
	1	327	0	5	3	0	8	4	8511	5	5	6	5	2	9	4
	2	327	3	6	7	2	5	6	8527	9	1	7	0	3	7	9
	[illegible]	[illegible]27	6	8	1	4	2	8	8544	2	9	3	2	5	5	0
	4	327	9	9	5	6	0	0	8560	6	8	5	1	8	0	7
	5	328	3	0	9	7	7	2	8577	0	9	2	8	1	5	0
	6	328	6	2	3	9	4	4	8593	5	1	6	1	5	7	9
	7	328	9	3	8	1	1	6	8609	9	5	5	2	0	9	4
	8	329	2	5	2	2	8	8	8626	4	0	9	9	6	9	5
	9	329	5	6	6	4	6	0	8642	8	8	0	4	3	8	2
105	0	329	8	8	0	6	3	2	8659	3	6	6	6	1	5	9

Canon cyclicus Diametrorum, Periphereiarum, & Planitierum.

Diam.		*Periphereia.*							*Area plana.*							
0	′	0	′	″	‴	⁗	v	vi	0	′	″	‴	⁗	v	vi	vii
	1	330	1	9	4	8	0	4	8675	8	6	8	5	0	1	8
	2	330	5	0	8	9	7	6	8692	3	8	6	0	9	6	3
	3	330	8	2	3	1	4	8	8708	9	1	9	3	9	9	4
	4	331	1	3	7	3	2	0	8725	4	6	8	4	1	1	1
	5	331	4	5	1	4	9	2	8742	0	3	3	1	3	1	4
	6	331	7	6	5	6	6	4	8758	6	1	3	5	6	0	3
	7	332	0	7	9	8	3	6	8775	2	0	9	6	9	7	8
	8	332	3	9	4	0	0	8	8791	8	2	1	5	4	3	9
	9	332	7	0	8	1	8	0	8808	4	4	9	0	9	8	6
106	0	333	0	2	2	3	5	2	8825	0	9	2	3	6	2	5
	1	333	3	3	6	5	2	4	8841	7	5	3	3	3	4	4
	2	333	6	5	0	6	9	6	8858	4	2	6	0	1	4	9
	3	333	9	6	4	8	6	8	8875	1	1	6	4	0	4	0
	4	334	2	7	9	0	4	0	8891	8	2	2	5	0	1	7
	5	334	5	9	3	2	1	2	8908	5	4	4	3	0	8	0
	6	334	9	0	7	3	8	4	8925	2	8	1	8	2	1	9
	7	335	2	2	1	5	5	6	8942	0	3	5	0	4	6	4
	8	335	5	3	5	7	2	8	8958	8	0	3	9	7	8	5
	9	335	8	4	9	9	0	0	8975	5	8	8	6	1	9	2
107	0	336	1	6	4	0	7	3	8992	3	8	8	9	6	9	2
	1	336	4	7	8	2	4	5	9009	2	0	5	0	2	7	1
	2	336	7	9	2	4	1	7	9026	0	3	6	7	9	[illegible]	6
	3	337	1	0	6	5	8	9	9042	8	8	4	2	6	8	7
	4	337	4	2	0	7	6	1	9059	7	4	7	4	5	2	4
	5	337	7	3	4	9	3	3	9076	6	2	6	3	4	4	7
	6	338	0	4	9	1	0	5	9093	5	2	0	9	4	5	6
	7	338	3	6	3	2	7	7	9110	4	3	1	2	5	5	1
	8	338	6	7	7	4	4	9	9127	3	5	7	2	7	3	2
	9	338	9	9	1	6	2	1	9144	2	9	8	9	9	9	9
108	0	339	3	0	5	7	9	3	9161	2	5	6	4	3	6	1

F I N I S.